Nicolás

COPÉRNICO

Sobre las revoluciones

Altaya

Título original:
De revolutionibus orbium coelestium libri VI (1543)

Título en castellano:
Sobre las revoluciones

Traducción, estudio preliminar y notas:
Carlos Mínguez Pérez

Dirección Editorial: Julià de Jòdar
Director de Producción: Manuel Álvarez
Diseño de la colección: Víctor Vilaseca

© por el Estudio preliminar y notas: Carlos Mínguez Pérez
© Editorial Tecnos, S.A., 1987

© Por esta edición: Ediciones Altaya, S.A., 1997
Musitu, 15. 08023 Barcelona

ISBN Obra Completa: 84-487-0119-4
ISBN: 84-487-0158-5
Depósito Legal: B-11.977/1994
Impreso en España - Printed in Spain - Septiembre 1997
Imprime: Litografía Rosés, S.A. (Barcelona)

Distribuye para España: Marco Ibérica. Distribución de Ediciones, S.A.
Ctra. de Irún, km. 13,350 (Variante de Fuencarral) - 28034 MADRID
Distribuye para México: Distribuidora Intermex S.A. de C.V.
Lucio Blanco, 435 - Col. Petrolera 02400 México D.F.
Distribuye para Argentina: Capital Federal: Vaccaro Sánchez
C/ Moreno, 794, 9º piso - CP 1091 Capital Federal - Buenos Aires (Argentina)
Interior: Distribuidora Bertrán - Av. Vélez Sarsfield, 1950
CP 1285 Capital Federal - Buenos Aires (Argentina)
Importación Argentina: Ediciones Altaya, S.A.
Moreno 3362/64 - 1209 Buenos Aires - Argentina

ESTUDIO PRELIMINAR

Por Carlos Mínguez Pérez

VIDA Y OBRAS

Nicolás Copérnico nació en Torún, el día 19 de febrero de 1473, a las 4 horas, 48 minutos de la tarde. Debemos un detalle tan preciso de la fecha de nacimiento (salvando los errores estimables tras la reforma del calendario juliano) a la afición de la época por los horóscopos [1]. Kepler, casi un siglo después, no sólo estableció en su horóscopo la fecha de nacimiento, sino también el día, hora y minuto en que fue concebido.

---

[1] No se conserva la partida de nacimiento, pero a fines del siglo XIX, Ludwik Antoni Birkemmajer descubrió en la Bayerische Staatsbibliothek de Munich una serie de copias de horóscopos. Entre ellos figuraba el de Copérnico. Aparece también la fecha de nacimiento en la obra de Gaspar Peucer, yerno de Melanchton, *Elementa doctrinae de circulis coelestibus et primo motu,* Vittebergae, 1551. Esta documentación ha sido recogida por los más significativos biógrafos de nuestro autor, Prowe, Birkenmajer, Wasiutyński, pero en último término hemos de referirnos a la meritoria obra de Marian Biskup, *Regesta Copernicana, (Calendar of Copernicus'Papers)* en Studia Copernicana VIII, Ossolineum, Warszawa, The Polish Academy of Science Press, 1973. Se recoge aquí con extraordinaria puntualidad las fuentes materiales referentes a la biografía de Copérnico y a sus actividades, señalando no sólo el original, sino también los lugares donde se ha publicado. Una viva exposición de la biografía de Copérnico y del ambiente de su tiempo, con rigor, pero sin bagaje bibliográfico, puede encontrarse en Jan Adamczewski, *Nicolás Copérnico y su época,* Ediciones Interpress, Varsovia, 1972.

El padre de Copérnico, también de nombre Nicolás [2], era un próspero comerciante de Cracovia, que hacia el año 1456 se asentó en Torún, puerto sobre el Vístula, a doscientos kilómetros del mar, y en el que se realizaban las transacciones comerciales entre las ciudades ribereñas del Báltico y las tierras del interior. Los comerciantes toruñeses efectuaban intercambios con toda la Europa mercantil, de la que no estaba excluida la rica y adelantada Italia renacentista. Su madre, Bárbara Watzenrode, era hija de un burgués ciudadano de Torún que había ocupado cargos en el gobierno de la ciudad. Nicolás Copérnico fue el hijo menor de este matrimonio. Sus hermanos Andrés y Bárbara abrazaron la carrera eclesiástica. Su hermana Catalina se casó con un comerciante.

Torún recibió régimen de ciudad en 1233, otorgado por los caballeros de la Orden Teutónica, que construyeron allí un castillo fortificado. Los caballeros teutónicos habían sido llamados en 1226 por el príncipe Conrado de Masovia para conquistar y cristianizar a los prusianos asentados a orillas del Báltico, entre los ríos Vístula y Niemen. En compensación se les otorgó la tierra de Chelmno en régimen de vasallaje. Pero los «cruzados» pretendieron erigir su propio estado monástico, apoyados por los Papas y los Emperadores alemanes. En la estructura medieval Iglesia-Imperio, el Emperador podía ofrecer el derecho legal de *asentamiento y constitución*, gracias al privilegio de considerarse señor del mundo, en cuanto representante del Sacro Imperio Romano Germánico. Los caballeros iniciaron la conquista de la Pomerania, al tiempo que se extendían por Lituania y Samogicia, estableciendo un régimen sangriento y opresivo bajo el lema de la cristianización. Las tierras dominadas, sin embargo, no llegaron a someterse enteramente nunca, originando continuas sublevaciones y no posibilitaron una organización económica y social que permitiera establecer las bases de un auténtico estado [3].

Torún, en la Pomerania, constituía una plaza fuerte, dentro de la organización militar y expansiva de la Orden, dirigida contra el reino de Polonia. Pero la riqueza mercantil de este puerto del Vístula, que ya había pertenecido a la Liga Hanseática, no podía desarrollarse sin depender de las riquezas agrícolas y minerales del interior que inter-

---

[2] Según relata Adamczewski, ob. cit., pp. 7 y ss., la familia de Copérnico procedía de la aldea silesiana Koperniki (probablemente un derivado de «cuprum», «Koper» en polaco antiguo), que tenía a San Nicolás como patrono. Según Herbst, se le dio el nombre de Nicolás en honor del patrono de los mercaderes. Stanislaw Herbst, «Copérnico, su tierra y el medio en que vivió» en el colectivo *Nicolás Copérnico, 1473-1973,* Siglo XXI Argentina Editores, S.A., 1973, p. 21.

[3] Adamczewski, ob. cit., pp. 15 y ss.

cambiaba con los países del norte de Europa. A pesar de los esfuerzos de la Orden, los ciudadanos toruñeses eran favorables a una integración con el reino polaco. En 1454 los habitantes de buena parte de Pomerania y Prusia se declararon súbditos y vasallos del rey de Polonia, iniciándose una guerra de trece años (1454-1466), que terminó con el tratado de Torún. En virtud del tratado la zona este de Pomerania formaría parte de Polonia con el nombre de Prusia Real, para distinguirla del sector este de la Prusia teutónica. Esta, al disolverse en 1525 por el tratado de Cracovia el estado teutónico, constituyó la Prusia Ducal, cuyo primer mandatario fue Albrecht Hohenzollern [4].

En la época de Copérnico, Polonia era bien distinta tanto del estado originario en el siglo X, como de la situación actual. El período de mayor extensión territorial de Polonia coincide en el tiempo con los momentos de esplendor político español. Constituía a fines del siglo XV y principios del XVI uno de los estados más poderosos de Europa. Ligada a Lituania por uniones de tipo personal recaídas en la figura de un sólo rey, como es característico de las monarquías durante la Edad Media y al iniciarse la Edad Moderna, abarcaba un estado federado con fronteras naturales en el mar Báltico, los Cárpatos y el mar Negro. La «Commonwealth de las dos naciones» constituía un estado con cerca de ochocientos mil kilómetros cuadrados, alcanzando hacia mediados del siglo XVI los ocho millones de habitantes [5].

El desarrollo y evolución de la economía de Europa hacia finales del siglo XV, favoreció los centros comerciales del Báltico y las zonas productoras de materiales intercambiables. El comercio con el Mediterráneo Oriental se había dificultado tras la conquista de Constantinopla por los turcos en 1453, al tiempo que el aumento de población en el occidente europeo y la naciente industrialización de ciertas zonas, como los Países Bajos, exigía la importación de cereales y de materia prima para los talleres textiles, precisando la superación de las estructuras comerciales medievales que ponían trabas a un despliegue más ágil y más libre de las relaciones entre los países. Se rompe el monopolio de la Liga Hanseática, y los puertos del Báltico oriental, al menguar el fantasma de la Orden Teutónica, resurgen con un nuevo vigor tanto en la producción de riquezas como en la organización de las ciudades, en la valoración del arte y en la extensión de la cultura [6].

---

[4] Marian Biskup, «Royal Prussia in the Times of Copernicus», en el colectivo *Poland the Land of Copernicus,* Ossolineum, Warszawa, 1973, p. 43.

[5] Maria Kielczewska-Zaleska, «Poland in Europe», pp. 10 y ss., en *Poland the Land of Copernicus,* ob. cit. Véase también Maria Bogucka, *Nicholas Copernicus. The country and times,* Ossolineum, Warszawa, 1973.

[6] El señalado artículo de Stanislaw Herbst.

Dado el ambiente burgués en el que nació Copérnico, no es difícil suponer que frecuentara la escuela desde temprana edad. El progreso de Torún y la atención que prestaban los ciudadanos a la floreciente cultura del Renacimiento, inclinan a pensar en el mismo sentido. A estos datos amplios, de ambientación, hay que añadir un hecho fundamental. En 1483 muere el padre de Copérnico. Lucas Watzenrode, hermano de la madre de Copérnico, y que a partir de 1489 sería nombrado obispo de Warmia desempeñando en lo sucesivo un importante papel en la política de la nación, cuidó, más o menos directamente, del acomodo económico y espiritual de sus sobrinos. Para ello se preocupó de proporcionarles una amplia cultura e introducirlos en la carrera eclesiástica como medio de asegurarles una situación estable, al tiempo que un grado social considerado. Si es cierta la opinión de L. A. Birkenmajer [7], según la cual Copérnico estudió en la escuela catedralicia de Wloclawek, debió recibir desde la introducción en los estudios un adecuado conocimiento en astronomía, puesto que sus profesores descollaron en esta disciplina. En el caso de que se hubiese trasladado a Chelmno y hubiera estudiado con los Hermanos de Vida Comunitaria allí asentados, su formación no hubiera desmerecido, puesto que gozaban de prestigio como docentes y estaban inmersos en actividades editoriales que les ponían en contacto con toda la cultura europea del momento.

En 1491, a los 18 años de edad, Copérnico aparece inscrito en la Universidad de Cracovia. Aquí permanece hasta 1495. En este momento la Universidad de Cracovia mantiene la estructura medieval. Pese a que los métodos de enseñanza sean idénticos a los utilizados por ejemplo en la primera mitad del siglo XV, la aparición de nuevas ideas proporciona a la última parte de este siglo ciertos rasgos de transición, de modo que puede considerarse la primera fase del Renacimiento [8]. Por lo tanto, cuando Copérnico se inscribe en la Universidad de Cracovia las ideas renacentistas tienen ya muchos partidarios, las relaciones con Italia son abundantes y los Concilios de Constanza (1414-1418) y de Basilea (1431-1449) habían ya indirectamente extendido el Humanismo.

Conviene resaltar la importancia de los estudios astronómicos en Cracovia. Poseía esta ciudad desde principios de la centuria, una cátedra de Astronomía, a la que se añade una segunda de Astrología a mediados del siglo. Los astrónomos (astrólogos) de la Universidad son conocidos y estimados en toda Europa. En la «Crónica del mundo» escrita en 1493 por el historiador bávaro Hartmann Schedel, aparece resalta-

---

[7] Adamczewski, ob. cit., p. 38.

[8] Pawel Rybicki, «Science in Poland of the Renaissance Epoch», en *Poland the Land of Copernicus*, ob. cit., p. 100.

da la fama de la Universidad de Cracovia en este campo [9]. Por tanto, las preocupaciones y modificaciones que está sufriendo la astronomía renacentista son asimiladas por los profesores polacos, quienes, en algunos casos, mantienen relaciones de colaboración con los antecesores inmediatos de la revolución copernicana. Así, Marcin Bylica trabaja junto con el Regiomontanus sobre las tablas de situaciones de los planetas, basándose en las tablas alfonsíes: el célebre Brudzewo, que influyó decisivamente en la formación de Copérnico, comentó las *Theoricae novae planetarum* de Peuerbach (1423-1461) [10]. La Geometría y la Geografía son las otras ciencias más representativas en la Universidad de Cracovia, ciencias en las que demostró Copérnico poseer un alto nivel de destreza. Por los cursos que en esta época se impartieron, Copérnico pudo conocer los problemas concernientes a la esfera, los *elementos* de Euclides, las teorías planetarias, las tablas de los eclipses, el *Tetrabiblon* de Ptolomeo. Un buen elenco de materias para la formación de un astrónomo.

Durante su estancia en Cracovia como estudiante, dos hechos significativos acontecen. Primero, el descubrimiento de América (1492), que inicia el paso para mostrar prácticamente el mismo problema teórico que encabeza el libro I del *De Revolutionibus:* la redondez de la Tierra. El segundo lo constituye un acontecimiento más simbólico. El rey Casimiro Jagellon muere en ese mismo año y se le consagra un monumento funerario de mármol rojo en la catedral de Cracovia. Este monumento es el último elemento gótico de la catedral, sorprendiendo por la riqueza de sus formas y su violenta expresión. Representa el momento de entrada del Renacimiento en Polonia [11].

En 1496 marcha Copérnico a Italia para continuar sus estudios. Seguramente su tío, el poderoso obispo Watzenrode, desea para su sobrino una carrera similar a la suya. Y así en 1496, según reza el registro de la Universidad de Bolonia, quedó inscrito Nicolás Copérnico en el Colegio de la «nación alemana» (Matrícula Nobilissimi Germanorum Collegii) [12]. Allí debió estudiar derecho canónico, al menos había quedado matriculado, pero se sabe con más seguridad que mantuvo continuas relaciones con Domenico Novara, junto al que realiza observaciones astronómicas, lo que indica el alto nivel de conocimientos en este sentido adquiridos ya por Copérnico. Así también lo atestigua Rheticus cuando en la *Narratio Prima* afirma: «... en Bolonia mi señor

[9] *Idem,* p. 102.

[10] Adamczewski, ob. cit., pp. 66 y 67.

[11] Tadeusz Dobrowolski, *Les arts à Cracovie aux temps des études de Copernic,* Edition de l'Université Jagellone, Cracovia, 1973, p. 6.

[12] *Regesta Copernicana,* ob. cit., núm. 27, p. 38.

doctor, menos como alumno que como ayudante y testigo de las observaciones del muy docto varón Domenico María (...) llevaba sus apuntes con máxima exactitud...»[13].

Este enriquecedor contacto fructificó al menos en la primera observación de Copérnico que tenemos registrada: el eclipse de la estrella Palilicium (Alfa Tauri, Aldebarán) por la Luna el 9 de marzo de 1497[14]. En el Archivo Notarial Antiguo del Estado de Bolonia, aparecé registrado en este mismo año que el estudiante de derecho canónico Nicolás Copérnico delega sus funciones de canónigo de Warmia en dos compañeros de canonjía, para que se hagan cargo de sus funciones[15]. Por fin el poderoso obispo de Warmia ha conseguido afianzar a su sobrino, quien en adelante no sufrirá los problemas económicos que acechaban a los estudiantes, al tiempo que lo integraba en el Cabildo como hombre de confianza. Este cargo no exigía las órdenes religiosas y no existe documentación precisa a este respecto[16].

En el año jubilar de 1500, siendo pontífice Alejandro VI (Rodrigo Borgia), Copérnico visita Roma. Su estancia en la Ciudad Eterna se puede justificar por diversos motivos. No hay que descartar la simple intención de acudir al jubileo aprovechando su estancia en Italia. También es posible que pretendiera realizar las prácticas de derecho eclesiástico en la Curia Romana, prácticas preceptivas para los canónigos. Mucho más cuestionable es la suposición de que diera conferencias de matemáticas y astronomía y de que ofreciera ante la presencia del papa Alejandro VI un avance de la posteriormente famosa teoría heliocéntrica. De todos modos, en la *Narratio Prima,* Rheticus reseña que Copérnico «disertó sobre matemáticas ante una amplia audiencia de estudiantes y ante numerosos hombres importantes y expertos en esta rama del saber»[17]. La afirmación de Rheticus se ha puesto en entredicho, con fundamento, por la crítica posterior[18]. Koestler, extraor-

---

[13] Rheticus (1514-1576) profesor de matemáticas en Wittenberg, desempeñó un importante papel en la publicación del *De Revolutionibus,* como se verá en la segunda parte de esta Introducción. Cito la *Narratio Prima,* por *Three Copernican Treatises,* trad., introducción y notas de E. Rosen, Dover Publications, Inc. New York, 2.ª ed., 1959, p. 111.

[14] *De Revolutionibus,* IV, 27.

[15] *Regesta Copernicana,* núm. 30, pp. 39-40..

[16] E. Rosen, «Copernicus was not a Priest», en *Proceeding of the American Philosophical Society,* vol. 104, núm. 6, p. 656. En este mismo sentido insiste el prof. Dobrzycky, «Nicolás Copérnico, su vida y su obra», en *Nicolás Copérnico, 1437-1973,* ob. cit.

[17] Rosen, *Three Copernican Treatises,* ob. cit., p. 111.

[18] *Regesta Copernicana,* ob. cit., núm. 36, p. 42.

dinariamente escéptico ante cualquier valoración personal del «tímido canónigo», como gusta llamarle, se extraña de que un acontecimiento de este tipo no hubiese despertado ningún eco y no hubiera sido oportunamente anotado en la «hiperdespierta» Italia, deseosa de recoger y comentar cualquier novedad que aconteciera en el mundo [19].

En todo caso, parece muy significativo que, durante el período romano y el inmediato anterior en Bolonia, se hayan registrado observaciones realizadas por Copérnico, referentes a las conjunciones de los planetas con la Luna, o bien al eclipse de Luna que se produjo durante su estancia en Roma, el 6 de noviembre de 1500 [20]. El interés por las observaciones astronómicas y el hecho de que conservase las mediciones realizadas durante su residencia como estudiante en Italia, bien puede ser un síntoma de que estaba cuajando la idea heliocéntrica que dominó durante toda su vida.

En la primavera de 1501, los hermanos Nicolás y Andrés Copérnico abandonan Italia para regresar a Polonia. En julio de ese mismo año están presentes en el capítulo de Warmia (Anno MCCCCCI. In die Panthaleonis martyris). Nicolás que había estado estudiando tres años con el permiso del Capítulo, solicitó extender su permanencia en Italia durante dos años más para completar su formación. El Capítulo accede a lo solicitado, ya que Nicolás Copérnico promete estudiar medicina y de esta manera podía atender en el futuro como médico al Obispo y a los miembros del Capítulo. Su hermano Andrés también consigue el correspondiente permiso.

En 1501 inicia Copérnico en Padua los estudios de medicina, inscrito en el Colegio Polaco. La Facultad de Medicina de Padua gozaba en aquel momento de fama en toda Europa. «La enseñanza comprendía las fiebres, las enfermedades de más arriba del corazón hasta la cabeza y otras más abajo del corazón hasta los pies. Se enseñaba también la cirugía, pero todas las cauterizaciones y cortes estaban prohibidos a los eclesiásticos en el ejercicio de la cirugía. Solamente después de la Bula del Papa Sixto IV, que permaneció en el trono papal en los años 1471-1484, podía llevarse a cabo las investigaciones científicas con cadáveres humanos. No existen, sin embargo, pruebas demostrativas de que Copérnico realizara operaciones quirúrgicas» [21]. Los estudios de medicina estaban distribuidos durante los tres cursos de la siguiente manera. En el primero se estudiaban los *Cánones* de Avicena, como medicina teórica. En el segundo los *Aforismos* de Hipócrates, con co-

---

[19] A. Koestler, *Los sonámbulos. Historia de la cambiante cosmovisión del hombre*, EUDEBA, 1963, p. 133.

[20] *De Revolutionibus*, IV, 14.

[21] Adamczewski, ob. cit., p. 84.

mentario de Galeno, y el *Libro de pronósticos* de Hipócrates. En el tercero el *Microtegmus* de Galeno. Completaba a estos autores básicos el estudio de las obras de Aristóteles, Plinio, Aegidius, Carboniensis y otros [22]. La biblioteca de Copérnico, que en la actualidad se encuentra en la Universidad de Upsala, nos ofrece las anotaciones que realizara en sus libros. La mayor parte de ellas son de tipo médico. Recetas útiles que a veces escribía también en las obras astronómicas. Cierto escepticismo o humor puede desprenderse de estas anotaciones, como cuando indica que «si Dios quiere, surtirá efecto» [23].

Los tres años de estancia en Padua debieron ser muy apacibles. Vivió el ambiente humanista que dicha Universidad respiraba y continuó el estudio del griego como el mejor medio de acercarse a los filósofos antiguos, muchas de cuyas obras no habían sido traducidas todavía. Parece ser que durante este período, plenamente renacentista, estructuró las líneas maestras de su sistema. La razón de este supuesto se basa en que pocos años después difundió entre sus amigos un breve esbozo sobre su teoría heliocéntrica. Curiosamente no ha quedado anotada ninguna observación astronómica de esta época.

El 31 de mayo de 1503 se doctora en Derecho Canónico en la Universidad de Ferrara, donde nunca había estudiado. Este episodio ha llamado la atención de los historiadores, que han buscado, como es lógico, razones que lo justifiquen. Una de ellas se fundamenta exclusivamente en motivos económicos. Doctorarse en Ferrara era mucho más barato, sobre todo si se evitaban las copiosas invitaciones con las que el nuevo doctor debía obsequiar a sus compañeros. Otra, que no excluye la anterior, se fundaría en la mayor facilidad para conseguir el doctorado. Además, si se doctoraba en Medicina por Padua, debía hacerlo también en Filosofía; escogió entonces Derecho, y uno sólo de los derechos, el Canónico. Así resolvía de la manera más simple el problema de volver a su Capítulo con un título que justificara su larga permanencia en Italia. El Archivo Notarial Antiguo de Ferrara conserva en sus actas la anotación, según la cual Nicolás Copérnico de Prusia, canónigo de Warmia y escolástico de la Iglesia de la Santa Cruz de Wroclaw, que estudió en Bolonia y en Padua, recibió el doctorado en Derecho Canónico que le ha sido conferido por la Universidad de Ferrara (1503 die ultimo mensis Maii Ferrarie in episcopali palatio sub lodia horti) [24].

---

[22] *Idem.*

[23] Leonard Jarzebowski, *Biblioteka Mikolaja Kopernica*, Towarzystwo Naukowe W. Toruniu, Torún, 1971. De la página 17 a la 26 comenta los libros utilizados por Copérnico para el estudio.

[24] *Regesta Copernicana*, ob. cit., núm. 44, p. 45.

Copérnico regresó a su patria y ya nunca volvió a salir de ella. Tenía 30 años.

Desde el regreso de Italia, inmediatamente después de alcanzado el grado de doctor, Copérnico vive en el castillo de Lidzbark, sede del oblispo de Warmia, Lucas Watzenrode. En la corte del obispo, uno de los magnates políticamente más importante en ese momento, actúa como hombre de confianza, secretario particular y también como médico. De esta última tarea al lado del obispo conservamos documentación escrita. Se refiere a la decisión del Capítulo de adscribir a Copérnico «puesto que se le consideraba conocedor del arte de la medicina» al servicio directo del obispo [25]. Sin embargo, en la documentación inmediatamente anterior a esta decisión capitular, aparece Copérnico acompañando ya a su tío en los actos políticos. La decisión del Capítulo confirma una situación de hecho. Tal situación duró hasta la muerte del obispo el 12 de marzo de 1512.

Durante los casi nueve años que dura este período, la actividad de Copérnico es intensa. Tres tipos de tareas resaltan: la política, la literaria y la astronómica. La primera es, sin duda, la más importante si atendemos a la documentación reseñada y conservada, en la que aparece el nombre de Copérnico junto al del obispo Watzenrode. Lejos de la apacibilidad que puede suscitar el término «canónigo», la vida del astrónomo se asemeja más al dinamismo e inquietud humanista que caracteriza a los hombres del Renacimiento. Pudiera ser que en el caso de Copérnico la preocupación por los asuntos políticos respondiera más a la necesidad que a una deseada participación. De todos modos es bastante aventurado construir hipótesis sobre los resortes psicológicos que le impulsaron, sobre todo si tenemos en cuenta la parquedad de la documentación en este sentido. De lo que no cabe duda es de la excepcional situación en la que se encontró como testigo y elemento activo en la revuelta política del momento. Elemento activo siempre a la sombra de un poder más fuerte, el Obispo o el Cabildo. Lucas Watzenrode era prácticamente un soberano en Warmia. Su sede, el castillo de Lidzbark, se regía con el protocolo de un palacio real. Como presidente de la asamblea de los estados prusianos y senador del Estado Polaco participaba en todos los acontecimientos políticos importantes. Su preocupación por establecer un reino polaco fuerte y unido y su deseo de expulsar a la Orden Teutónica, motivó que el rey le llamara «el más valeroso soporte de su dinastía y más fiel ciudadano de su reino», y los caballeros teutónicos lo denominaron «demonio encarnado». No es extraño, que en este ambiente, cualquier actividad humanística o científica quedara relegada ante los urgentes conflictos que

[25] *Idem*, núm. 50, p. 48.

precisaban una solución inmediata. También es cierto que esta circunstancia le tuvo al tanto del desarrollo de la cultura europea y, por otra parte, los quehaceres que necesariamente le ocupaban influirían en el sentido de su obra teórica, buscando más allá de las meras «hipótesis» un procedimiento para solucionar los problemas de cálculos y de calendarios que la sociedad tenía planteados [26].

La actividad literaria de Copérnico en este período, y poco más conocemos de sus intereses poéticos y filosóficos, se plasma en la versión al latín «según mis luces», de 85 breves cartas de un historiador bizantino del siglo VII, Teofilacto Simocatta. La versión fue publicada en la segunda mitad del año 1509 con el título *Epistolae morales rurales amatoriae. Nicolao Copernico Interprete.* Precede a la traducción un poema de Wawrzyniec Korwin, amigo y profesor de Copérnico en Cracovia, y está dedicada a «Lucas obispo de Warmia» [27]. Koestler se ensaña con Copérnico al comentar esta producción literaria. Le atribuye una prudencia que le alejaría del más estricto espíritu humanista, puesto que ha elegido a un autor griego-latino, con lo que al traducir una obra griega complacía al espíritu renacentista que empezaba a tener fuerza en los países septentrionales, al tiempo que el contenido de las epístolas no se separa de una moral cristiana aceptada, «con un prosaísmo y una piedad tan impecables que ni siquiera un monje fanático podía formular objeciones contra él». Sin despreciar las a veces agudas, aunque en la mayor parte de las ocasiones excesivas y desproporcionadas, apreciaciones de Koestler, nos inclinamos a pensar que responden a las mismas circunstancias que colocan a Copérnico entre la Edad Media y la forjación de los tiempos modernos. Pues, como parece desprenderse de la dedicatoria, cree oportuno hacer accesible la literatura griega, al tiempo que matiza las epístolas amatorias, puesto que «son tan puras que bien pudiera llamárseles epístolas morales».

Mayor interés revisten, al menos para nosotros, las actividades científicas en este tiempo. No cesó su tarea como observador. En junio de 1509 examina el eclipse de Luna sobre el meridiano de Cracovia *(De Rev.* IV, 13); en Frombork, durante la noche del 6 al 7 de octubre, un eclipse total de Luna *(De Rev.* IV, 5); en enero de 1512 observa la conjunción de Marte con la primera estrella de la constelación Libra

---

[26] Hans Schmauch, «Aus dem leben des Nikolaus Coppernicus», *Westpr. Jahrb.*, núm. 15, 1965, pp. 62-65. Karol Górski, «Les idées politiques de Lucas Watzenrode», *Anciens Pays Assembl.*, vol. 48, pp. 39-76.

[27] Teofilakt Symokatta, *Listy*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Wroclaw, 1953. Esta edición comprende un estudio preliminar por Ryszard Gansiniec, una reproducción facsímil de las *Epístolas*, la versión de Copérnico y el texto griego.

(De Rev. V, 19). Creo que, para valorar la actividad como astrónomo desarrollada por Copérnico, es bastante significativa la alusión que, en el prólogo a las antes mencionadas *Epístolas,* realiza su amigo Korwin. En este prólogo versificado, además de indicar que acompaña en todo momento al obispo de Warmia, señala también que Copérnico examina y describe los movimientos de la Luna, el Sol y las estrellas, al tiempo que los interpreta con sólidas bases. No se puede descartar el valor de semejante afirmación, emitida por un amigo y seguramente buen conocedor de las actividades que realizaba.

Hacia 1507 escribe Copérnico uno de los documentos más importantes para la historia de la ciencia, el *Commentariolus.* Aunque las copias manuscritas de este documento no indican la fecha de su confección, un precioso artículo, modelo de investigación historiográfica, de Aleksander Birkenmajer, «Le premier système heliocentrique imaginé par Nicolas Copernic» [28], ha colocado la fecha antes señalada como digna de todo crédito. Frente a la opinión de los biógrafos, que venían datando el *Commentariolus* hacia 1533 ó 1539, haciendo de él un simple resumen del *De Revolutionibus,* a la manera de la *Narratio prima* de Rheticus, y quizá impulsado Copérnico por el deseo de darse a conocer independientemente del escrito de su discípulo, esta precisión histórica de aparente inocuidad encierra una mayor relevancia. Su importancia estriba en que Copérnico confecciona un sistema heliocéntrico diferente al que posteriormente aparecerá en su obra definitiva, el *De Revolutionibus.* Dos fragmentos del anterior artículo de Birkenmajer mostrarán en síntesis la diferencia entre las dos concepciones heliocéntricas de Copérnico. «El contenido del *Commentariolus* presenta un pequeño resumen del sistema heliocéntrico del mundo; pero el mecanismo de este sistema difiere completamente del que se encuentra en el *De Revolutionibus.* En esta última obra, la foronomía del sistema heliocéntrico es en sustancia una copia directa de la foronomía del sistema geocéntrico clásico, ptolomaico: el planeta describe un círculo, el epiciclo, cuyo centro recorre un círculo deferente, excéntrico en relación al Sol. En el *Commentariolus,* por el contrario, la foronomía de los movimientos planetarios es, excepto en el caso de la Tierra, sensiblemente más complicada (aunque en el fondo más elegante): el planeta describe un primer epiciclo, el centro del cual se mueve sobre la periferia de un segundo epiciclo, cuyo centro recorre un círculo deferente que ya no es, como en Ptolomeo, excéntrico con relación al Sol, sino que su centro coincide con el centro del mundo,

[28] *La Pologne au VII Congrès international des sciences historiques,* Varsovie, 1933, recogido en *Studia Copernicana, IV, Etudes d'histoire des sciences en Pologne,* Ossolineum, Warszawa, 1972.

es decir con el centro del Sol. Hablando de otra manera, se podría caracterizar al mecanismo del *De Revolutionibus* con el adjetivo «excentroepicíclico», al del *Commentariolus* por el adjetivo «concentro-biepicíclico» (...) El *Commentariolus* afirma que la excentricidad de la órbita terrestre posee siempre el mismo valor y que el lugar del «apogeo solar no cambia su posición entre las estrellas fijas. Ahora bien, esto no es así en el *De Revolutionibus* y Copérnico mismo nos informa de que han sido sus propias observaciones, ejecutadas en 1515, las que le han forzado a abandonar las opiniones respecto de Ptolomeo, es decir aquellas en las que se muestra partidario en el *Commentariolus*» [29].

Esta obra circuló en copias manuscritas entre los estudiosos de la ciencia. Tycho Brahe, por ejemplo, la conoció. Sin embargo, no fue impresa hasta el año 1878 por Maximilian Curtze, que encontró una de las copias en la Biblioteca Imperial de Viena. El breve tratado, con el título *Nicolai Copernici de hypothesibus motuum caelestium a se constitutis commentariolus*, no tuvo la difusión de las grandes obras renacentistas. Los científicos acudieron paulatinamente a los nuevos progresos más precisos de la astronomía, sobre cuyas bases matemáticas debían realizar sus cálculos y predicciones. Para los humanistas la obra de Copérnico era demasiado técnica, aunque el *Commentariolus* está desprovisto de bagaje matemático. No obstante, el mito de Copérnico se fue extendiendo en multitud de alusiones superficiales, hasta que la historia de la ciencia adquiere nueva textura hacia finales del siglo XIX. Pero el espíritu del significado revolucionario en la ciencia de la obra de Copérnico fue perfectamente asimilado.

El *Commentariolus* empieza con una breve exposición histórica que escasamente puede ocupar una página. En ella se refiere a cómo nuestros antepasados utilizaron un gran número de esferas celestes para salvar el movimiento aparente de los planetas (apparentem in sideribus motum), atendiendo al principio de la regularidad. Para ellos era absurdo que los cuerpos celestes, esferas perfectas, no tuvieran un movimiento uniforme. Callipo y Eudoxio utilizaron esferas concéntricas para explicar todos los movimientos de los planetas, y así intentaron esclarecer no sólo los movimientos aparentes (irregularidades en la dirección), sino también el hecho de que estos cuerpos aparezcan unas veces más altos en los cielos y otras más bajos. Pero este hecho es incompatible con el principio de la concentricidad. Entonces pareció mejor emplear excéntricos y epiciclos. Pero Ptolomeo y otros muchos astrónomos, aunque diesen razón de los cálculos, incurrieron en una grave dificultad: los planetas no se movían con velocidad uniforme ni con respecto al deferente ni con respecto al centro de su epiciclo. Por lo tanto no es

[29] Idem.

un sistema absoluto (especulativo) ni satisface a la razón. En consecuencia, Copérnico considera que puede encontrar una composición de los círculos más razonable, con la que pueda justificarse la aparente desigualdad y salvar el movimiento uniforme. Para ello cree haber encontrado procedimientos más simples, siempre y cuando se concedan los siguientes postulados o axiomas:

1. No hay un centro único de todos los círculos celestes o esferas [30].
2. El centro de la Tierra no es el centro del universo, sino sólo el centro de gravedad (sed tantum gravitatis) y el de la esfera lunar [31].
3. Todas las esferas (omnes orbes) giran alrededor del Sol, el cual está en el centro de todo, por esta razón el Sol es el centro del mundo.
4. La razón (comparationem) entre las distancias del Sol y de la Tierra a la altitud del firmamento es menor que la razón entre el radio de la Tierra a su distancia del Sol, por lo que la distancia de la Tierra al sol es insensible en comparación con la altura del firmamento.
5. Todo movimiento que aparece en el firmamento no se origina a causa del movimiento del firmamento mismo, sino a causa del movimiento de la Tierra. Así, pues, la Tierra con sus elementos próximos (los elementos que la rodean) realiza una rotación completa alrededor de sus polos fijos en un movimiento diario, permaneciendo inmóvil el firmamento y el último cielo.
6. Lo que se nos aparece como movimientos del Sol no son ocasionados por éste, sino por el movimiento de la Tierra y de nuestra esfera, con la que giramos alrededor del Sol como cualquier otro planeta (sidus) y así la Tierra tiene varios movimientos.

---

[30] Se puede advertir fácilmente que en las «petitio» del *Commentariolus* domina la idea de las esferas celestes. Esto es, siguiendo la tradicción de Eudoxio y Callipo, asumida por Aristóteles y la ciencia antigua, los astros están fijados en una especie de casco de esfera con suficiente espesor para justificar los movimientos de los planetas. En el *De Revolutionibus* utiliza con más frecuencia el término «orbis», que tanto puede significar orbe como órbita. No cabe duda que Copérnico mantuvo la concepción aristotélica de las «esferas celestes» antes señaladas, pero la preocupación por los cálculos matemáticos en el *De Revolutionibus* inducen a que se desvanezca la imagen física (o metafísica) de los cascos de esfera, bajo la precisa atención que debe prestarse a los cálculos lineales.

[31] Este postulado salva la distinción aristotélica entre mundo sublunar y supralunar. El centro de la Tierra sigue siendo el lugar natural al que tienden los cuerpos pesados (tierra, agua), pues esto significa la gravedad para Aristóteles.

7. Lo que nos aparece como retrogradación o progresión de los planetas, no proviene de sus movimientos, sino del movimiento de la Tierra. Por tanto el movimiento de ésta es por sí solo suficiente para explicar la diversidad de los movimientos aparentes en el cielo.

Una vez aceptadas estas «petitio», Copérnico se compromete a salvar la uniformidad de los movimientos de un modo sistemático. Omite, en razón de la brevedad, las demostraciones matemáticas, dejándolas para un mayor volumen. Contra quienes creen que la afirmación del movimiento de la Tierra no es más que una proposición gratuita tomada de los pitagóricos, Copérnico promete exponer rigurosas pruebas, al tiempo que les señala a los filósofos de la naturaleza (physiologi) que la argumentación de la inmovilidad de la Tierra está fundada en las apariencias.

A continuación, en siete muy breves capítulos, desarrolla la estructura de las esferas celestes y las líneas generales que posibilitarán posteriores cálculos matemáticos. El primero enumera el orden de las esferas celestes: la más alta es la esfera de las estrellas fijas, que contiene y proporciona la posición a todas las demás. Le siguen Saturno, Júpiter, Marte, la esfera en la que gira la Tierra, Venus y Mercurio. La esfera de la Luna gira alrededor del centro de la Tierra y se mueve con la Tierra como un epiciclo. En el mismo orden superan unos planetas a otros en la velocidad de la revolución, según que su órbita sea mayor o menor. Es la primera vez en la historia de la ciencia que se ordena el sistema planetario a tenor de las velocidades de revolución. Termina el capítulo indicando los tiempos que cada uno de los planetas emplea en dar la vuelta al Sol: Saturno treinta años, Júpiter doce, Marte dos, la Tierra uno, Venus nueve meses, Mercurio tres meses.

El tercer capítulo lleva por título: «De los movimientos aparentes del Sol». Dentro del desarrollo esquemático que caracteriza al *Commentariolus*, no es de extrañar que empiece diciendo; «La Tierra tiene tres movimientos» (Terra triplici motu circumfertur), porque cuando se trata de los movimientos aparentes del Sol, realmente lo que se está determinando son los movimientos de la Tierra. Estos movimientos se han mantenido en la historia de la astronomía con precisiones de forma (Kepler) y determinaciones más exactas (sobre todo en los cálculos realizados en el siglo XIX), pero habiendo dado ya una imagen del sistema planetario, que corresponde sustancialmente a la común representación que de él tenemos. Por el primer movimiento, el de traslación, la Tierra «gira anualmente en un gran círculo alrededor del Sol, siguiendo el orden de los signos (del Zodíaco) y describiendo siempre arcos iguales en tiempos iguales. La distancia del centro del círculo al centro del Sol es de 1/25 del radio de este círculo». En consecuencia

la órbita descrita por la Tierra es excéntrica con respecto al Sol, pero podemos considerar que la excentricidad es prácticamente nula en la máquina del universo, si tenemos en cuenta lo que a continuación dice Copérnico y que ya había señalado en la «petitio» cuarta: la longitud de este radio es imperceptible si se compara con la altitud del firmamento.

«El segundo movimiento que es peculiar de la Tierra, es el de rotación diaria sobre los polos, según el orden de los signos (del Zodíaco), esto es, de Oeste a Este. A causa de esta rotación el universo entero parece girar con una gran velocidad. Así toda la Tierra gira con las aguas que lleva y el aire vecino».

El tercer movimiento es el de «desviación» o «declinación» (motus *declinationis*). «Pues el eje de la rotación diaria no es paralelo al eje del gran círculo, sino que es oblicuo a él según un ángulo que intercepta una parte de la circunferencia, en nuestro tiempo (saeculo) es de 23 grados y casi medio» [32].

En los capítulos, o apartados, siguientes describe Copérnico los movimientos de la Luna y los restantes planetas. Se preocupa especialmente de suprimir los ecuantes, cuya introducción en la máquina del universo en los tiempos de Ptolomeo impedía que se cumplieran los axiomas básicos: movimientos uniformes y circulares. También desaparecen los grandes epiciclos, que ahora son sustituidos por el movimiento de traslación de la Tierra. Busca una reducción de círculos, para explicar fenómenos semejantes a los de la teoría geocéntrica, intentando de esta manera alcanzar uno de sus ideales propuestos, la sencillez y la economía. Así puede terminar el *Commentariolus* diciendo que «Mercurio se mueve sobre siete círculos en total; Venus sobre cinco; la Tierra sobre tres; finalmente Marte, Júpiter y Saturno sobre cinco cada uno. Así pues, con treinta y cuatro círculos es suficiente para explicar la estructura completa de los planetas (siderum)». El *De Revolutionibus* menguaría esta afirmación tan optimista, modificando bastantes afirmaciones del *Commentariolus* y sobre todo aumentando el número de círculos para poder salvar adecuadamente las apariencias.

Desde la muerte de Lucas Watzenrode (1512) hasta la llegada a Frombork (Frauenburg) (1539) del joven profesor de la Universidad de Wittenberg, Georg Joachim Rheticus, transcurren los años de más intensa actividad de Copérnico. Se ha señalado que la vida del canónigo de

[32] Según la determinación de Newcomb sobre la oblicuidad, para 1900 era de 23°, 27', 8''. 26; dada la base de una disminución anual de 0''. 4684, el valor para el año 1540 sería de 23°, 29', 57'' *(American Ephemeris and Nautical Almanac for 1940,* Washington, D.C., 1938, p. XX). La nota está tomada de Rosen, ob. cit., p. 64.

Frombork no estuvo caracterizada precisamente por la tranquilidad y el sosiego. Una ojeada a la documentación existente nos la muestra llena de las más diversas actividades inherentes a sus tareas político-administrativas como miembro del Cabildo de Warmia. No se descarta la posibilidad de que su tío, el viejo político Watzenrode, hubiera pretendido que le sucediera en el obispado. Marginando cualquier elucubración sobre este hecho, es de todos modos indicativo del papel que, al menos en orden a la política provincial, desempeñaba Copérnico. No vamos a detallar sus actividades sobre las que se ha escrito suficiente literatura, pero sí al menos enumerarlas como muestra de la variedad de tareas asumidas, que hacen, sin duda, de Copérnico un hombre inmerso en cuestiones prácticas. Quizás sea este último rasgo uno de los más determinantes de la biografía de Copérnico.

A la muerte del obispo Watzenrode, Copérnico abandona el castillo de Lidzbark y se asienta en Frombork, ciudad que ya no abandonará, excepto en contados y pequeños lapsos de tiempo, hasta su muerte. Debe atender las más variadas ocupaciones. No fue la menor su actividad como médico, aunque solamente sobresaliera como «práctico» utilizando procedimientos generalizados de la medicina medieval. Las anotaciones médicas en los libros de su biblioteca indican su preocupación por resolver las cuestiones que en tal sentido pudieran planteársele, sin atender a teorizar o sistematizar sus conocimientos.

Tiene mayor relieve su atención a la reforma del calendario, que preocupaba a toda Europa y muy especialmente a la Sede Romana, todavía centro del saber y de las decisiones comunes a todo el mundo cristiano. En la primera mitad de 1513, Pablo de Middelburg, obispo de Fossombrone, invita a Copérnico, por medio de una carta, para que participe en la tarea de reformar el calendario [33]. No hay que desechar la posible influencia en el proyecto presentado por el obispo de Fossombrone, del plan de reforma confeccionado por Copérnico y enviado a Roma. En este sentido hay que señalar también la serie de observaciones registradas durante el año 1515, serie poco común dentro de las relativamente escasas que conservamos. Posiblemente estuvieran relacionadas con la necesidad de modificar el calendario juliano [34].

En 1516, el mismo obispo de Fossombrone informa al Papa León X de los numerosos escritos recibidos en el Concilio de Letrán indicando la necesidad de reformar el calendario. Tales escritos eran enviados por Universidades o por individuos particulares, entre estos últimos se se-

[33] La carta es mencionada en el Prefacio del *De Revolutionibus.*

[34] Corresponden al año 1515 las siguientes observaciones mencionadas en el *De Revolutionisbus: De Revol.*, III, 2; *De Revol.*, III, 2; *De Rev.*, III, 16; *De Revol.*, III, 13 y 18; *De Revol.*, III, 16.

ñala el nombre de Nicolás Copérnico, de la diócesis de Warmia (Nicolaus Coppernicus Warmiensis) [35]. Copérnico es consciente de la urgencia en la reforma, pero unos cuantos años después, cuando escribe el prefacio al *De Revolutionibus,* todavía no considera que se hayan hecho las suficientes mediciones para llevar a cabo con exactitud la distribución anual. «No hace mucho tiempo, bajo León X, cuando en el Concilio de Letrán se debatía la cuestión de la reforma del calendario eclesiástico, este tema quedó sin solución únicamente porque las dimensiones del año y de los meses y los movimientos del Sol y de la Luna se estimó que no estaban suficientemente bien medidos. Desde entonces he tenido el cuidado de estudiar estas cosas de una forma más exacta, animado por el muy célebre Pablo, obispo de Fossombrone, que entonces había presidido estas deliberaciones. En cuanto a lo que yo he aportado en este orden de estudios, lo someto al juicio de Tu Santidad, así como al de todos los otros sabios matemáticos.»

La función administrativa del Cabildo, en la que está involucrado Copérnico como su tarea habitual, le obliga a atender cuestiones financieras, como es la reforma monetaria. En 1517 prepara una primera versión del tratado sobre la reforma monetaria en la Prusia Real [36]. En 1519 escribe un segundo tratado a petición del Consejo de Prusia [37]. En 1528 escribe la versión definitiva de este tratado con el título *Monete cudende ratio* [38]. El problema se había planteado por una devaluación de la moneda, fenómeno también frecuente en la Europa de aquel momento, pero que en Polonia (Prusia Real) venía acrecentado por la existencia de varios tipos de moneda y las falsificaciones introducidas por la Orden Teutónica. La disertación de Copérnico se fundaba en la necesidad de equiparar la moneda prusiana y la polaca, estableciendo una única casa de la moneda que diera estabilidad a la misma. La Orden Teutónica venía comprando las monedas valiosas, ricas en plata, pagando con otras de inferior calidad engañando a las gentes ignorantes y comprometiendo la economía del país. Los estados de la Prusia Real recogieron las consideraciones presentadas por Copérnico.

Entre las múltiples ocupaciones que Copérnico atendió (ejecución de testamentos, control de la caja destinada a la ampliación y mantenimiento de la catedral, atención al armamento de la fortaleza, cuidado del reloj mecánico...) llama la atención otra tarea que se plasmó

---

[35] *Regesta Copernicana,* ob. cit., núm. 103, p. 67.

[36] *Idem,* núm. 144, p. 80.

[37] *Idem,* núm. 196, p. 97.

[38] *Idem,* núm. 284, p. 133. Hay varias versiones de este tratado en la Biblioteca Nacional de Madrid. Forma parte del volumen III de la Opera Omnia.

en un breve escrito: sobre la relación entre el pan, el grano empleado y los precios de ambos (Ratio panaria Allensteinnensis secundum precia frumentorum tritici et siligenis) [39].

Una obra de cuidadosa impresión nos pone hoy al tanto de las actividades de Copérnico como colonizador (asentador de colonos) de las tierras devastadas pertenecientes al Cabildo [40]. El Cabildo de Warmia poseía un tercio del total del territorio, al obispo pertenecían los dos tercios restantes. Después de las guerras en el siglo XV contra los Caballeros de la orden Teutónica era necesario reconstruir los bienes del Capítulo. Muchas de las tierras habían sido abandonadas por sus colonos durante estas guerras. Se precisaba repoblarlas. Esta tarea se le encomendaba al administrador de los bienes del Capítulo, cargo que en varias ocasiones ostentó Copérnico.

A todo esto, la Prusia Real se hallaba seriamente amenazada por la Orden Teutónica, que quería dominar de nuevo sobre las tierras que había poseído hasta los últimos decenios del siglo XV. Durante el año 1520 se entabla una guerra abierta con dicha Orden. Copérnico organiza la defensa del castillo de Olsztyn. La casa de Copérnico en las afueras de Frombork es incendiada y seguramente se perdieron parte de los instrumentos que utilizaba en las mediciones. Los documentos conservados de este período dan muestra de las continuas escaramuzas. Entre ellos resalta una carta solicitando ansiosamente los servicios del rey de Polonia y exponiendo la crítica situación en la que se encuentran ante la carencia de hombres de armas, al tiempo que expresa una completa adhesión a Su Majestad. La carta, fechada el 16 de noviembre de 1520, fue interceptada por la Orden Teutónica, pero la ayuda real llegó a tiempo.

EL IMPULSO DE RHETICUS

Las diversas actividades, anteriormente reseñadas, sirven de contrapunto a la tarea que realmente ha dado fama al canónigo de Frombork, la confección de su «obra mayor» el *De Revolutionibus.*

---

[39] *Regesta Copernicana,* ob. cit., núm. 322, pp. 147-148.

[40] Nicolai Copernici, *Locationes mansorum desertorum,* Editado por Marian Biskup, Olsztyn, 1970. Este libro, en gran formato, contiene un estudio introductorio en polaco, inglés, francés, alemán y ruso, una reproducción del códice original, según las fotocopias que conservaba en su biblioteca Hans Schauch en Münster, pues los originales, salvo un par de páginas, se dañaron irreparablemente en la segunda guerra mundial. También contiene una transcripción en latín y la correspondiente traducción al polaco. Las abundantes notas están en polaco.

La labor astronómica de Copérnico puede dividirse en dos etapas. El hito separador lo constituye la muerte de su tío Lucas Watzenrode y el abandono, en consecuencia, de las funciones de secretario. La nota distintitva del primer período (a partir de su estancia en Italia) vendría expresada por la forjación de un sistema, momento creador, que superase la concepción homocéntrica de Eudoxio y la confección de ecuantes y epiciclos de Ptolomeo. El segundo presenta como rasgos característicos los pacientes cálculos y el mayor número de observaciones. Así, pues, todos estos años de intensa actividad administrativa se ven compensados por la paciente elaboración de la idea heliocéntrica. Seguramente Copérnico buscaba en la regularidad de los astros el sosiego que no podía proporcionarle la complejidad de las relaciones humanas.

La génesis y desarrollo del sistema copernicano no se conoce con seguridad. Por eso conviene aludir aquí también a uno de los pocos documentos astronómicos [41] que conservamos de Copérnico, fechado el 3 de junio de 1524. Tiene la forma de carta *(Carta contra Werner)* en la que defiende la autoridad de Ptolomeo. Quizás se trataba de un escrito de circunstancias dentro de la ortodoxia ambiente.

Bernard Wapowski, Canónigo de Cracovia y Secretario del rey de Polonia, envió a Copérnico una pequeña obra de Juan Werner relativa al movimiento de la octava esfera *(De motu octavae sphaerae)*, rogándole diera su opinión sobre este trabajo. Werner había publicado en Nuremberg algunos estudios sobre matemáticas, que constituyen documentos importantes en la historia de esta ciencia y que ya en el siglo XVI eran buscados con ahínco por los estudiosos [42]. En el trabajo referente a la octava esfera criticaba Werner los cálculos realizados por los antiguos astrónomos. Copérnico responde a Bernard Wapowski atacando duramente estas afirmaciones.

Hay dos aspectos en el escrito de Copérnico que deben ser resaltados. Por una parte, constituye un auténtico tratado de astronomía, las apreciaciones de Werner son contestadas con mediciones y sobre todo con una ordenación y defensa de los cálculos realizados por los antiguos, tomando siempre como base la *Gran Sintaxis* de Ptolomeo. Por otra, mantiene una clara defensa de los astrónomos antiguos, que expresa una constante en el pensamiento de Copérnico. En este sentido

---

[41] El *De Revolutionibus*, el *Commentariolus* y la *Epistula ad Bernardum Wapowski contra Wernerum*, constituyen toda la documentación astronómica que conservamos de Copérnico.

[42] Rosen, *Three Copernican Traatises*, ob. cit., p. 7, recoge una serie de documentos relativos a correspondencia mantenida por Kepler, en los que muestra la apasionada búsqueda en estas obras.

es evidente que no quiere aparecer como elemento de ruptura con la tradición. Este aprecio por las investigaciones pasadas tiene metodológicamente un fuerte valor, en cuanto precisaba de ellas para los cálculos sobre períodos de tiempo largos. En consecuencia son imprescindibles las mediciones realizadas en tiempos anteriores. Pero muestra también una de las características bien conocidas del primer Renacimiento: la exaltación de una edad de oro que ostentaba un grado más alto de saber.

Además, esta carta ofrece otro aspecto. Las citas y la atención al pensamiento de Aristóteles abundan más que en las restantes obras. Por ejemplo, al empezar la carta, cita, seguramente de memoria, a Aristóteles con una frase que condensa el espíritu de toda la epístola: «deberíamos estar agradecidos no sólo a los filósofos que han hablado correctamente, sino también a aquellos que lo han hecho con incorrección, porque el hombre que desea alcanzar el camino correcto, frecuentemente adquiere no poca ventaja conociendo los caminos erróneos» [43]. En este mismo sentido le recuerda a Werner la aristotélica definición de que «el tiempo es el número o medida del movimiento de los cielos considerado como "antes" y "después"» [44]. La *Epístola contra Werner* no fue publicada por primera vez hasta 1854.

Y sin embargo, hacia 1530 el *De Revolutionibus* estaba terminado. Pero con frecuencia los nuevos cálculos le obligan a retocar anotaciones anteriores. Adquiere así sentido la célebre frase, «yo me pregunté durante mucho tiempo si debía dar a luz mis comentarios, escritos para la demostración de su movimiento (el de La Tierra); o por el contrario, no era mejor seguir el ejemplo de los pitagóricos y algunos otros, que —como lo testimonia la carta de Lysis a Hipparco— tenían la costumbre de no trasmitir los misterios de la filosofía nada más que a sus amigos y sus próximos, y esto no por escrito, sino oralmente sólo [45]». Esta frase no debe entenderse únicamente como literaria y tímida ocultación de su obra, sino también como conciencia de la provisionalidad de sus resultados y consiguiente freno para los deseos de su publicación.

Aunque el *Commentariolus* había tenido escasa difusión. Apenas se conocen referencias literarias en ese período sobre él. Alrededor de la fecha antes indicada como terminación del *De Revolutionibus*, se manifiestan una serie de presiones instándole a editarlo. Sabemos que en 1533 el papa Clemente VIII regala un manuscrito griego (Alejandro Afrodisio, *Sobre los sentidos y sensibilidad)* al Secretario Papal, Juan Alberto Widmanstadt, por haberle explicado (in hortis Vatica-

[43] *The Letter against Werner*, en Rossen, ob. cit., p. 39.
[44] *Idem*, p. 97.
[45] *De Revol.*, Prefacio.

nis) la teoría de Copérnico sobre el movimiento de la Tierra [46]. En 1535, Bernard Wapowski, el citado secretario de Segismundo I rey de Polonia, envía a Segismundo Heberstein (en Viena) la copia de un almanaque con la más auténtica y mejor explanación de los movimientos de los planetas, modelado según las bases de nuevas tablas preparadas por Nicolás Copérnico. De éste dice que es un espléndido matemático, y que para verificar el movimiento de los planetas ha mantenido desde hace mucho tiempo, que es necesario reconocer cierto movimiento de la Tierra y que este movimiento es de alguna manera imperceptible. Debido a la súbita partida de Wapowski de Frombork, Copérnico no logró explicar todos los aspectos del almanaque, pero piensa aquél que será muy útil a los especialistas en materia de los cielos, y así podrán escribir unos más correctamente y otros reconocer sus propios errores. La muerte de Wapowski impidió que se publicara, y el manuscrito se ha perdido [47]. En 1536, Tedemann Giese, el gran amigo de Copérnico, escribe un tratado *Hiperaspisticon,* en el que defiende la erudición de Copérnico y cita una opinión positiva sobre él de Erasmo de Rotterdam [48]. Del mismo Erasmo se conserva también otra opinión favorable dada sobre Copérnico poco antes de morir. Mucho más expresiva es la carta enviada por el cardenal Nicolás de Schönberg, procurador general de la Orden de Santo Domingo, en la que indica que desde hace varios años ha oído alabar unánimemente los trabajos de Copérnico, «considerando dichosos a nuestros compatriotas a causa de vuestra fama». Después de elaborar un pequeño resumen de la teoría heliocéntrica, se hace eco del trabajo escrito por Copérnico y le ruega que comunique su descubrimiento al mundo ilustrado. También solicita le envíe una copia, para lo que ha dado órdenes con el fin de que la realicen a sus expensas. Termina asegurándole que es un admirador del talento de Copérnico y que sólo desea hacerle justicia [49].

Los documentos presentados son un reflejo bien patente del interés de Europa por la nueva teoría. Constituyen muestras de aliento tanto de sus amigos cercanos como de personajes deseosos de ordenar el problemático calendario o de impulsar las nuevas perspectivas que el Renacimiento había abierto en todos los ámbitos del saber. Sin embargo, todas estas presiones no son suficientes para decidirle a editarlo, aun cuando Copérnico tiene completada la redacción del manuscrito. No puede pensarse que le cohibieran para tomar tal decisión las frases

[46] *Regesta Copernicana,* núm. 339, p. 153.
[47] *Idem,* núm. 345, pp. 155-156.
[48] *Idem,* núm. 348, p. 157.
[49] *Idem,* núm. 359, p. 160.

despectivas de Lutero y Melanchton. La primera de 1539 trata a Copérnico de un «nuevo astrólogo» que pretende establecer el movimiento de la Tierra y no el del cielo, el Sol y la Luna, contra lo que dicen las Sagradas Escrituras, según las cuales Josué ordenó al Sol que se detuviera y no a la Tierra [50]. La segunda, semejante a la anterior, está fechada en 1541. Un tercer juicio despectivo, no tan claro, aparece en una comedia de Gulielmus Gnapheus Hagensis *De vera ac personata sapientia, comoedia non minus festiva quam pia: Morosophi titulo inscrita,* en la que el autor recogiendo un corto diálogo que le han transmitido de «algunos años antes», lo transforma en comedia ridiculizando a un aprendiz de astrónomo [51]. Algunos han querido ver en el astrónomo ridiculizado a Copérnico. Sin embargo, estos tres juicios despectivos se formulan precisamente en un tiempo muy cercano al momento en el que Copérnico permite la publicación, por lo que no pueden haber influido antes en el ocultamiento de su obra durante tantos años. Tampoco puede pensarse en el temor, con mucha frecuencia señalado, de la posible persecución por la Iglesia. Todavía están lejos los años de Giordano Bruno y de Galileo. El *De Revolutionibus* no fue puesto en el Indice hasta casi un siglo después, en 1616. Por otra parte, los últimos meses del año 1537 y los primeros del siguiente son de intensa actividad respecto a la observación de los planetas. No menos de doce observaciones han sido registradas, la mayor parte de ellas controlando los movimietnos de Venus y Saturno. Estas observaciones ya no forman parte del *De Revolutionibus.* Se conservan en la biblioteca de la Universidad de Upsala.

Estos datos nos inclinan a buscar el motivo que impide la publicación de la obra en la inseguridad y provisionalidad que Copérnico atribuye a sus descubrimientos. Precisa aún de continuas observaciones para controlar aquellos puntos insuficientemente justificados, según las posteriores relecturas del manuscrito. La última observación controlada al parecer pertenece al año 1541, dos antes de su muerte y de la publicación del *De Revolutionibus.* Esta provisionalidad no significa que entendiese su teoría como mera hipótesis de trabajo, sino que advirtió la falta de suavidad al engarzar todas las piezas del sistema, al mismo tiempo debió observar que necesitaba, para explicar los movimientos, más círculos de los previstos en un principio. La conciencia de imperfección debió avivar en Copérnico el temor a los «peripatéticos y teólogos», presentando frecuentemente este recelo como excusa, sobre todo en su correspondencia con Osiander, como más tarde veremos. Estos

[50] *Regesta Copernicana,* núm. 421, p. 181. *Martin Luthers Werke,* Tischreden IV, Weimer, 1916, núm. 4638.

[51] *Idem,* núm. 445, p. 189.

temores, que por una parte señalan una acertada previsión de lo que años después acontecería, indican también cierta inseguridad ante los cálculos realizados y la sospecha del posible rechazo por los astrónomos ortodoxos. Al mismo tiempo le incitan a realizar observaciones de control, para afianzarse de la teoría expuesta ya en el manuscrito. Por ello, el impulso definitivo para que permitiera la publicación de su obra, no le podía venir ni de amigos, ni de personajes de relevancia política en la Curia Romana. Precisaba que algún matemático discutiera el nuevo planteamiento y revisara los cálculos. Tal impulso lo recibió de Georg Joachim Rheticus.

Rheticus había nacido en Feldkirch, en la antigua provincia romana de Raetia, de ahí que, según la costumbre de la época, se le denominara Rheticus. Después de sus estudios en Zurich, se graduó en Wittenberg en 1536, de donde fue nombrado profesor de matemáticas. Las noticias del nuevo sistema astronómico, ampliamente difundidas ya, le interesan. Pero ante la carencia de una información directa, dado que Copérnico prácticamente no había publicado nada, decide visitar al «maestro» en Frombork. A pesar de los inconvenientes y la animosidad entre las demarcaciones protestantes y católicas, Rheticus estuvo con Copérnico hasta septiembre de 1541, excepto un semestre de 1540 en el que tuvo que reanudar sus clases en la Universidad de Wittenberg. Rheticus se adhiere inmediatamente a la nueva teoría y los dos años que discípulo y maestro pasaron juntos fueron de intenso trabajo para ambos, al tiempo que el discípulo no cesó de insistir en la necesidad de la publicación, hasta que consiguió llevarse el manuscrito.

Copérnico, contagiado por la actividad del nuevo y único discípulo, revisó el manuscrito. Rheticus llevó consigo algunos libros que fueron muy útiles al maestro. Entre ellos la edición griega de la obra de Ptolomeo (Basilea, 1538), mucho más precisa que la traducción latina del Almagesto (Venecia, 1515) que Copérnico poseía, la obra trigonométrica de Regiomontanus *De triangulis omnimodis* (Nuremberg, 1533). Probablemente aportara otras obras matemáticas, pues a lo largo del siglo XVI se imprimieron gran parte de los tratados del período helenístico: Euclides, Arquímedes, Apolonio, Diofanto... «Copérnico modificó la disposición de su obra, dividiéndola en seis libros en lugar de los siete proyectados, y amplió el texto de los capítulos sobre trigonometría y astronomía esférica, así como también los pasajes dedicados a la fijación de las latitudes uranográficas de los planetas» [52].

Rheticus, por su parte, desarrolla una gran actividad. Preparó un

[52] Jerzy Dobrzycki, «Nicolás Copérnico, su vida y su obra», en *Nicolás Copérnico, 1473-1973*, ob. cit., p. 45.

mapa sobre la región de Prusia, basándose sin duda en uno anterior inacabado y desaparecido de Copérnico. El mapa de Rheticus tampoco se conserva, pero sí un tratado sobre el método de hacer mapas que le añadió [53]. Escribió también otras dos obras que desgraciadamente se han perdido. Una de ellas consistía en una defensa de Copérnico y del nuevo sistema heliocéntrico, dirigido a salvarlo de cualquier contradicción con las Sagradas Escrituras. La otra, una biografía de Copérnico. Ambas hubieran constituido una documentación muy valiosa para indagar en el pensamiento del canónigo de Frombork, pues las redactó al hilo de las largas conversaciones con el maestro, que seguramente no abrió su retraído espíritu a nadie, como en esta ocasión, ya en sus últimos años, lo hizo con Rheticus. Hombre abierto y activo, el joven profesor de Wittenberg no sólo intentaba convencer al introvertido astrónomo de la necesidad de publicar su manuscrito, sino que él mismo corregía cálculos. Al mismo tiempo solicitaba del duque Alberto de Prusia cartas de recomendación para que Lutero, Melanchton y las jerarquías protestantes alemanas no pusieran ningún reparo a la publicación del *De Revolutionibus*. Fruto de esta intensa actividad, que llevó a Rheticus a los límites de la locura, fue una obra-resumen que se conoce con el nombre de *Narratio Prima*.

En Gdansk, 1540, se editó por primera vez la *Narratio Prima*, apareciendo con el título *De libris revolutionum Nicolai Copernici narratio prima*, dirigida, en forma de carta, a Juan Schöner, astrónomo y matemático de Nuremberg, amigo de Melanchton, Gaspar Peucer, Andreas Osiander. Estos humanistas habían facilitado e instigado el viaje de Rheticus a Frombork, aunque más que con simpatía vieran a Copérnico con curiosidad.

La obra lleva como lema las siguientes palabras de Alcinus: «Debe tener un pensamiento libre quien desee entender» [54]. Y encabeza la carta diciendo: «Al reverendísimo Juan Schöner, como a su propio y

[53] El tratado fue publicado por Franz Hipler en *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, XXI (1876), historisch-literarische Abtheilung, 125-150. Copérnico había ejecutado trabajos geográficos mucho tiempo antes. A partir de 1510 desarrolló actividades cartográficas conocidas, relacionadas con problemas fronterizos, y quizás estratégicos, con la Orden Teutónica. En 1519 confeccionó un mapa de la parte occidental del estuario del Vístula, para resolver las disputas sobre los derechos de pesca. Colaboró con Bernard Wapowski, eminente geógrafo, astrónomo e historiador, en el trazado de un mapa del Reino de Polonia y del Gran Ducado de Lituania. Esta obra se terminó en 1526. En 1529 el obispo de Warmia le encargó un mapa que describiera las tierras prusianas, sobre este último mapa confeccionaría Rheticus el suyo.

[54] Seguiré la traducción inglesa de Rosen, *Three Copernican...*, ob. cit., pp. 108 y ss.

reverenciado padre, G. Joachim Rheticus envía sus saludos». A continuación se excusa de no haber mandado antes el relato, pero ha tenido escasamente diez semanas para estudiar la obra astronómica. Alaba a Copérnico como un verdadero maestro en astronomía, no inferior a Regiomontanus y comparable a Ptolomeo. «Mi maestro ha escrito una obra en seis libros en la cual, a imitación de Ptolomeo, abarca toda la astronomía, proponiendo y demostrando las proposiciones individuales matemáticamente y por medio del método geométrico.» A continuación resume en unas cuantas líneas el contenido del manuscrito: «El primer libro contiene la descripción general del universo y los fundamentos con los cuales emprende la tarea de salvar las apariencias y las observaciones de todas las edades. Añade además la doctrina de los senos y de los triángulos planos y esféricos que estima necesarios para la obra.

»El segundo libro contiene la doctrina del primer movimiento (la rotación aparente diaria de los cielos) y una exposición acerca de las estrellas fijas que estima debería estar en este lugar.

»El tercer libro trata del movimiento del Sol. Y como la experiencia le ha enseñado que la duración del año medido a través de los equinoccios depende, en parte, del movimiento de las estrellas fijas, emprende en la primera parte de este libro la tarea de examinar con correctas razones y con verdaderamente divina ingeniosidad los movimientos de las estrellas fijas y las mutaciones de los puntos del solsticio y del equinoccio.

»El cuarto libro trata del movimiento de la Luna y de los eclipses; el quinto del movimiento de los restantes planetas; el sexto de las latitudes.» [55].

A continuación señala que no ha estudiado bien nada más que los tres primeros libros, comprende la idea general del cuarto, y empieza a concebir las hipótesis de los restantes. La *Narratio Prima* no solamente constituye un buen resumen del *De Revolutionibus*, sino que ha integrado posteriores ediciones de esta obra como una adecuada introducción a la misma. De hecho nos proporciona datos de la vida de Copérnico (por ejemplo, como hemos visto, que realizó observaciones durante su estancia en Italia con Domenico María Novara) y sobre todo insiste en una serie de aspectos que ayudan a atisbar la biografía intelectual de Copérnico.

Así, señala cómo la perspectiva astronómica de Copérnico se enlaza con las apreciaciones de Platón y los pitagóricos. «Siguiendo a Platón [56]

[55] Rosen, ob. cit., p. 110.

[56] Si Platón mantuvo que la Tierra estaba en reposo o en movimiento ha sido muy discutido. El pasaje en litigio (Timeo 40 b-c) es oscuro tanto en el

y los Pitagóricos, los más grandes matemáticos de esa edad divina, mi maestro pensó que, en orden a determinar la causa de los fenómenos, un movimiento circular debe atribuirse a la tierra esférica. El vio (como Aristóteles también apunta) que cuando un movimiento es asignado a la Tierra, puede propiamente tener otros movimientos por analogía con los planetas. Decidió por lo tanto, empezar con el supuesto de que la Tierra tiene tres movimientos, con mucho el más importante de todos los supuestos.» [57].

El elogio patente a la antigüedad clásica que se manifiesta en este texto, constituye un motivo constante en la *Narratio Prima*. Expresa, por una parte, el espíritu renacentista y la peculiar forma de escribir «humanista», multiplicando las citas de los sabios griegos; por otra, señala sin duda el deseo de Rheticus de suavizar la animadversión (en unos casos posible y en otros manifiesta) de las autoridades políticas y universitarias contra las hipótesis de Copérnico. De esta manera pretende alejar la imagen de un astrónomo innovador, presentándolo como fiel secuencia (en buena parte lo fue) de la tradición greco-latina y en especial del desarrollo matemático de Ptolomeo, cuyo sistema, si bien no convencía en algunos aspectos parciales, no había sido puesto en duda en su totalidad. En este sentido, Rheticus se cubre contra cualquier falsa interpretación en sus elogios al sistema heliocéntrico, afirmando que cualquier observación contra «la venerable y sagrada Antigüedad» es fruto por su parte de la temeridad o del ánimo exaltado de su juventud. Pero también defiende a su maestro de semejantes acusaciones. «En lo que respecta a mi docto maestro, yo desearía que tuvierais la opinión y estuvierais completamente convencidos de que para él no hay nada mejor ni más importante que seguir las huellas de Ptolomeo y continuar, como hizo Ptolomeo, a los antiguos y a quienes existieron mucho antes que él. No obstante, cuando examina los fenómenos que el astrónomo controla, y las matemáticas le obligan a establecer ciertos supuestos aun contra sus deseos, pensó que era conveniente lanzar sus flechas con el mismo método al mismo blanco que Ptolomeo; aunque empleara un arco y unas flechas de muy diferente material que el de Ptolomeo... En este punto se debe recordar el dicho: Quien desea entender debe ser libre en su espíritu.» [58].

Algunos aspectos expresivos de las líneas maestras por las que se deslizó la construcción copernicana, son resaltados con mayor énfasis por parte de Rheticus. Responden a los principios por los que Copérnico

---

significado como en las variantes transmitidas. Véase Paul Moraux, «Notes sur la tradition indirecte du De caelo d'Aristote», en *Hermes*, 82, 1954, pp. 176-178.

[57] *Narratio Prima*, trad. Rosen, ob. cit., pp. 147-148.

[58] Rosen, ob. cit., pp. 186 y 187.

se inserta en la más pura tradición platónico-pitagórica. Tradición que en buena parte había roto Ptolomeo al establecer los ecuantes, no dando de esta manera adecuada justificación del movimiento uniforme, aunque pretendiera «salvar los fenómenos» para dar cuenta del reto de Platón a los astrónomos. Kepler, años después, defenderá en el *Mysterium Cosmagraphicum* a Copérnico contra la acusación de abandonar sin razón la verdad de los antiguos. Después, en la *Astronomia nova* le reprochará el seguir servilmente a Ptolomeo, pretendiendo concordar más con él que con la naturaleza [59].

El principio de la uniformidad del movimiento en los cuerpos celestes, aparece claramente explicitado en el capítulo que Rheticus dedica a los movimientos de la Luna. Lleva por título «Consideraciones generales sobre los movimientos de la Luna, juntamente con la nueva hipótesis lunar». Señala que su maestro establece unos esquemas y teorías tan claros, que los más eminentes filósofos antiguos parecían como ciegos en sus observaciones. Después de dar razón de las desigualdades aparentes del movimiento de la Luna, directamente indica cómo se ha prescindido del ecuante. «Además, ilustrísimo Schöner, usted ve que aquí, en el caso de la Luna, nos hemos liberado de un ecuante por medio de la suposición de esta teoría, la cual por otra parte, corresponde a la experiencia y a todas las observaciones. Mi maestro de un modo tan perfeecto nos dispensa de los ecuantes de los otros planetas, asignando a cada uno de los tres planetas superiores sólo un epiciclo y un excéntrico; cada uno de éstos se mueve uniformemente alrededor de su propio centro, mientras tanto el planeta gira sobre el epiciclo junto con el excéntrico en un período de tiempo igual. A Venus y Mercurio, sin embargo, les asigna un excéntrico sobre un excéntrico. Los planetas son observados cada año en su movimiento directo, estacionario, retrógrado, cercanos y alejados de la Tierra, etc. Estos fenómenos, en lugar de ser atribuidos a los planetas, pueden ser explicados como mi maestro muestra, por un movimiento regular de la tierra esférica; esto es, ocupando el Sol el centro del Universo, mientras que la Tierra gira, en lugar del Sol, sobre la excéntrica, a lo que ha gustado llamarle gran círculo. Realmente hay algo de divino en la circunstancia de que un conocimiento seguro de los fenómenos celestes depende de los movimientos regulares y uniformes del sólo globo terrestre.» [60]. Este fragmento tan largo, tiene la ventaja de dirigir la atención al principio del movimiento regular y uniforme, la eliminación técnica de los ecuantes (la gran aspiración del Copérnico geómetra), la atención a las

[59] Alexander Koyré, *La revolution astronomique*, Hermann, París, 1961, nota a la pág. 93.

[60] *Narratio Prima*, pp. 135-136.

experiencias y la situación desde la que son ahora medidos los movimientos de los planetas: el círculo descrito por la Tierra.

Se ha señalado cómo la *Narratio Prima* constituye una adecuada introducción y síntesis de la obra astronómica de Copérnico. En este sentido es significativo uno de los apartados en que se divide la *Narratio* y que titula: «Las razones principales por las que nosotros debemos abandonar las hipótesis de los antiguos astrónomos». Constituye una esquematización de argumentos que cubren una gama bastante amplia, desde una argumentación teológica hasta razones basadas en la observación. No desempeña un papel menor la necesidad de entretejer todos los cálculos dentro de un sistema uniforme. Las razones señaladas son las siguientes:

«En primer lugar, la indudable precesión de los equinoccios, como usted ha oído, y el cambio en la oblicuidad de la eclíptica persuadieron a mi maestro a aceptar que el movimiento de la Tierra podría producir mejor las apariencias en los cielos, o al menos explicarlas más satisfactoriamente.

«Segundo, la disminución de la excentricidad del Sol es observada, con una razón similar y proporcional, en la excentricidad de los otros planetas.

»Tercero, los planetas evidentemente tienen los centros de sus deferentes en el Sol, como el centro de todo el universo. (Explica a continuación ampliamente este aspecto.)

»Cuarto, mi maestro vio que sólo con esta teoría podría hacerse girar de un modo satisfactorio, uniforme y regular todos los círculos en el Universo alrededor de sus propios centros y no alrededor de otros centros —una propiedad esencial del movimiento circular—.

«Quinto, matemáticos no menos que físicos (médicos) deben convenir con la expresión subrayada en muchos lugares por Galeno: «La Naturaleza no hace nada sin fin» y «nuestro Hacedor es tan sabio que ninguna de sus obras tiene un único uso, sino dos o tres o muchos más». Ya que nosotros vemos que este único movimiento de la Tierra satisface un número casi infinito de apariencias, ¿no debemos atribuir a Dios, el creador de la naturaleza, esa habilidad que nosotros observamos en un constructor cualquiera de relojes?» [61]. Las razones son suficientemente expresivas por sí mismas, únicamente queremos señalar en este último argumento el papel que empieza a desempeñar en la imagen de la naturaleza el reloj como máquina exacta.

En el contexto de la *Narratio Prima* llama la atención un capítulo en el que dedica a la astrología una amplia digresión. Como se ha se-

[61] *Narratio Prima*, pp. 136-137. Buridan ya había manejado la imagen del reloj.

ñalado la *Narratio* fue estructurada epistolarmente y encontramos en ella distintos tipos de alusiones: defensas a su maestro, exclamaciones llamando la atención sobre ciertos aspectos, datos sobre la vida de Copérnico, relación de los hechos acontecidos durante su estancia en Frombork, motivos por los que se escribió el *De Revolutionibus,* etc. Pero, en general, el tratado recoge mediciones y cálculos justificativos de la nueva hipótesis. La alusión a la astrología indica un uso común en aquella época. Hombres tan ilustres como Peurbach, Regiomontanus, Tycho Brahe, Kepler, dedicaron buena parte de sus estudios astronómicos a posteriores predicciones astrológicas, o bien podríamos entender que buena parte de los progresos astronómicos se debían a las necesidades de precisión exigidas por la astrología. Juan Vernet así lo indica: «Podríamos establecer largas listas de pensadores medievales tanto árabes como cristianos —Villani, arciprestes de Hita y de Talavera, Arnau de Vilanova— que creyeron firmemente en la astrología, que intentaron justificar sus fracasos en la insuficiencia del instrumental astronómico-matemático y cómo sus quejas motivaron el avance de la trigonometría y de la astronomía. El gran número de tablas y almanaques de la época sólo puede explicarse por la necesidad que de ellos sentía la sociedad para que los astrólogos pudieran trabajar a sus anchas.» [62].

El texto astrológico de la *Narratio* dice así: «Añadiré una predicción. Vemos que todos los reinos han tenido sus principios cuando el centro de la excéntrica estaba en algún punto especial del círculo pequeño. Así, cuando la excéntrica del Sol estaba en su máximo, el gobierno de Roma se transformó en monarquía; mientras la excentricidad decrecía, Roma también declinó, como si envejeciese, y después sucumbió. Cuando la excentricidad alcanzó el límite, el cuádruple de su valor medio, se estableció la fe mahometana; otro gran imperio se formó y creció muy rápidamente, lo mismo que el cambio en la excentricidad. Dentro de cien años, cuando la excentricidad haya alcanzado su mínimo, este imperio también habrá completado su período. En nuestro tiempo está en su punto máximo desde el que igualmente caerá, si Dios lo quiere, y se desplomará con una caída violenta. Nosotros esperamos la venida de Nuestro Señor Jesucristo cuando el centro de la excéntrica alcance el otro límite del valor medio, pues estaba en esta posición cuando la creación del mundo. Estos cálculos no difieren mucho de los expuestos por Elías, quien profetizó bajo la inspiración divina que el mundo duraría sólo 6.000 años, durante dicho período se completan aproximadamente dos revoluciones. Así aparece que este pequeño círculo es verdaderamente la Rueda de la Fortuna, por cuyos

[62] Juan Vernet, *Astronomía y Astrología en el Renacimiento,* Ed. Ariel, Barcelona, 1974, pp. 10-11.

giros los reinos de este mundo tienen sus comienzos y sus vicisitudes.» [63].

La inclusión de estas predicciones muestra claramente las aficiones astrológicas de Rheticus. Los historiadores se han preguntado si Copérnico participaba o no en estas creencias. No se puede dar una respuesta tajante. Los partidarios de la participación de Copérnico en esta opinión, la íntima conexión entre astronomía y astrología, aducen a su favor que no cabe pensar, mientras no se demuestre lo contrario, que Copérnico no compartiera el sentir común de su tiempo, siendo así que lo hacía en tantas otras cosas. Además, alegan que la *Narratio Prima* fue escrita bajo el ojo vigilante del maestro, que no hubiera dejado pasar cualquier afirmación ajena a su propio pensamiento. Por último, muestran que en el capítulo 10 del libro I del *De Revolutionibus,* en la famosa exaltación al Sol como centro y luminaria de todo el Universo, cita a Hermes Trimegisto («Trimegisto lo denominó dios visible»), uno de los patrones más legendarios de las ciencias ocultas [64].

Por el contrario, otros han señalado que Copérnico era totalmente ajeno a las tareas astrológicas, tanto teóricas como prácticas. Tienen a su favor el hecho de que la obra de Copérnico presente el corte de un tratado moderno de ciencia, *sin que aparezca en ningún momento* tematizada la astrología. Entre sus múltiples actividades, y hemos visto que no eran pocas, no aparece ninguna en este sentido, a pesar de que la Universidad de Cracovia había ofrecido a las cortes europeas buenos «profesionales» de la astrología. La cita de Hermes Trimegisto no es muy significativa. Se ha sacado de un contexto en el que recoge varios epítetos al Sol («Ya que alguien no ineptamente lo llamó la lucerna, otros la mente y otros el rector del mundo. Trimegisto lo denominó Dios visible; en *Electra* de Sófocles el que todo lo ve»). Copérnico podía conocer, superficialmente o no, la astrología, aunque no participase en sus creencias, pues un sector de la tradición cristiana (San Agustín) rechazaba tal actividad, aunque en líneas generales fuera tolerada. El fragmento, por otra parte, puede significar una simple aportación de Rheticus, que Copérnico permitiera en razón o de una digresión al uso humanista, o como ampliación de la validez de su teoría a otros campos que él no había abordado. Quizás simplemente tolerase tal inserción en virtud del carácter «político» que como introducción a su obra debía tener la *Narratio*. También podría indicarse que el administrador de la diócesis de Warmia, Copérnico, estaba habitualmente

---

[63] *Narratio Prima,* pp. 121-122.

[64] Vernet, ob. cit., p. 11; H. Kearney, *Orígenes de la ciencia moderna,* 1500-1700, Madrid, 1970; J.L.E. Dreyer, *A history of astronomy,* New York, 1952.

preocupado por tareas prácticas, que tenía que resolver por sí mismo, y en las que el ocultismo no desempeña función alguna [65].

En 1541 otorga Copérnico a Rheticus la autorización para publicar su célebre y esperada obra [66]. En septiembre de ese año, Rheticus abandona Frombork camino de Wittenberg, donde tiene que reanudar sus clases, al tiempo que es elegido Decano de la Facultad de Artes. Estos acontecimientos, y quizás también la oposición de Melanchton a la teoría heliocéntrica, retrasa un tanto la publicación. Mientras, Rheticus publica unos capítulos del *De Revolutionibus,* los últimos del libro I, que tratan de Trigonometría y en los cuales Copérnico quiere recoger de un modo ordenado buena parte de los problemas dispersos en la obra de Ptolomeo. Este librito tiene un título muy largo: *De lateribus et angulis triangulorum, tum planorum rectilineorum, tum sphaericorum, libellus eruditissimus, cum ad plerasque Ptolomeae demostrationes intelligendas, tum vero ad alia multa, scriptus a clarissimo et doctissimo viro D. Nicolao Copernico Toronensis.* Con él pretende Rheticus allanar el camino para la publicación del *De Revolutionibus,* al mismo tiempo que constituye una clara aportación al desarrollo matemático de la época.

Los avatares de la edición del *De Revolutionibus* no tendrían nada más que un valor anecdótico, si no constituyesen la base discriminatoria para determinar si el nuevo sistema planetario es entendido como una mera hipótesis matemática o como reflejo de la realidad. En este momento desarrollaremos únicamente la parte externa documental. En la primavera de 1542 Rheticus marcha a Nuremberg para dirigir la edición, que debía imprimirse en los talleres de Petreius, especialista en la impresión de obras astronómicas. Rheticus debía cuidar de ella, porque además de conocerla bien, estaba en sus manos el corregir y aclarar ciertos cálculos. Pero fue nombrado titular de la cátedra de matemáticas de Leipzig y no tuvo más remedio que dejar en manos de Andreas Osiander el cuidado de la edición. Osiander, teólogo protestante, ligado al luteranismo desde su comienzo, pero con ciertos ribetes heréticos, estaba interesado por la obra de Copérnico desde hacía algún tiempo. Copérnico y Rheticus habían mantenido relaciones epistolares con él, referentes a la oposición que filósofos y creyentes podrían ofrecer a la teoría sobre el movimiento de la Tierra. Esta correspondencia nos ha sido transmitida por Kepler [67]. Osiander claramen-

[65] Edward Rosen ha defendido la postura antiastrológica. Koyré señala que esta posición es verosímil, pero no cierta.

[66] De esta manera perdió sentido el que Copérnico preparara y publicara una *Narratio Secunda,* como había indicado. También por el creciente rechazo por parte de Melanchton de la teoría heliocéntrica.

[67] J. Kepler, *Apología Tychonis contra Ursum.* en *Opera I,* Francofortiae.

te les señala a ambos, que peripatéticos y filósofos guardarán silencio, si en la introducción se indica que las hipótesis del libro no se refieren a la realidad misma, sino que son aplicadas a la explicación de los cálculos, y de esta manera simplifican las investigaciones y observaciones del autor. Aunque Kepler afirma a continuación que Copérnico, «fortalecido por una estoica firmeza», rechazó estas advertencias, no se conservan las respuestas de Rheticus y de Copérnico, ni ninguna cita literal. El posible rechazo de la posición de Osiander por parte de Copérnico no impidió que aquél redactara un prólogo, en el que expresase sus ideas sobre las hipótesis astronómicas.

En marzo de 1543 aparece por fin publicada la obra de Nicolás Copérnico. Lleva como título *De Revolutionibus orbium coelestium libri VI*. También en el título parece que intervino la mano de Osiander, pues según la tradición aristotélica la Tierra no figuraba entre los cuerpos celestes y de esta manera el título no reflejaría el movimiento de la Tierra. Al principio de la obra figura el célebre prefacio de Osiander con el título «Ad lectorem de hypothesibus huius operis». Le sigue la carta de Nicolás von Schönberg, Cardenal de Capua, dirigida a Nicolás Copérnico. Por último un prefacio del autor, en forma de dedicatoria al Papa Pablo III. Si fue éste el título acuñado por Copérnico, no parece claramente determinable. En la edición de la Academia Polaca de las Ciencias [68], se mantiene que el título originario dado por Copérnico, únicamente rezaba *De Revolutionibus*. Entre las razones para defender esta tesis, se aduce el uso de títulos muy breves entre los astrónomos contemporáneos de Copérnico, teniendo como modelo a los antiguos. La circunstancia de que fueran suprimidas en algunas copias de la edición príncipe de Nuremberg (1543) las palabras «orbium coelestium», muestra que algunas personas cercanas a Copérnico tenían conocimiento de la indebida inclusión de estas palabras. Todo ello dentro del rechazo expresado por Rheticus y Giese contra la interpolación del Prefacio de Osiander. Consecuentemente en la edición antes citada se señala con firmeza que el auténtico título es sólo *De Revolutionibus*.

En la traducción inglesa de la anterior edición [69], Edward Rosen, excelente conocedor de la obra de Copérnico, indica las dificultades para resolver con certeza este problema. Sin duda la portada fue diseñada en Nuremberg por los responsables de la impresión. Pero no es deter-

1858. Documentación y publicaciones posteriores son recogidas en *Regesta Copernicana*, ob. cit., núms. 440, 453 y 454.

[68] Véase en bibliografía, *Opera Omnia*, vol. II, 1975, nota a la página 3 línea 7.

[69] Véase en bibliografía *On the Revolutions*, nota a la página XV.

minable si cambiaron o no el título. La imprecisión se debe a que, en un momento desconocido, la primera hoja del primer cuadernillo fue cuidadosamente cortada y el talón encolado con el fin de evitar daños al resto del manuscrito. Además, para numerar los cuadernillos (21 en total) figura la letra "a" escrita por mano distinta a la de Copérnico, mientras las letras correspondientes a los restantes cuadernillos son de su propia mano [70]. La ausencia de este folio impide conocer con certeza la portada concebida por Copérnico. De todos modos, señala Rosen, la inclusión de las palabras «orbium coelestium» no tergiversa el contenido del libro [71].

El 24 de mayo de 1543 (nono kalendas Iunii) moría Nicolás Copérnico en Frombork. Una carta de Tiedemann Giese, obispo de Chelmno, dirigida a Rheticus informa de algunos aspectos que preocuparon a los amigos de Copérnico en su muerte. En ella indica que sólo después de su regreso de Cracovia le han sido entregadas copias de la obra de «nuestro Copérnico». Señala cómo se enfurecía a medida que leía el prefacio, el hipócrita engaño del editor de Nuremberg, al que Rheticus correctamente denomina «infamia». El Obispo escribió al Consejo de la ciudad de Nuremberg con el propósito de que se volviera a publicar la obra con fidelidad. Esta carta, junto con una copia, es enviada a Rheticus para que dé los pasos apropiados con el fin de que se vuelvan a publicar ciertas páginas. Tales hechos debían añadirse en la biografía que Rheticus estaba componiendo sobre Copérnico, al igual que información sobre su muerte. Aconteció como resultado de una hemorragia cerebral y la paralización de la parte derecha del cuerpo. Termina Giese agradeciendo a Rheticus el envío de las copias, que también expresan el mérito y los desvelos de éste por la publicación [72]. Esta expresiva carta de Giese, junto con la documentación y exaltada defensa realizada por Kepler, son los dos pilares más sólidos para propugnar, desde un punto de vista externo, la creencia por parte de Copérnico en la «realidad» del movimiento de la Tierra.

---

[70] Un estudio detallado, con referencias bibliográficas, en «De autographi codicis copernicani indole ac fatis. Prolegomena». Introducción al vol. I, reproducción facsímil del autógrafo, *Opera Omnia.*

[71] Entre otros, Rosen desarrolla también esta cuestión en «The Authentic Title of Copernicus's Major Works», en *Journal of the History of Ideas,* 1943, t. 4, pp. 457-474.

[72] *Regesta Copernicana,* ob. cit., núm. 503, p. 213.

CONTENIDO DEL *DE REVOLUTIONIBUS*

PREFACIO

Precede al Libro I una carta dedicatoria al Papa que funciona como Prefacio, en ella expone las razones que le movieron a escribir el *De Revolutionibus,* junto con los temores y dudas que le asaltaron durante el largo tiempo de gestación. Utiliza alusiones a los clásicos griegos y latinos, unas veces como referencias informativas y otras como recurso literario al gusto de los Humanistas.

LIBRO I

Resalta en la **Introducción** a este libro el valor máximo, entre todas las ciencias, de la Astronomía; el desacuerdo entre los estudiosos de la misma como motivo para la tarea que se impuso; y la necesidad de tener en cuenta las observaciones y hallazgos de sus predecesores, aunque se adopten explicaciones distintas.

Casi todo el *Libro I* trata de las grandes cuestiones cosmológicas que encuadran, como visión de la realidad, las determinaciones matemáticas con las que se perfilarán los movimientos de los astros en los siguientes libros. En el capítulo I **(I, 1)** defiende la esfericidad del mundo, utilizando diversas razones presentadas sistemáticamente. También la Tierra es esférica **(I, 2)**, se demuestra en este caso con argumentos obtenidos de diversas experiencias. Sigue en **(I, 3)** con el mismo tema, aunque atendiendo a la relación agua-tierra y al problema de si coinciden el centro de gravedad y el de magnitud.

En **(I, 4)** expone el axioma básico de la astronomía: el movimiento de los cuerpos celestes es circular (o compuesto por muchos círculos) y uniforme; pero este movimiento no es uno solo, sino que hay diversos, como el que produce los días y las noches, el de los meses, el del año y el aparentemente irregular de los planetas. En **(I, 5)** aborda si la Tierra tiene un movimiento circular. Presenta las dos opciones, afirmativa y negativa. Y si bien la mayoría acepta la posición inmovilista y central de la Tierra, sin embargo no puede despreciarse su contraria, sobre todo si nos atenemos a la relatividad de dos movimientos entre sí relacionados sin otro punto de referencia. El camino hacia el establecimiento del movimiento de la Tierra se allana contraponiendo la infinita dimensión del cielo con respecto a la insignificante de la Tierra, y la consiguiente distancia del cielo a la Tierra **(I, 6)**. Con esta desigual proporción, además de aparecer el argumento de que más fácilmente se mueve la parte que el todo, se abre la imagen de un mundo infinitamente grande. En contra del posible movimiento de la Tierra

(I, 7), los antiguos aducen la pesantez (gravedad) de los cuerpos, el natural orden entre los elementos y un tipo violento de movimiento: el impetuoso viento que se originaría al desplazarse los lugares. Pero, en contra, mantiene Copérnico (I, 8) que no se produce, pues el movimiento de la Tierra, provocador de tal viento, es natural y no violento; y además retuerce los argumentos de los geocentristas, mostrando, a la vez que sus absurdas consecuencias, las razones por las que se considera más probable la movilidad de la Tierra que su quietud.

Si la Tierra se mueve, ¿cuántos movimientos pueden atribuírsele? (I, 9) No sólo el de rotación, sino también el de traslación, el ser explícitamente considerada como otro más entre los astros errantes, actuando en todos ellos la gravedad en el mismo sentido.

En (I, 10) esquematiza el orden de los astros y de sus esferas en el universo. Primero advierte las irregularidades e inconvenientes de distintas ordenaciones históricamente previstas, para concluir en la disyuntiva de que no hay una razón segura de orden, o la Tierra no ocupa el centro. Después señala, para justificar ciertas apariencias, las ventajas de que el Sol ocupe el centro. En el nuevo sistema pergeñado, las distancias se hacen extraordinariamente grandes, ganando sin embargo en sencillez y eficacia. Por último expone el sistema heliocéntrico, incluyendo al término un canto al Sol, pero también una apelación a la simetría y armonía del universo, obra del Optimo y Máximo Hacedor.

Concluye los capítulos cosmológicos del tratado, demostrando que tal simetría sólo puede sustentarse si se concede a la Tierra tres movimientos: rotación, traslación y declinación. Para comprender mejor tales movimientos los explica apoyándose en representaciones geométricas. Y da cuenta, por último, del permanente problema de la precesión de los equinoccios.

Pretende en los tres últimos capítulos recopilar ordenadamente aquellos teoremas y proposiciones geométricas útiles para el desarrollo de la Astronomía. El (I, 12), en seis teoremas y un problema, establece las relaciones básicas entre la circunferencia y arcos de la misma con los lados de polígonos inscritos o con cuerdas subtendidas a los mismos; utiliza los arcos y las cuerdas como parámetros de medida; estas últimas constituyen propiamente la función seno, aunque Copérnico no le da en ningún momento tal nombre. Termina con una tabla de las «semi-cuerdas del arco doble», una tabla de senos para un radio de 100.000 unidades.

Los capítulos (I, 13) y (I, 14) versan sobre Trigonometría propiamente dicha. El primero atiende a los triángulos planos rectilíneos y el segundo a los convexos (esféricos).

Al finalizar el libro I ha puesto las bases teóricas para el desarrollo posterior. Por una parte los principios físicos, englobados como una

filosofía de la naturaleza; por otra, el apoyo matemático, fundado en los *Elementos* de Euclides y elaborado según un orden más preciso y más completo que las construcciones matemáticas semejantes anteriores.

LIBRO II

El libro segundo trata fundamentalmente de la astronomía esférica, de las líneas originadas por el movimiento de rotación de la Tierra, y que lo mismo podrían ser fruto del giro de la Tierra o del de los cielos. Por ello dice Copérnico: «hablemos del orto y ocaso del sol y de las estrellas», siguiendo el lenguaje habitual. Pero, en todo caso, ese movimiento, causa del día y de la noche, constituye la unidad temporal básica para la medición del tiempo.

En **(II, 1)** define los círculos, y pasa inmediatamente **(II, 2)** a determinar cómo se mide el ángulo de oblicuidad de la eclíptica, formado por la inclinación de ésta con respecto al ecuador, dada la inclinación de la Tierra. Para ello describe un cuadrante que proporcionará la altitud del Sol en el solsticio de verano y en el de invierno, puntos máximos de inclinación, origen de los círculos trópicos, paralelos al ecuador. Aunque Copérnico habla de «instrumentos» describe sólo uno, el más sencillo, entre los dos citados por Ptolomeo en el *Almagesto* (I, 12). También Regiomontano, en el *Epitome* (I, 22) describe otro cuadrante distinto más complejo. Sobre el tema de la oblicuidad vuelve en otros lugares. Aquí señala únicamente su variación entre los tiempos de Ptolomeo (límite máximo de 23° 52') y los propios (límite mínimo de 23° 28').

Después de definir la declinación y la ascensión recta **(II, 3)**, coordenadas que sirven para determinar la posición de una estrella, establece el procedimiento para hallarlas, a partir del triángulo esférico constituido por la intersección del ecuador, el meridiano y la eclíptica. Así establece el valor de GH, declinación, HE ascensión recta, y el ángulo HGE que denomina ángulo del meridiano; cuyos valores demuestra que son simétricos para los equinoccios y solsticios, por lo que establece las correspondientes tablas de 1° a 90°, válidas para cualquiera de los cuadrantes, sumando o restando la parte correspondiente del giro (180° ó 360°). En **(II, 4)** aborda la transformación de las coordenadas eclípticas (longitud y latitud) y las ecuatoriales (ascensión y declinación).

El horizonte es otro círculo imprescindible para la descripción de los días y las noches. En **(II, 5)** expone las diferencias con respecto a los días, entre la ascensión recta (horizonte recto) cuando ecuador y paralelos son perpendiculares al horizonte, ascensión oblicua si forman cierto ángulo con él, y el caso en el que el horizonte es perpendicular al eje de la Tierra. De ahí derivan distintas zonas en la Tierra **(II, 6)**, según

hacia donde se dirija la sombra al mediodía. Con un gnomon puede medirse la lontigud de la sombra para una determinada altitud solar y viceversa.

El conocimiento de los días conduce a determinar la longitud del día (duración de la luz solar), el punto donde surge el Sol en el horizonte para una latitud determinada del observador, y también a la inversa, conocer la latitud del observador a partir del la longitud del día **(II, 7)**. La fijación de EH (mitad de la diferencia entre el día más largo y el equinoccial) y EG (la distancia entre la salida del Sol en el equinoccio y en el solsticio) posibilitan la construcción (como los antiguos ya habían hecho) de analemas: relojes de Sol que medían los meses y los signos del zodíaco. Acompaña unas tablas en las que aparecen dos entradas: la latitud (elevación del polo) de 31° a 60°, y la declinación del Sol o de otro astro de 1° a 36°, que proporcionan una corrección en la ascensión oblicua. Con esta corrección puede calcularse en grados la permanencia del Sol o de otro astro en el horizonte. En **(II, 8)** explica como se pasa de los grados a las horas.

El **(II, 9)** aborda el cálculo de la ascensión oblicua, el arco del ecuador que se eleva al mismo tiempo que un arco de la eclíptica. Los valores de la declinación (LM) de L, de la ascensión recta (HM), de la corrección ascensional (EM), que se suma o resta a la ascensión recta para obtener la oblicua, constituyen parámetros muy utilizados para la confección de horóscopos. Copérnico proporciona unas tablas en las que se limita la latitud del observador de 39° a 57°. Con estos valores se pueden hallar mediciones muy importantes **(II, 11)**, como encontrar el punto de elevación de la eclíptica, la lontigud del día, el grado de la eclíptica en el meridiano, *etc.*

El **(II, 10)** se interesa por encontrar el ángulo (AEB) que forman la intersección de la eclíptica y el horizonte en el punto que se eleva E. Para resolverlo supone que ha sido dado el grado de longitud del orto, o bien el grado de longitud en mitad de los cielos. Por último en el **(II, 12)** trata los ángulos y las distancias cenitales constituidas por la intersección de la eclíptica y algún círculo máximo que pase por el cenit. El conocimiento de FG y FGA se aplica para determinar la paralaje lunar en un círculo meridiano.

Unicamente en **(II, 13)** trata de las fases (orto y ocaso) visibles de las estrellas y planetas. Las fases dependen de la coincidente ascensión oblicua del astro y del Sol (orto y ocaso verdaderos) o de la separación por debajo del horizonte en alguna distancia (fases aparentes). Estas últimas son más importantes por el brillo en este caso de los astros.

El **(II, 14)** introduce un catálogo de estrellas. Al ubicar en este lugar la relación de estrellas sigue a «algunos de los matemáticos antiguos», pero discrepa de Ptolomeo. Para las mediciones de éste se precisaba previamente haber establecido la teoría solar y lunar. Sin embargo, Co-

pérnico cree necesario colocar antes el catálogo estelar, porque todos los movimientos planetarios se refieren a las estrellas fijas. Describe en este capítulo la esfera armilar o astrolabio, útil para determinar la longitud y latitud de los astros.

LIBRO III

El desarrollo científico de los movimientos de la Tierra se presenta en el libro III. En el libro primero (capítulo 11) se habían descrito a grandes trazos (rotación sobre el eje, traslación alrededor del Sol, y precesión de los equinoccios completada en un tiempo desconocido), ahora se trata de precisarlos matemáticamente, como Copérnico había prometido. Sin duda este libro contradice la idea de que Copérnico introduce un sistema más «simple» que el ptolomaico; poner la Tierra en movimiento no supone en principio mayor simplicidad y el desarrollo de la precesión de los equinoccios complica considerablemente el tema, a lo que debe añadirse los aparentes pequeños desplazamientos derivados de la comparación entre las mediciones de los antiguos y las propias (con una uniforme irregularidad).

Inicia, pues, el libro con un estado de la cuestión (**III, 1**). Los matemáticos antiguos no habían distinguido el año trópico del sideral. Hiparco de Rodas lo advierte, y por la mayor duración del sideral estima que hay un movimiento de las estrellas fijas hacia el este. Con el paso del tiempo este movimiento se evidencia más. Después, otra maravilla de la naturaleza se advierte: la oblicuidad de la eclíptica no es tan pronunciada como señalaba Ptolomeo. Por todo ello se han establecido diversas hipótesis refutables. Frente a ellas Copérnico pretende establecer con más seguridad el estado de las cosas, utilizando como material la historia de las observaciones y aquellas realizadas en su tiempo.

El primer paso, pues, consistirá en reseñar una serie de registros (**III, 2**) que manifestarán el cambio en la precesión de los equinoccios y solsticios. Para ello toma nueve observaciones antiguas (extraídas del *Almagesto,* VII, 2, 3 y/o del *Epitome* VII, 2, 5), dos de Albatenio (Epitome, VII, 6) y dos realizadas por el propio Copérnico. De ellas concluye que la precesión fue más lenta en los años que separan a Timócaris de Ptolomeo (un grado cada cien años, en cuatrocientos años), más rápida en los años que separan a Ptolomeo de Albatenio (un grado cada sesenta y cinco años en setecientos cuarenta y uno) y más rápida que el primer bloque, pero más lenta que el segundo en los años que separan a Albatenio de Copérnico (un grado cada setenta y un años en seiscientos cuarenta y cinco). Aunque la oblicuidad ha ido con-

tinuamente disminuyendo, Copérnico cree que constituye un proceso periódico como señala en el Libro II, 2.

A partir de esta evidencia histórica, configurará un modelo que de cuenta de la precesión de los equinoccios (III, 3, 4, 5) y en el que, a pesar de las irregularidades mostradas por las observaciones, se justifiquen con movimientos circulares. La solución de Copérnico (III, 3) establece un movimiento descrito por el polo, resultado de la composición de dos oscilaciones perpendiculares, libraciones; una moviéndose paralela al eje medio de la Tierra y que determina la oblicuidad, otra perpendicular a la anterior y que determina la precesión; pero de modo que el período de oblicuidad de la eclíptica sea el doble del período de la declinación. En (III, 4) aborda si las anteriores oscilaciones rectilíneas pueden generarse por medio de un movimiento circular y uniforme, lo que demuestra advirtiendo cómo un movimiento a lo largo de una línea recta se compone de dos movimientos circulares. Ahora bien, de cómo el movimiento rectilíneo del polo de la Tierra se transforma en el movimiento irregular del ecuador y en el de los equinoccios se trata en (III, 5). Primero lo demuestra para la oblicuidad de la eclíptica, después para la declinación, originándose un movimiento sinoidal.

Así pues, una vez señalado que el período de variación de la oblicuidad es el doble del período de la desigualdad de la precesión y que coinciden los movimientos de máxima oblicuidad y de la máxima lentitud en la precesión, procede a establecer tales parámetros y las tablas correspondientes. En el (III, 6) establece la anomalía de precesión en un período de 1.717 años egipcios, el período total de la precesión en 25.816 años egipcios y un período de 3.434 años egipcios para el ciclo completo de la oblicuidad. Para ello toma un período de 1.819 años a partir de Timócaris hasta las observaciones que realiza de la estrella Spica el año 1.525. Termina el capítulo con unas tablas para los movimientos medios. Las tablas son sexagesimales, para períodos de 1-60 años egipcios de 365 días y períodos de 1-60 días. Resalta también por qué utiliza los años egipcios con preferencia a otras medidas del año. Conocidos estos parámetros, investiga (III, 7) la ecuación máxima de la precesión y el correspondiente desplazamiento máximo del polo del ecuador. Tomando como punto cero de la anomalía la mitad del existente entre Timócaris y Ptolomeo, establece la máxima diferencia entre el movimiento medio y aparente de los equinoccios en 1.° 10' y el máximo desplazamiento de los polos del ecuador en 28'. Como complemento de este capítulo confecciona en el siguiente (III, 8) una tabla para determinar cualesquiera diferencia entre el movimiento medio y aparente (prostaféresis) que viene señalada en la segunda entrada, en la tercera («minutos proporcionales») se señala la variación de la oblicuidad de la eclíptica, mientras en la primera («números comu-

nes») se indican los grados de la circunferencia, de tres en tres, a partir del punto cero, en ambos sentidos.

Como una conjetura, Copérnico había tomado en el capítulo ocho el punto cero de la anomalía de oblicuidad en la mitad del tiempo que separa a *Timócaris* de Ptolomeo. En **(III, 9)** investiga si este supuesto es correcto. Al advertir un error de 5' en la precesión en tiempo de Albatenio, modifica los valores de la anomalía de oblicuidad para Timócaris, Ptolomeo y Albatenio. También el **(III, 10)** se presenta con la pretensión de probar los márgenes entre los que se produce la variabilidad de la eclíptica, que ya había supuesto con anterioridad (II, 2); con este fin toma la distancia temporal entre Ptolomeo y Copérnico (1.387 años) y establece de nuevo que la oblicuidad máxima de la eclíptica es de 23° 52', la mínima de 23° 28' y consiguientemente la media de 23° 40'. En **(III, 11)** determina la posición de la precesión media y la de la anomalía de oblicuidad en diferentes épocas, hitos fundamentales para la medida del tiempo. De las distintas épocas que apunta adopta cuatro (1.ª Olimpiada, muerte de Alejandro Magno, año 1.° del calendario de Julio César, año 1.° de Cristo). Toma las posiciones medidas por Ptolomeo en el 2.° año de Antonino y conocidos los intervalos de tiempo que separan las épocas, los aplica a cada una de aquéllas. Después de explicar **(III, 12)** cómo puede determinarse la posición del equinoccio de primavera y la anomalía de la oblicuidad, atendiendo a las tablas precedentemente dadas, pone un ejemplo de cómo llevar a cabo este uso: averiguar la oblicuidad de la eclíptica y en consecuencia la posición del equinoccio de primavera para el día 16 de abril de 1525, al tiempo que se mide la longitud de la estrella Spica. En este capítulo se explica cómo utilizar para medidas de tiempo precisas las tablas anteriores.

Con el **(III, 13)** se introduce la teoría solar. La preocupación básica continúa siendo la precesión de los equinoccios y solsticios. Define y distingue el año sideral del natural, haciendo historia de las mediciones realizados de este último año trópico, y mostrando las variaciones observadas. También corrige las diferencias en longitud entre los lugares donde se han tomado las mediciones (Frombork, Alejandría y Er-Raqqa). Concluye afirmando que el año solar se mide con mayor corrección si se realiza con respecto a las estrellas fijas, como lo hizo por primera vez Thabit ben Qurra. Concluye Copérnico que el año solar no puede medirse fácilmente con exactitud, debido a cuatro causas de la aparente no uniformidad. En **(III, 14)** proporciona las tablas de los movimientos medios del centro de la Tierra, aunque en el rótulo de las mismas aparezca como «movimientos del sol», para seguir con la expresión usual. En las tablas aparece el movimiento medio sideral del sol (movimiento regular simple), a las que añadiendo la precesión regular o media se obtiene el movimiento medio tropical del sol (mo-

vimiento regular compuesto). El movimiento de anomalía se obtiene restando al movimiento regular simple el movimiento regular sideral de la línea de los ápsides.

El desarrollo de la primera irregularidad, la debida a la desigualdad anual producida por la excentricidad, se inicia en **(III, 15)**. En este capítulo se presenta el modelo geométrico en el caso de que el sol procediera según un movimiento regular; pero siendo irregular, ofrece entonces dos modelos: uno siguiendo una trayectoria excéntrica, otro por medio de un epiciclo girando sobre un círculo concéntrico. Ambos son equivalentes, produciéndose con uno y otro la misma aparente irregularidad.

Aplica ahora el modelo de la excentricidad a la aparente irregularidad del sol **(III, 16)**. Se trata de hallar la distancia del centro de la excéntrica y la dirección. Para ello parte de los ángulos y diferencias temporales entre los equinoccios de primavera y otoño y el solsticio de verano. Ptolomeo establece la excentricidad en 415 unidades (de las que el radio tiene 10,000), sexagesimalmente 1/24 parte, y la longitud del apogeo de 24° 30'. Ptolomeo supone que la excentricidad solar es invariable, pero Copérnico demuestra con las mediciones de su tiempo (con más exacto procedimiento para la determinación del solsticio) una sensible diferencia. En **(III, 17)** compara la distinta excentricidad en las observaciones históricamente controladas con respecto a la irregularidad anual del sol.

El movimiento regular o medio del sol queda determinado en **(III, 18)**. Para ello utiliza dos observaciones del equinoccio de otoño, una de Hiparco y otra propia. Parte de la longitud tropical geocéntrica (0°) y restándole la precesión correspondiente a cada fecha encuentra la longigud sideral aparente, y para encontrar la regular, suma a la longitud tropical (sideral) del apogeo la anomalía media. A partir de aquí establece en **(III, 19)** la posición regular del Sol para distintos tiempos.

En el capítulo siguiente se inicia la descripción de la segunda irregularidad. Esta consiste en el movimiento no uniforme de los ápsides de la tierra y la periódica variación de la excentricidad. Primero trata del movimiento irregular de los ápsides **(III, 20)**. Empieza con una descripción histórica que le conduce a aceptar la no-uniformidad de este movimiento, como la posición más coherente con respecto al conjunto de observaciones reseñadas en la historia. A continuación presenta los modelos equivalentes que pueden seguirse para determinar la segunda anomalía: a) un excéntrico a un excéntrico; b) un epiciclo a un epiciclo; c) un epiciclo en un excéntrico.

Para hallar los límites de esta segunda irregularidad **(III, 21)**, Copérnico parte de la semejanza entre la excentricidad y la anomalía de la oblicuidad, y de la excentricidad máxima (417) acontencida entre Hiparco y Ptolomeo, en comparación con las cuales establece su pro-

pio cálculo de la excentricidad (323), lo que le permite establecer la mínima en 321. En **(III, 22)** determina el movimiento medio del apogeo para un período de 1580 años egipcios y para un año, a partir del momento en el que la anomalía de oblicuidad era 0° y coincidía la longitud sideral y la media, así como la precesión y la precesión media. En **(III, 23)**, Copérnico proporciona las posiciones en diversas épocas de los movimientos medios del sol, añadiendo el adecuado incremento de anomalía a un aumento de tiempo. Pasa en **(III, 24)** a describir las tablas con las que puede calcularse la diferencia entre la posición regular del Sol y la aparente, señalando lo que cada columna significa. Después de las tablas indica **(III, 25)** el camino a seguir para establecer la apariencia solar. Al final de este mismo capítulo señala otro modelo alternativo a los presentados en (III, 20) para definir la segunda anomalía, y que constituiría un cuarto modelo. En este aparece como fijo el centro de la excéntrica, como si fuera el centro del mundo, moviéndose el Sol en un pequeño círculo alrededor de él.

El último capítulo **(III, 26)** trata sobre la diferencia entre el día natural aparente y el día regular. Hoy se denomina a esta materia «ecuación del tiempo». Describe los movimientos que provocan esta diferencia y las causas que originan los dos tipos de días: 1) el movimiento no uniforme del sol en la eclíptica; y 2) el crecimiento irregular de la ascensión recta con respecto a la longitud verdadera, en razón de la inclinación de la eclíptica respecto al ecuador. Indica cómo reducir el tiempo aparente al regular y concluye determinando la corrección del día natural entre la primera Olimpíada y el nacimiento de Cristo.

LIBRO IV

Dedicado a la teoría sobre la Luna, en la breve introducción señala la utilidad de este estudio, a pesar de que la Luna no proporcione información sobre el movimiento de la Tierra. En **(IV, 1)**, después de una breve descripción de los movimientos de la Luna, expone el modelo presentado por Ptolomeo. Pero de inmediato pasa a presentarnos **(IV, 2)** una serie de objeciones a dicho modelo: a) el movimiento del centro del epiciclo es regular respecto al centro de la Tierra, pero irregular con respecto a la excéntrica; b) la regularidad del movimiento de la Luna no se ordena con respecto a la línea que la une al centro de la Tierra, sino a otra (IHG) que origina un movimiento no uniforme.

En estos dos casos se ha violado el principio de movimiento circular y uniforme. Presenta también otras dos objeciones por atentar contra la experiencia y los sentidos: c) siguiendo el modelo ptolomaico, la paralaje en la distancia mínima debería ser casi el doble que la paralaje en la distancia máxima, pero la experiencia señala que no difieren o

difieren muy poco; d) la Luna debería aparecer el doble o la mitad, según la distancia fuera o no el doble, pero la observación demuestra que el diámetro de la Luna sólo varía según su movimiento en el epiciclo.

Para salvar estas objeciones Copérnico presenta su propio modelo (IV, 3): la Luna se mueve en un epiciclo secundario, cuyo centro gira sobre un primer epiciclo, que a la vez se desplaza sobre un deferente que tiene como centro a la Tierra. Señala Copérnico que podría sustituirse por un modelo de círculos excéntricos, aunque no desarrolla esta opción. La búsqueda de las mediciones debe realizarse a partir de los eclipses de Luna, por la paralaje que afecta a su estado aparente.

Antes de estudiar los peculiares parámetros que corresponden a la teoría de la Luna, Copérnico proporciona los movimientos regulares o medios (IV, 4). Primero los ciclos sinódicos establecidos en Grecia (Metón, Calippo, Hiparco), después, como no se habían tenido en cuenta los movimientos de anomalía y de latitud, las correcciones del propio Hiparco relacionando sus observaciones de eclipses con las tomadas por los caldeos. Por último corrige los resultados de Hiparco según las observaciones de Ptolomeo y las suyas propias. A continuación vienen unas tablas para el movimiento regular, el de anomalía y el de latitud.

Estudia el primer movimiento irregular en (IV, 5), por el cual entiende, según el uso, los cambios de la distancia de la Luna desde el centro de la Tierra. Para ello dirige el estudio al primer epiciclo, buscando su radio, la dirección que toma su centro vista desde la Tierra y el lugar de la Luna en el epiciclo en un tiempo dado. Como punto de referencia para definir el círculo toma tres eclipses, primero según Ptolomeo y después según propias observaciones. Dadas estas demostraciones, encuentra nuevos valores que en (IV, 6) le sirven para corregir las cifras medias de elongación y anomalía, que había dado en (IV, 4) siguiendo a Hiparco. Procediendo con este mismo tipo de investigaciones, establece en (IV, 7) la elongación y la anomalía medias para la época de Cristo, de donde pasa a determinarlas también para el principio de los calendarios de las Olimpíadas, Alejandro y César.

En (IV, 8) trata de la «segunda irregularidad» que aumenta desde la conjunción u oposición a la cuadratura; toma los valores de irregularidad dados por Ptolomeo, y determina según el propio modelo la dependencia en la que se encuentran los radios de los dos epiciclos. En (IV, 9) aborda otro aspecto de esta segunda irregularidad: el cambio en el apogeo del epiciclo lunar y que se manifiesta al variar la trayectoria de la línea de los ápsides; calcula esta irregularidad mediante un ángulo, cuyo vértice está en el primer epiciclo y lo subtiende el radio del segundo epiciclo. Copérnico (IV, 10) quiere demostrar la utilidad de su teoría lunar y la conveniencia entre experiencia y teoría. Pa-

ra ello toma un registro de Hiparco, y la aparente discrepancia entre la observación y los cálculos que a partir de ella se realizan, no se deben a errores en el cómputo, sino que se salvan precisamente por la aplicación de la teoría propuesta. En **(IV, 11)**, a partir de lo expuesto con respecto a las anteriores medidas de Hiparco, se describe una tabla de correcciones para encontrar la verdadera elongación de la Luna. Despues de las tablas **(IV, 12)**, explica el modo de utilizarlas. Para ello debemos tener en cuenta que la columna denominada «Prostaféresis del epiciclo B» corresponde a la segunda irregularidad, la «prostaféresis del epiciclo A» corresponde a la primera irregularidad.

Ahora se trata de corregir la latitud lunar **(IV, 13)**. Copérnico señala las condiciones de los eclipses utilizables para este cometido. Encontrados los eclipses aptos, comprueba cómo las condiciones se cumplen en ellos. Y demuestra que se produce un movimiento de la Luna con respecto a un punto límite de su órbita inclinada. En **(IV, 14)** se trata de establecer el valor de la latitud para un tiempo fijo, el principio de los distintos calendarios. Toma dos eclipses que cumplen las condiciones especificadas al principio del capítulo, calcula para ambos el intervalo de tiempo, la latitud media... y los aplica a las distintas épocas.

En **(IV, 15)** introduce el tema de la paralaje lunar. Primero señala cómo Ptolomeo, con ayuda del instrumento paraláctico, determina la máxima latitud lunar y la inclinación de la órbita de la Luna cuando se aproxima lo más posible al cenit, siendo entonces la paralaje desechable. Después describe detalladamente dicho instrumento y cómo se utiliza. En **(IV, 16)** señala cómo, también con el mismo instrumento, Ptolomeo observa la paralaje lunar cuando el cenit de la Luna está a una distancia considerable; también la distancia entre la Tierra y la Luna, y los puntos en el círculo en los que se encuentran a máxima distancia y a mínima. A continuación Copérnico señala que en numerosas ocasiones ha encontrado paralajes diferentes, y apoyado en su teoría lunar demuestra que las mediciones de Ptolomeo son incorrectas. Para ello atiende a dos observaciones propias. Apoyado en estas observaciones determina **(IV, 17)** la distancia de la Luna a la Tierra, y las longitudes adquiridas cuando la Luna se encuentra en los cuatro límites del círculo lunar. También precisa **(IV, 18)** el diámetro aparente de la Luna y el de la sombra terrestre. Sus cálculos coinciden aproximadamente con los de Ptolomeo, aunque no sigue el procedimiento de éste, y tampoco explica el proceso que desarrolla.

En relación con la Luna vuelven a aparecer algunos parámetros solares. En **(IV, 19)** aborda la distancia del Sol. Empieza con un análisis de la demostración de Ptolomeo, quien parte de la igualdad de los diámetros aparentes del Sol y de la Luna. Sigue con la demostración de Albategnio, que muestra ciertas discrepancias de cálculo y procedimiento. Concluye con su propia demostración, aplicando los valores obte-

nidos por los anteriores a su propia teoría solar y lunar. Determinada la distancia del Sol, fácilmente señala **(IV, 20)** los diámetros del Sol, Luna y Tierra, y sus volúmenes. En el capítulo siguiente **(IV, 21)** discute las paralajes solares atendiendo a distintos valores dados con respecto al diámetro aparente del Sol. Y en **(IV, 22)** los diámetros y paralajes de la Luna, partiendo de la relación inversamente proporcional en la que se encuentran paralaje y diámetro aparente con respecto a la distancia de la Luna. Señala también su discrepancia con el diámetro atribuido por Ptolomeo.

En **(IV, 23)** atiende a otro efecto derivado de la posición de los tres cuerpos más importantes del sistema planetario: la sombra que sobre la Luna proyecta la Tierra. Para medir el radio de la sombra, primero lo hace proporcional al diámetro de la Luna, pero después atiende fundamentalmente a las variaciones ocasionadas por la distancia que separa a la Tierra del Sol. En las tablas colocadas después del capítulo siguiente, dedica Copérnico una a los semidiámetros aparentes del Sol, la Luna y la sombra de la Tierra con sus variaciones; no explica cómo se utilizan, luego debe entenderse que eran fácilmente inteligibles para sus coétaneos. En **(IV, 24)** calcula las paralajes del Sol y de la Luna y en **(IV, 25)** explica cómo deben utilizarse las tablas que al respecto establece.

El problema abordado en el capítulo **(IV, 26)** analiza cómo determinar la paralaje lunar, cuando la Luna se encuentra en distinto sistema de coordenadas; pero al ser las cantidades tan pequeñas en vez de triángulos curvilíneos podemos manejar triángulos rectilíneos, y la paralaje en latitud puede prácticamente ser despreciada. En **(IV, 27)** presenta un «experimento para probar la paralaje de la Luna», pero al mismo tiempo le sirve también para confirmar su teoría lunar y la confianza expresada en el valor de su sistema.

En el **(IV, 28)** da entrada al estudio y teoría de los eclipses. Para determinar un eclipse se precisa conocer el tiempo en el que se produce una conjunción o una oposición, y Copérnico proporciona un método para conocer este cálculo. Siguen unas tablas en las que también se indica la anomalía media del Sol en el mismo tiempo. Teniendo los tiempos medios de conjunción o de oposición es necesario encontrar los tiempos verdaderos **(IV, 29)**, para ello proporciona también un método propio que considera más seguro y sobre todo evita las repeticiones de cálculo. En **(IV, 30)** trata de los límites e intervalos en los que puede producirse un eclipse, primero para el eclipse de Luna, después para el de Sol, de modo más complejo aunque la argumentación básica sea la misma. En **(IV, 31)** atiende a las dimensiones de los eclipses. En los de Sol, se calculan los grados del diámetro oscurecido restando la latitud aparente de la suma del radio del Sol y del radio de la Luna. En los de Luna se resta la latitud verdadera de la suma

del radio de la Luna y de la sombra. En el capítulo **(IV, 32)** aborda la duración de los eclipses; primero apunta a las fases de los mismos que trata de pasada, después establece la duración determinando la longitud de los arcos (previamente los ha supuesto iguales a líneas rectas) atravesados por la Luna en cada fase y dividiéndolos por la velocidad horaria (velocidad verdadera para los eclipses de Luna, velocidad aparente para los de Sol). Asume que la Luna se mueve en su órbita, distinta a la de la eclíptica, pero con una diferencia tan pequeña que puede despreciarse. Por último se adhiere en la medición de los eclipses a la determinación de las áreas oscurecidas, y no a la de los diámetros.

LIBRO V

Señala Copérnico en la *Introducción* a este libro que empieza ahora el estudio de las cinco estrellas errantes, cuyas trayectorias quedarán determinadas a partir de la Tierra en movimiento. Inicia el capítulo primero **(V, 1)** señalando los movimientos medios de los planetas en relación con la Tierra que también describe un movimiento rotatorio, con velocidad distinta. De la combinación de ambos movimientos rotatorios surge un movimiento en longitud del planeta, distinto del movimiento propio de cada uno de ellos. Para determinarlo son necesarias las mediciones de los antiguos, y en esto y en lo que prosigue imita el desarrollo de Ptolomeo. Da el nombre de conmutación (paralaje) a este movimiento y proporciona distintos valores relativos al mismo, valores no muy seguros por las discrepancias existentes entre el manuscrito y la primera edición. Siguen unas tablas que llama del movimiento de conmutación o paralaje, presentadas para períodos de 1-60 años egipcios y 1-60 días. La longitud heliocéntrica media del planeta se consigue restándole a la longitud sideral media el movimiento de anomalía media o de conmutación, en los planetas superiores; en los inferiores se suma este último movimiento de conmutación. Junto a estos movimientos medios, presenta una primera anomalía o irregularidad **(V, 2)** y las combinaciones geométricas concebidas por los «antiguos» para salvarla; Copérnico les acusa de violar el principio del movimiento circular. En **(V, 3)** presenta la irregularidad derivada del movimiento de la Tierra, a la que denomina segunda anomalía; dado este supuesto presenta el modelo correspondiente para los planetas inferiores y el de los planetas superiores. En **(V, 4)** ofrece el modelo para salvar la primera anomalía o irregularidad, en el que la Tierra ocupa el lugar del Sol (según el modelo de Ptolomeo), y el planeta se mueve en un epiciclo sobre una excéntrica; Copérnico intenta salvar el hecho de que el planeta no describa un círculo perfecto.

Después de estas consideraciones generales sobre los planetas, pasa, como había señalado, a la determinación de los parámetros para cada uno de los planetas, teniendo en cuenta las observaciones realizadas por los antiguos y las propias. Empieza por Saturno (**V, 5**). Toma tres posiciones «acrónicas» (oposiciones) observadas por Ptolomeo y la consiguiente derivación de la excentricidad, y también la posición de la línea de los ápsides, con el fin de poder determinar los parámetros que componen la trayectoria del planeta: la excentricidad, la anomalía de la excentricidad a partir de los ápsides, la ecuación del centro y la longitud sideral. En (**V, 6**) reseña tres mediciones semejantes a las anteriores, recientes, realizadas por Copérnico, a partir de las cuales busca también los parámetros de Saturno, fundamentalmente excentricidad y línea de los ápsides; realiza los cálculos para determinar los valores más representativos de la trayectoria del planeta, primero según el modelo de Ptolomeo, después según su propio modelo. En (**V, 7**) a partir de los datos calculados en los dos capítulos anteriores determina el movimiento medio de Saturno y en (**V, 8**) las posiciones del planeta al principio de las distintas épocas o calendarios. En (**V, 9**), a partir de otra observación, demuestra en qué relación se encuentra el radio de la órbita de Saturno y el radio de la órbita de la Tierra; de ahí deriva la paralaje máxima en el apogeo del planeta y la mínima en el perigeo.

Para Júpiter utiliza un procedimiento semejante. En (**V, 10**) toma tres posiciones presentadas por Ptolomeo que describe, después proporciona los valores de la excentricidad y de la anomalía de la excentricidad, para después fijar en la tercera posición sólo los valores de la anomalía media y de la longitud sideral del apogeo. En (**V, 11**) toma tres oposiciones observadas por él mismo, y emprende de modo semejante la determinación de los parámetros más representativos de la trayectoria de Júpiter, como antes había realizado con Saturno. Compara (**V, 12**) la tercera oposición de Ptolomeo con la tercera propia para comprobar cual es la alteración en el movimiento medio de Júpiter. En (**V, 13**) proporciona los valores de la anomalía media para el principio de cada calendario, siguiendo el orden de Cristo, Olimpíadas, Alejandro, no aludiendo a César. En (**V, 14**) determina los radios de lor círculos que intervienen en el movimiento del planeta (epiciclo, excéntrico y el radio dado de la órbita de la Tierra), así como la paralaje máxima y mínima que se corresponde con estas distancias.

Para la descripción de los movimientos del planeta Marte (**V, 15**) procede como en los casos anteriores, tomando tres mediciones de los antiguos (Ptolomeo), desde las que calcula excentricidades y anomalías, coincidiendo con las mediciones de Ptolomeo; después, teniendo en cuenta sólo la tercera oposición, determina la longitud media sideral y la anomalía media. En (**V, 16**) toma de nuevo tres observaciones de su tiempo y repite también las figuras, aunque señala que simplifi-

ca los cálculos para evitar el tedio, y determina los elementos fundamentales de la trayectoria del planeta, siguiendo un procedimiento semejante al del capítulo anterior. Señala en éste un curioso movimiento del centro de la órbita de la Tierra, que no coincide con un movimiento igual en el Sol verdadero. En los tres capítulos siguientes repite el cálculo de parámetros lo mismo que ha realizado con respecto a los planetas anteriores: en **(V, 17)** comprueba el movimiento medio de Marte entre dos fechas determinadas; en **(V, 18)**, abreviando mucho los cálculos, la posición del planeta para los años de Cristo, dándose también los valores para los principios de los restantes calendarios; y en **(V, 19)** los radios correspondientes, junto con la máxima y mínima distancia del planeta.

Al estudio de los planetas inferiores se pasa sin ninguna consideración especial, a no ser cierta referencia a la distancia matutina y vespertina de Venus. En **(V, 20)** determina la longitud de la línea de los ápsides. Para ello toma dos observaciones en las cuales las elongaciones de Venus desde el Sol son iguales y opuestas, después toma otro par de observaciones para confirmar el mismo problema, pero dado que las elongaciones de los dos últimos cómputos son mayores que las primeras, busca otras dos observaciones que proporcionen la máxima y mínima distincia y que señalarán la dirección de los ápsides. En **(V, 21)** indaga el radio de la órbita de la Tierra y de Venus, partiendo de las dos últimas elongaciones que ha proporcionado la línea de los ápsides y suponiendo que la Tierra se encuentra en esa línea. En **(V, 22)**, a partir de dos mediciones en las cuales la Tierra se encuentra formando ángulos rectos con la línea de los ápsides, establece dos excentricidades, diversas a la que había dado en el capítulo anterior. Al final del capítulo describe el modelo (hipótesis) concebido para Venus. En él indica que el centro de la órbita de Venus dará dos vueltas alrededor de su propio centro, mientras la Tierra recorre una vez su órbita. Dado este modelo, intenta **(V, 23)** proporcionar el cálculo de la anomalía media para dos observaciones (una antigua y otra nueva) y la corrección de la anomalía en el tiempo que las separa. En **(V, 24)** apunta que el mismo procedimiento debe seguirse para determinar la posición del movimiento en la primera Olimpíada, e igual también para el principio de las restantes medidas de tiempo.

En **(V, 25)** inicia el tratamiento de Mercurio. Señala que, según las observaciones antiguas, la máxima elongación no se produce cuando el centro del epiciclo está a 180° desde el apogeo, sino a los ± 120. Muestra los modelos de los matemáticos antiguos y describe el método alternativo que piensa seguir, salvando siempre la regularidad de su movimiento. A continuación describe gráficamente esta hipótesis. En **(V, 26)** demuestra muy abreviadamente la línea de los ápsides a partir de la posición media del Sol, en dos observaciones que toma de Ptolo-

meo, y atiende a otras dos observaciones de Mercurio para distinguir el apogeo y perigeo de los ápsides. A partir de las dos observaciones últimas, demuestra en **(V, 27)** el radio de la órbita y la excentricidad de la misma. Pero como estas magnitudes cambian en los ápsides medios, toma otros dos cómputos que se corresponden con estas posiciones, y de nuevo determina radio y excentricidades, lo que parece indicar que el radio es variable. En **(V, 28)** desarrolla y demuestra un aspecto señalado en el primer capítulo dedicado a Mercurio (V, 25), en el que se decía que la elongación máxima está a los $\pm 120°$ y no a los 180. En **(V, 29)** inicia el examen del movimiento medio del planeta en un tiempo determinado. Toma, como en el caso de Venus, primero una observación antigua y determina la anomalía media en el tiempo de la misma; después en **(V, 30)** toma tres observaciones modernas, pero no propias, por las dificultades de observar a Mercurio desde las brumosas tierras del Vístula, y supone que las mediciones realizadas por Ptolomeo no han cambiado; otorga entonces un valor a la línea de los ápsides, y con las mediciones invariables calcula la anomalía media para la primera observación, de ahí calcula las elongaciones de Mercurio para las otras dos. Al concordar con lo registrado considera correctos los supuestos de partida, así como los valores de la anomalía media derivados de ellos. En **(V, 31)**, a partir del intervalo de tiempo entre el último de los cómputos modernos del capítulo anterior y el principio de los tiempos de Cristo, proporciona la posición de la anomalía de conmutación en ese momento, de donde deduce también la correspondiente a la primera Olimpíada y a los tiempos de Alejandro. Antes de terminar con Mercurio, Copérnico presenta **(V, 32)** otro modelo para explicar las grandes elongaciones de este planeta y que Copérnico cree serán útiles para explicar las irregularidades en latitud.

En el capítulo **(V, 33)** introduce unas tablas de corrección para todos los planetas, en las que la columna tercera proporciona la ecuación del centro y las columnas siguientes sirven para establecer la ecuación de la anomalía. Después de las tablas, explica **(V, 34)** cómo calcular, utilizándolas, las posiciones en longitud de los cinco planetas, en primer lugar de los planetas superiores, después de los inferiores.

Los dos últimos capítulos del libro quinto están dedicados a exponer los fenómenos de detención y retrogradación en los planetas. Esta explicación constituye uno de los mayores éxitos del sistema heliocéntrico de Copérnico. En **(V, 35)** aclara en primer lugar el teorema de Apolonio, que relaciona la velocidad de traslación de la Tierra y la del planeta, representadas por dos ángulos de un triángulo, con segmentos de los lados del mismo triángulo. Prueba el teorema con respecto a un planeta inferior, e indica que lo mismo puede realizarse con respecto a los planetas superiores. En **(V, 36)** explica el teorema para de-

terminar longitud y tiempo del arco de retrogradación para un planeta superior, Marte.

LIBRO VI

El libro VI aborda el movimiento en latitud de los planetas. En la *Introducción* señala que las posiciciones de éstos no son debidamente conocidas si además de la longitud no consta también la latitud, ambas con respecto a la eclíptica en la esfera de las «estrellas fijas».

Empieza con una descripción del movimiento en latitud, como la órbita inclinada del planeta con respecto al plano de la eclíptica (VI, 1). Por ello se producen dos anomalías, una relativa al Sol, ya que la órbita del planeta es excéntrica con respecto al mismo, la segunda anomalía debida al movimiento de la Tierra. El plano de la órbita del planeta corta al plano de la eclíptica a lo largo de la línea nodal.

Presenta entonces dos aspectos del modelo para explicar este movimiento. Uno correspondiente a los planetas superiores, en el que la máxima digresión en latitud se produce cuando el planeta se encuentra a 90° del lugar en el que se hallaba en oposición al Sol, y ello con irregularidades. El segundo aspecto del modelo, el correspondiente a los planetas inferiores, la línea nodal, carente de digresión, se produce cuando el planeta se halla a 90° de la línea que señala la oposición del Sol. En **(VI, 2)**, después de un resumen general, plantea de nuevo las posiciones con las diferencias en latitud, tanto para los planetas superiores como inferiores, aunque ahora representándolas geométricamente, para que «aparezca más claro».

En **(VI, 3)** procede a determinar los parámetros que delimitan la desviación en latitud. En este capítulo trata sobre el ángulo de inclinación correspondiente a los planetas superiores. Parte de las medidas ptolomaicas (no de propias observaciones) y demuestra la inclinación máxima y mínima del planeta Marte, de Saturno y de Júpiter. Proporciona los resultados sin probarlos. En **(VI, 4)** indica en general el procedimiento para medir la latitud norte y la latitud sur (con respecto a los planetas superiores), que después aparecerán en las tablas; y en particular proporciona un ejemplo para el planeta Marte, partiendo de un ángulo de inclinación hacia el sur de 1° 50' y estando la Tierra a 45° después de la oposición.

Desde el **(VI, 5)** inicia el cálculo de los parámetros para los planetas inferiores, siguiendo el modelo presentado en **(VI, 1 y 2)**, y advirtiendo que en estos planetas se producen tres digresiones en latitud a la vez. Primero la declinación o inclinación en latitud de la órbita, que alcanza sus valores máximos cuando la Tierra está a $\pm 90°$ de la línea de los ápsides en la órbita de la excéntrica. Toma los valores compu-

tados por Ptolomeo y el cálculo es semejante al utilizado con respecto a los planetas superiores. Busca este cálculo determinar la inclinación de la órbita del planeta a partir de la latitud observada desde la Tierra. El segundo desplazamiento en latitud, llamado oblicuidad (VI, 6 y 7) se produce cuando la Tierra se encuentra en la línea de los ápsides y la órbita del planeta se inclina a una y a otra parte de la anterior línea (en este último aspecto se diferencia del tercer desplazamiento). Siguiendo a Ptolomeo señala que la máxima oblicuidad se produce cuando el planeta se encuentra en la máxima elongación, de donde en (VI, 6) demuestra que la proporción de la oblicuidad en un punto a la oblicuidad máxima es igual a la proporción entre la elongación en ese punto con respecto a la elongación máxima. A partir de estas relaciones determina el ángulo de oblicuidad máxima, primero para Venus y después para Mercurio, y también las utiliza para la tabla de las latitudes en oblicuidad. El tercer movimiento en latitud (VI, 8) lo denomina desviación y se diferencia de la oblicuidad porque acontece en la misma línea de los ápsides y la órbita aparece como elevada sobre el plano de la eclíptica; en consecuencia calcula la distancia entre las órbitas, el ángulo de latitud desde la Tierra y desde el centro de la órbita de los planetas.

Por último aparecen las tablas correspondientes a las latitudes de todos los planetas, los superiores según la latitud norte y sur, los inferiores a tenor de los desplazamientos señalados: declinación, oblicuidad y desviación. El último capítulo (VI, 9) está dedicado a explicar el uso de esta tabla, no carente de dificultades, sobre todo con respecto a los planetas inferiores.

SOBRE LA TRADUCCION

En 1973 se celebró el quinto centenario del nacimiento de Nicolás Copérnico. En 1943 se había conmemorado, en circunstancias bien difíciles, dentro del violento remolino de la segunda guerra mundial, su muerte y publicación del *De Revolutionibus*. El recientemente pasado aniversario parecía exigir, al margen de las acres e irrelevantes discusiones sobre la nacionalidad de Copérnico (alemán o polaco), un estudio más sereno y con miras exclusivamente científicas. De ahí surgió la iniciativa de la Academia Polaca de las Ciencias, que asumió la responsabilidad de dirigir una serie de estudios sobre Copérnico y su tiempo, entre ellos la edición de sus obras, completas, comprensivas únicamente de los textos de autenticidad indiscutible.

Esta *Opera Omnia* abarca tres volúmenes. El primero reproduce en facsímil el manuscrito autógrafo del *De Revolutionibus*, con un análisis material e histórico del mismo. El manuscrito se conserva hoy en

la Universidad de Cracovia, cedido en 1956 por el gobierno de Checoslovaquia. El segundo volumen edita en latín la obra maestra de Copérnico, teniendo en cuenta tanto el códice autógrafo, la edición príncipe de Nuremberg de 1543, así como las cinco ediciones posteriores. El tercero comprende los trabajos menores de Copérnico agrupados en cuatro secciones: astronomía, economía, literatura y la recopilación de sus cartas.

La traducción que les ofrecemos se ha efectuado a partir del segundo volumen antes indicado. Las diferencias entre las diversas ediciones únicamente se han tenido en cuenta, cuando son muy significativas.

Al margen de cualquier teorización sobre qué significa *traducir,* nos ha dominado el sentimiento de encontrarnos ante uno de los documentos históricos más importantes de nuestro pasado. Y como tal documento hemos pretendido verterlo al castellano, dentro de nuestras posibilidades, como diría Copérnico, conservando al máximo (salvada la exigible inteligibilidad) su forma expositiva.

Así se ha mantenido la numeración romana cuando en el texto aparece (a pesar del esfuerzo que supondrá para el lector) o hemos conservado la letra inicial mayúscula en los nombres de los astros-planetas y la minúscula al referirse a la tierra. En todo caso se han introducido entre corchetes [ ] términos explicativos que pueden ayudar a una más fácil lectura del texto. Buena parte de las notas tienen también esta *intención.*

Los números que aparecen al margen en nuestra traducción, remiten a las páginas del volumen II de la citada *Opera Omnia.* Los incluidos entre paréntesis al principio de cada punto y aparte, a la línea correspondiente.

Es imprescindible reseñar la desinteresada ayuda que siempre nos ha ofrecido el profesor Pawel Czartoryski, de la Academia de las Ciencias Polaca y director del primer volumen de la *Opera Omnia.* Tengo conciencia de que tal ayuda no ha sido suficientemente aprovechada, lo que sin duda puede originar algunas deficiencias. También recuerdo con agrado las conversaciones orientadoras a este respecto mantenidas en Varsovia con los profesores Waldemar Voisé y Jerzy Dobrzycki claros representantes del espíritu de colaboración intelectual.

En la nueva edición ahora publicada por Tecnos se han incorporado algunas modificaciones con respecto a la primera de Editora Nacional. En la Introducción a la obra se suprimen dos apartados: «Copérnico y la Filosofía de la Naturaleza en el Renacimiento» e «Influencias filosóficas». Una de las razones de esta supresión me parece ser de tipo externo: no alargar excesivamente la parte introductoria. Otra, porque, desde que se redactó y entregó el original de la primera edición (unos cuantos años antes de publicarlo, 1982), han aparecido diversos tratados sobre el tema, a través de los cuales puede orientarse suficiente-

mente el lector. Sin embargo, estos epígrafes han sido sustituidos por otro: «Contenido del *De Revolutionibus*». En él se señala paso a paso la materia fundamental tratada por Copérnico en esta obra, y que considero puede ser de utilidad para una visión de conjunto o para espigar alguna de las cuestiones planteadas.

Ciertos cambios se han introducido también en el texto, buscando siempre el difícil acoplamiento de la claridad con el cuidado por mantenerse ceñidos a la letra. Con este mismo fin se insertan más notas. Sin embargo, siempre queda la conciencia, aun antes de darlo a luz, de que se deben alcanzar cotas de perfección superiores.

Por último, deseo agradecer a Mercedes Testal Parrilla, tanto su eficaz colaboración al editarse por primera vez este libro, como su disponibilidad siempre entusiasta.

CRONOLOGIA

Los siguientes datos han sido cotejados con la colección de fuentes materiales sobre la biografía de Nicolás Copérnico, debida a Marian Biskup, *Regesta Copernicana (Calendar of Copernicus' Papers)*, Studia Copernicana VIII, Warszawa, 1973. En esta obra se recogen 520 documentos referentes a la biografía de Copérnico indicando dónde se encuentra el original y dónde han sido publicados. Abarca del año 1448 al 1550.

1473 (19 de febrero). Nace en Torún (obispado de Warmia, Nicolás Copérnico *(Nicolaus Copernicus)*, hijo de Nicolas, comerciante establecido, y de Bárbara Watzenrode.

1483 Aproximadamente en esta fecha muere su padre.

1491 (otoño). Queda registrado en la Universidad de Cracovia siendo Rector *Mathie de Cobilino*, Profesor de Teología.

1495 (antes de). *Albertus Brudzewo*, autor de obras matemáticas y astrólogo con experiencia, era instructor en Cracovia de algunos matemáticos famosos. Entre los que se encuentra Nicolás Copérnico.

1495 Obtiene una canonjía en el Capítulo de Warmia, apoyado por su tío el obispo Lucas Watzenrode, aunque por oposición de parte del Capítulo sólo la ocupará definitivamente hacia 1497. En algunos documentos del momento junto al nombre de Copérnico aparecen las palabras «sobrino del obispo» *(nepos episcopi)*.

1946 (hacia el final del año). Queda registrado en el *Nobilissimi Germanorum Collegii* de Bolonia. Había partido hacia Italia en el otoño, junto con su hermano Andrés, para realizar estudios de Derecho Canónico.

1497 (9 de marzo). Observa el eclipse de Aldebarán por la Luna (De Rev., IV, 27), primera medición de la que tenemos conocimiento. La realiza junto con Doménico María Novara, entonces profesor de astrología, y por tanto también de astronomía, en Bolonia.

1500 Se encuentra en Roma en el Año Jubilar. Seguramente para realizar las preceptivas prácticas de derecho canónico en la curia romana. De este mismo año se conservan algunas observaciones astronómicas, entre ellas un eclipse de Luna. Según Rheticus dictó conferencias a estudiantes y expertos, aunque este dato ha sido muy discutido.

1501 Los hermanos Nicolás y Andrés Copérnico regresan a su patria. Solicitan, y se les concede, permiso al Capítulo de Warmia para continuar sus estudios en Italia. A Nicolás se le da permiso con la promesa de estudiar medicina, para que en el futuro actúe como consejero médico del Obispo y de los canónigos.

1501-1503 (mayo). Estudia medicina en Padua.

1503 (31 de mayo). Marcha a Ferrara donde se doctora en Derecho Canónico. En el verano de este mismo año regresa a Warmia.

1503-1510 Reside en Lidzbark como secretario y médico personal de su tío Lucas Watzenrode. Queda registrada su asistencia en varias ocasiones a la Asamblea de los Estados de la Prusia Real.

1507 Difunde en copias manuscritas el primer esbozo de su sistema heliocéntrico, conocido con el nombre de Commentariolus *(Nicolai Copernici De hipothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus)*.

1509 Publica en Cracovia su traducción latina de las Epístolas de Theophilactus de Simocata *(Theopilacti scolastici Simocati epistolae morales, rurales et amatorie interpretatione latina)*. La obra está dedicada a su tío Lucas Watzenrode.

1510-1513 Canciller del Capítulo de Warmia.

1510 En esta fecha Copérnico había confeccionado un mapa de Pomerania, que se ha perdido.

1512 (29 de marzo). Fallece en Torún Lucas Watzenrode, tío y protector de Copérnico.

1513-16 Participa en la discusión sobre la reforma del calendario. La comisión correspondiente del Concilio de Letrán promueve una encuesta. Entre las Universidades y personas individuales que responden, figura Copérnico.

1513 Sobre esta fecha inicia el trabajo del *De Revolutionibus*.

1516-19 Como administrador de los bienes del Capítulo de Warmia, reside en el castillo de Olsztyn.

1517 Prepara la primera versión del tratado sobre la reforma monetaria en la Prusia Real, titulado «Meditaciones de Nicolás Copérnico» (N. C. Meditata).

1519 Termina la segunda versión del tratado sobre la reforma de la moneda en la Prusia Real *(Modus cudendi monetam, Tractatus de monetis Nicolai Copernici).*

1520-21 Guerra con la Orden Teutónica.

1521-22 Copérnico es visitador de las propiedades del Capítulo.

1522 (marzo). En la Asamblea de los Estados de la Prusia Real, Copérnico presenta su tratado sobre la reforma de la moneda preparado en 1519.

1523 Administrador general del obispado de Warmia, mientras está vacante la sede episcopal.

1523-25 Nuevamente canciller del Capítulo.

1524 Copérnico da las gracias a Bernard Wapowski, secretario de Segismundo I, rey de Polonia, por enviarle la pequeña obra de John Werner de Nuremberg, *De motu octavae sphaerae,* y le adjunta una crítica de dicho tratado. La respuesta crítica de Copérnico se ha conservado con el nombre de *Carta a Bernard Wapowski.*

1528 Copérnico prepara la versión final del tratado sobre la reforma de la moneda, y es requerido por el obispo de Warmia para discutirlo en las deliberaciones de los estados prusianos.

1529 (12 de marzo). Observa el eclipse de Venus por la Luna. Ultima de las observaciones que aparece en el *De Revolutionibus.*

1530-32 Copérnico es nuevamente visitador del Capítulo.

1531 Prepara e impone la tarifa del pan, conforme al precio del trigo y del centeno. *Ratio panaria Allensteinensis secundum precia frumentorum triciti et siliginis.*

1533 John Albert Widmanstadt, Secretario del Papa, explica a Clemente VII, en los jardines del Vaticano, la opinión de Copérnico acerca del movimiento de la Tierra.

1535 Bernad Wapowski envía a Segismundo Herberstein, en Viena, una copia de un almanaque, con los más auténticos y mejor explicados movimientos de los planetas. Este calendario astronómico, debido a Copérnico, se ha perdido.

1536 Erasmo de Rotterdam, antes de su muerte (12 de julio de 1536), expresa una opinión favorable sobre Copérnico.

1536 El cardenal Nicolás von Schönberg, escribe desde Roma a Copérnico interesándose por su teoría y animándole a que la publique. La carta apareció en la primera edición del *De Revolutionibus.*

1539 George Joachim Rheticus, profesor de la Universidad de Wittenberg llega a Frombork.

1539 Martín Lutero critica a un cierto astrólogo, que establece el movimiento de la Tierra y no el de los cielos, y admite que el Sol está quieto contra lo que enseñan las Sagradas Escrituras.
1539-40 Termina el texto del *De Revolutionibus*.
1539 (septiembre). Rheticus concluye el texto de la *Narratio Prima*, en forma de una carta a John Schöner.
1540 (febrero). La *Narratio Prima* es publicada en Gdansk, incluyendo *Encomium Prussiae*.
1541 (abril). Osiander escribe a Copérnico y a Rheticus indicándoles que peripatéticos y teólogos guardarían silencio si se presentan los movimientos de la Tierra como hipótesis y no como hechos.
1541 Segunda edición de la *Narratio Prima* del Rheticus en Basilea.
1541 (21 de agosto). Ultima observación que conservamos (un eclipse de Sol) entre las realizadas por Copérnico.
1541 (octubre). Melanchton critica como absurda la teoría astronómica propuesta por Copérnico.
1542 (junio). Finaliza la introducción al *De Revolutionibus* en forma de carta al Papa Pablo III.
1542 (junio). Aparece en Wittenberg la obra de Copérnico *De lateribus et angulis triangulorum...* (incluido en el *De Revolutionibus*, Libro I, capítulos 13-14), editada y con prefacio laudatorio de Rheticus.
1542 (diciembre). Noticia de la enfermedad de Copérnico.
1543 (marzo). Se publica la obra de Copérnico bajo el título *De revolutionibus orbium coelestium Libri VI.*
1543 (24 de mayo). Muere Copérnico en Frombrok.

BIBLIOGRAFIA

I. EDICIONES

Nicolai Copernici Torinensis *De Revolutionibus orbium coelestium Libri VI*, Johann Petreius, Norimbergae, 1543.
Nicolai Copernici Torinensis *De Revolutionibus orbium coelestium, Libri VI (...)* Item, *De Libris Revolutionum Nicolai Copernici Narratio Prima* por M. Georgium Joachimum Rheticum ad Joan. Schonerum scripta. Basileae 1566 ex officina Hericpetrina.
Astronomia instaurata libri sex comprenhensa, qui de Revolutionibus orbium coelestium inscribuntut (...), opera et studio D. Nicolai Mulerii (...) Amsterrodami, 1617, Escud. W. Jansonius.

De Revolutionibus Orbium Coelestium libri sex. (Título y texto en polaco.) Se publica por primera vez la introducción al libro primero. Ed. J. Baronowski, Warszawa, 1854.

Spicilegium Copernicanum. Festschrift des historischen Vereins für Ermland zum vierhundertsten Geburtstage des ermländischen Domherrn Nikolaus Kopernikus. Herausgegeben von Franz Hipler, Braunsberg, 1873.

De Revolutionibus orbium coelestium libri VI. Ex auctoris autographo recudi curavit Societas Copernicana Thorunensis. Thoruni, 1873.

Ueber die Kreisbewegungen der Weltkörper. Uebersetzt und mit Anmerkungen von C. L. Menzzer. Durchgesehen und mit einem Vorwort von Moritz Cantor. Thorn, 1879. Nueva impresión en Leipzig, 1939, con una introducción de J. Hopmann.

Des Révolutions des orbes célestes. Traducción con introducción y notas por A. Koyré, París, F. Alcan, 1934. (Unicamente el libro primero.) Nueva tirada en A. Blanchard, 1970. Traducción al castellano en Eudeba, Buenos Aires, 1965.

Gesamtausgabe. Vol. II. *De Revolutionibus orbium coelestium libri sex* (Edición del texto crítico). Al cuidado de Franz Zeller y Karl Zeller. München R. Oldenburg, 1949.

Three Copernican treatises. The Commentariolus of Copernicus. The Letter against Werner. The Narratio Prima of Rheticus. Traducción e Introducción por E. Rosen. Con Bibliografía comentada, New York 1939, London 1959 [2], 1971 [3].

On the revolutions of the heavenly spheres. Trad. por C. G. Wallis. Encyclopaedia Britannica, Great Books of the Western World, n.° 18. Chicago, 1952.

Revoluciones de las órbitas celestes. Traducción Manuel Tagueña Lacorte y Carlos Moreno Canadas. México, Comisión de Operación y Fomento de Actividades Académicas del Instituto Politécnico Nacional, 1969.

En la actualidad el manuscrito del *De Revolutionibus* se encuentra en la Universidad Jagelónica de Cracovia, con la signatura 10.000. La última reproducción facsímil ocupa el volumen I de la *Opera Omnia,* editada por Panstwowe Wydawnictwo Naukowe (P.W.N.), Warszawa, 1973. Y el volumen II: *Nicolai Copernici De Revolutionibus libri sex.* Varsaviae-Cracoviae, 1975.

On the Revolutions of the Heavenly Spheres, Trad. Introd. y notas de A. M. Duncan. Newton Abbot-London, 1976.

On the Revolutions. An english translation and commentary by Edward Rosen. Macmillan Press. London, 1978. Traducción del vol. II de la anteriormente citada *Opera omnia.*

The Minor Works, transl. by E. Rosen. Macmillan Press, London, 1985. Traducción del vol. III de la *Opera Omnia.*

Opúsculos sobre el movimiento de la Tierra: N. Copérnico, Th. Digges, Galileo, Trad., Intr. y notas de A. Elena, Alianza, 1984.

II. REPERTORIOS BIBLIOGRAFICOS

Zinner, Ernst. *Entstehung und Ausbreitung der coppernicanischen Lehre.* Erlangen Universität, 1943. Bibliografía con más de 785 títulos.

Baranowski, Henryk. *Bibliografía Kopernikowska, 1509-1955.* Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1958.

Rosen, Edward. *Three Copernican treatises.* New York [2], 1961, revisada con una bibliografía anotada para los años 1939-1958 en las pp. 199-269. New York [3], 1971, con bibliografía anotada para los años 1959-1970 en las pp. 271-312.

Baranowski, Henryk. *Bibliografia kopernikowska,* II, 1956-1971 P.W.N., Warszawa, 1973. Continuada para los años 1972-75 en *Studia Copernicana,* 17, Ossolineum, Warszawa, 1977.

III. LIBROS

ARMITAGE, A.: *Copernicus. The founder of modern astronomy.* New York, Th Yoseloff, 1957.

BEER, A. y STRAND, K. AA.: *Copernicus Yesterday and Today.* Pergamon Press, 1975.

BILINSKI, B.: *Il pitagorismo di Niccolò Copernico.* Accademia Polacca delle Scienze, Roma, 1977.

BIRKENMAJER, L. A.: *Mikolaj Kopernik,* Cracovia, 1900.

BIRKENMAJER, L. A.: *Stromata Copernicana. Studia, poszukiwania i materialy biograficzne.* Cracovia, 1924.

BISKUP, M.: *Regesta Copernicana (Calendar of Copernicus' papers).* Studia Copemicana, VIII, Ossolineum, Warszawa, 1973.

BLUMENBERG, H.: *Die Genesis der kopernikanischen Welt,* Suhrkamp, Frankfurt/Main, 1975.

DOBRZYCKI, J. (Ed.): *The Reception of Copernicus' Heliocentric Theory,* Dordrecht, Reidel, 1973.

ELENA, Alberto: *La quimera de los cielos. Aspectos epistemológicos de la revolución copernicana.* Siglo XXI, Madrid, 1985.

GINGERICH (Ed.): *The nature of scientific discovery. A symposium commemorating the 500th anniversary of the birth of Nicolaus Copernicus.* Washington D. C. Simithsociam Ins. Press., 1975.

HANSON, N. R.: *Constelaciones y conjeturas.* Alianza ed. Madrid 1978.

HILFSTEIN, Erna: *Starowolski's biographies of Copernicus*, Warszawa, Ossolineum, 1980.

HOYLE, F.: *De Stonehenge a la cosmología contemporánea. Nicolás Copérnico.* Alianza ed. Madrid. 1976.

KESTEN, H.: *Copernicus and his world.* New York, 1945.

KOESTLER, A.: *The sleepwalkers. A history of man's changing vision of the universe.* New York, Mac Millan, 1959. Hay trad. esp.

KOYRÉ, A.: *From the closed world to the infinite universe*, Baltimore, 1957. Hay trad. esp.

KOYRÉ, A.: *La rêvolution astronomique: Copernic, Kepler, Borelli.* París, Hermann, 1961.

KUHN, Th. S.: *The copernican revolution. Planetary astronomy in the development of Western thought.* Harvard Univ. Press. 1957.

MORPHET. C. S.: *Galileo and Copernican astronomy. A scientific world view defined.* Butterworth, Sevenoaks (Kent, England), 1977.

NEYMAN, J. (ed.): *The Heritage of Copernicus: theories more pleasing to the Mind.* The Massachusets Institute of Technology, 1974.

PROWE, L.: *Nicolau Copernicus: I.—Das Leben; II.—Urkunden*, Berlín, 1883 y 1884.

REICHENBACH, H.: *De Copérnico a Einstein.* Ed. Poseidón, Buenos Aire, 1945.

SWERLOW, N. M. y NEUGEBAUER, O.: *Mathematical astronomy in Copernicus's De Revolutionibus*, 2 vols. Springer-Verlag, Berlin, New York... 1984.

VARIOS: *Avant, avec, après Copernic. La representation de l'univers et ses conséquences épistémologiques.* Centre intemational de synthèse. Paris. A. Blanchard. 1975.

VARIOS: *Nicolaus Copernicus*, 1473-1973. Akademie-Verlag, Berlin, 1973.

VARIOS: *Commémoration du 500^me^ anniversaire de la naissance de Nicolas Copernic (1473-1973).* Editions de l'Université de Bruxelles, 1974.

PHILOSOPHIA NATURALIS. Número especial dedicado a conmemorar el 5.º centenario del nacimiento de Copérnico. Meisenheim-Glan, 14 (1973), 3-4.

VARIOS: *Nicolás Copérnico en el quinto centenario de su nacimiento, 1473-1973.* Siglo XXI Argentina editores, Buenos Aires, 1973.

VERNET, J.: *Astrología y astronomía en el Renacimiento. La revolución copernicana*, Ariel, Barcelona, 1974.

WESTMANN, R. J.: (ed.): *The copernican achievement*, Univ. of California Press, 1975.

ZELLER, M. C.: *The development of trigonometry from Regiomontanus to Pitiscus.* Ann Arbor, Michigan, 1944.

IV. ARTICULOS

AFRICA, Th. W.: «Copernicus' relation to Aristarchus and Pythagoras», *Isis*, vol. 52, 1961, pp. 403-409.

ALVAREZ, M. F.: «Copérnico y su huella en la Salamanca del Barroco», *Acta Salmanticensia.* Serie Filosofía y Letras (Salamanca). 1974, n.° 81, pp. 1-37.

BERNHARDT, J.: «L'originalité de Copernic et la naissance de la science moderne», *Rev. Ens. philos.* 1972-1973 (23), pp. 1-35.

BIRKENMAJER, A.: «Nicolas Copernic» (pp. 563-781); «Copernic philosophe» (pp. 612-646). *Etudes d'historia des sciences en Pologne* en Studia Copernicana IV, Ossolineum. Warszawa, 1972.

BIRKENMAJER, A.: «Les éléments traditionnels et nouveaux dans la cosmologie de Nicolas Copernic», *Organon*, 2, 1965, pp. 37-18.

CONWAY, P.: «Aristotle, Copernicus, Galileo», *New Scholast.*, vol. 23, 1949, pp. 38-61, 129-146.

CZARTORYSKY, P.: «The Library of Copernicus» *Studia Copernicana*, 16, 355-96.

FRANK, Ph.: «The philosophical meaning of the Copernican revolution», *Proceed. Amer. Philos. Soc.* 87, 1944, pp. 381-386.

GODART, O.: «La revolution copernicienne de la cosmologie», *Rev. Quest. sc.*, 1973 (144), pp. 297-316.

GRANT, E.: «Late medieval thought. Copernicus and the scientific revolution», *J. Hist. Ideas.*, 1962 (23), pp. 197-220.

GUERLAC, H.: «Copernicus and Aristotles's cosmos», *J. Hist. Ideas*, 1968 (29), pp. 109-13.

HADEN, J.: «Copernicus and the history of science», *Rev. Metaphys*, 1959 (13), pp. 79-108.

HANSON, N. R.: «Contraequivalence. A defence of the originality of Copernicus». *Isis*, 1964 (55), pp. 308-325.

HEIDELBERGER, M.: «Some intertheoretic relations between Ptolomean and Copernican astronomy», *Erkenntnis*, 1976 (10), pp. 323-36.

INGARDEN, R.St.: «Buridan et Copernic deux conceptions de la science». Etudes copernicienes, I. *Bull. Acad. Pol. Sc. Lett.* (Paris), n.° 13-16, 1955-57 (1958), pp. 120-129.

KOYRÉ, A.: «Copernicus and Kepler on gravity», en *Newtonian studies*. London, 1965, pp. 173-175.

KOYRÉ, A.: «Le problème physique du Copernicanisme», en *Etudes galiléennes*, Paris, 1966, pp. 166-204.

MARKOWSKI, M.: «On philosophical foundations of Copernicus' heliocentric system», *Dial. Hum.*, 1973, pp. 213-23.

MÍNGUEZ, C.: «Copérnico. La crítica al cosmos medieval». *Arbor*, n.° 327. Marzo, 1973.

MORAUX, P.: «Copernic et Aristote», en el XVI[e] Colloque Internatio-

nal de Tours: *Platon et Aristote à la Renaissance*, Paris, Vrin, 1976, pp. 225-38.

PALACZ, R.: «Nicolás Copérnico, filósofo y sabio». Traducido del original francés por L. Martínez-G., *Pensamiento*, 1973 (29), pp. 393-408.

PESET, U.: «Acerca de la difusión del sistema copernicano en España». *Actas del II Congres. Esp. Hist. Medie.*, Salamanca, 1965, vol. I, pp. 309-324.

RAVETZ, J. R.: «Traditional and innovatory elements in the cosmology of Nicolaus Copernicus», *Organon*, 2, 1965, pp. 49-59.

ROSEN, E.: «Was Copernicus a Hermetist?», *Minn. Stud. Philos. Sc.* vol. 5, 1970, pp. 163-171.

ROSINSKA, G.: «Nicolas Copernic et l'école astronomique de Cracovie au XV^{e} siècle». *Med. philos. Polon.*, 1974 (19), pp. 149-57.

SOLÍS, C.: «La revolución copernicana y quienes la hicieron», *Teorema*, vol. IV/1, 1974.

TONNELAT, M. A.: «L'influence de Copernic sur l'évolution de la philosophie des sciences», *Europe* (Paris), 1973 (51), pp. 66-93.

WERLE, J.: «The Copernican inspirations in physics», *Organon*, 1974 (10), pp. 95-108.

SOBRE LAS REVOLUCIONES
(de los orbes celestes)

AL LECTOR SOBRE LAS HIPOTESIS DE ESTA OBRA

Divulgada ya la fama acerca de la novedad de las hipótesis de esta obra, que considera que la tierra se mueve y que el Sol está inmóvil en el centro del universo, no me extraña que algunos eruditos se hayan ofendido vehementemente y consideren que no se deben modificar las disciplinas liberales constituidas correctamente ya hace tiempo. Pero si quieren ponderar la cuestión con exactitud, encontrarán que el autor de esta obra no ha cometido nada por lo que merezca ser reprendido. Pues es propio del astrónomo calcular la historia de los movimientos celestes con una labor diligente y diestra. Y además concebir y configurar las causas de estos movimientos, o sus hipótesis, cuando por medio de ningún proceso racional puede averigar las verdaderas causas de ellos. Y con tales supuestos pueden calcularse correctamente dichos movimientos a partir de los principios de la geometría, tanto mirando hacia el futuro como hacia el pasado. Ambas cosas ha establecido el autor de modo muy no-

* Prefacio debido a Andreas Osiander, a quien Rheticus encomendó la edición del *De Revolutionibus*. Apareció anónimo en la primera edición, 1543, y durante algún tiempo le fue atribuido al propio Copérnico. Traducimos este importantísimo Prefacio en la Introducción para deslindar la obra propia de Copérnico de los añadidos. Según el criterio mantenido en la *Opera Omnia*, editada por la Academia Polaca de las Ciencias.

table. Y no es necesario que estas hipótesis sean verdaderas, ni siquiera que sean verosímiles, sino que basta con que muestren un cálculo coincidente con las observaciones, a no ser que alguien sea tan ignorante de la geometría o de la óptica que tenga por verosímil el epiciclo de Venus, o crea que esa es la causa por la que precede unas veces al Sol y otras le sigue en cuarenta grados o más. ¿Quién no advierte, supuesto esto, que necesariamente se sigue que el diámetro de la estrella en el perigeo es más de cuatro veces mayor, y su cuerpo más de dieciséis veces mayor de lo que aparece en el apogeo, a lo que, sin embargo, se opone la experiencia de cualquier época? También en esta disciplina hay cosas no menos absurdas o que en este momento no es necesario examinar. Está suficientemente claro que este arte no conoce completa y absolutamente las causas de los movimientos aparentes desiguales. Y si al suponer algunas, y ciertamente piensa muchísimas, en modo alguno suponga que puede persuadir a alguien [en que son verdad], sino tan sólo establecer correctamente el cálculo. Pero ofreciéndose varias hipótesis sobre uno sólo y el mismo movimiento (como la excentricidad y el epiciclo en el caso del movimiento del Sol) el astrónomo tomará aquélla mucho más facil de comprender. Quizás el filósofo busque más la verosimilitud: pero ninguno de los dos comprenderá o transmitirá nada cierto, a no ser que le haya sido revelado por la divinidad. Por lo tanto, permitamos que también estas nuevas hipótesis se den a conocer entre las antiguas, no como más verosímiles, sino porque son al mismo tiempo admirables y fáciles y porque aportan un gran tesoro de sapientísimas observaciones. Y no espere nadie, en lo que respecta a las hipótesis, algo cierto de la astronomía, pues no puede proporcionarlo; para que no salga de esta disciplina más estúpido de lo que entró, si toma como verdad lo imaginado para otro uso. Adiós.

NICOLAS SCHOENBERG, CARDENAL DE CAPUA, A NICOLAS COPERNICO. SALUDOS*

Habiéndome hablado hace algunos años de tu capacidad, constante conversación de todos, empecé entonces a tenerte ya en la más alta estima y a felicitarme también de nuestros hombres, entre los que florece con tanto prestigio. Comprendí que no sólo conocías con suficiencia los hallazgos de los antiguos matemáticos, sino que habías establecido una nueva estructura del mundo, en virtud de la cual enseñas que la tierra se mueve, que el Sol ocupa la base del mundo y por tanto el lugar central, que el octavo cielo permanece inmóvil y fijo perpetuamente, que la Luna, junto con los elementos de su esfera, situada entre el cielo de Marte y el de Venus, gira anualmente alrededor del Sol; y que de toda esta estructura de la astronomía hay comentarios elaborados por ti, y que han sido plasmados en unas tablas los movimientos de las estrellas errantes, calculados con gran admiración de todos. Por lo tanto, doctísimo varón, si no te molesto, te ruego una y otra vez vehementemente, que comuniques a los estudiosos este hallazgo tuyo y tus pensamientos con respecto a la esfera del mundo, junto con las tablas y si tienes alguna otra cosa concerniente a este asunto, me lo envías también en la primera ocasión. He dado el encargo a Teodorico de Raden para que a mi cargo se

* Por expresar de modo muy característico el espíritu del momento, reproducimos también esta carta del cardenal de Capua, que aparece en algunas ediciones.

copie y se me envíe todo ello. Pues si eres condescendiente conmigo en este asunto, comprenderás que lo has hecho con un hombre admirador de tu nombre, y que desea corresponder a tan gran talento. Adiós. Roma 1 de noviembre de 1536.

AL SANTISIMO SEÑOR PABLO III, PONTIFICE MAXIMO.

PREFACIO DE NICOLAS COPERNICO A LOS LIBROS SOBRE LAS REVOLUCIONES[1]

(5) Santísimo Padre [2], puedo estimar suficientemente lo que sucederá en cuanto algunos adviertan, en estos libros míos, escritos acerca de las revoluciones de las esferas del mundo, que atribuyo al globo de la tierra algunos movimientos, y clamarán para desaprobarme por tal opinión. Pues no me satisfacen hasta tal punto mis opiniones, como para no apreciar lo que otros juzgen de ellas. Y aunque sé que los pensamiento del hombre filósofo están lejos del juicio del vulgo, sobro todo porque su afán es buscar la verdad en todas las cosas, en cuanto esto le ha sido permitido por Dios a la razón humana; sin embargo, considero que debe huirse de las opiniones extrañas que se apartan de lo justo. Y así, al pensar yo conmigo mismo, cuán absurdo estimarían el ἀκροάσμα [esta cantinela] aquellos que, por el juicio de muchos siglos, conocieran la opinión confirmada de que la tierra inmóvil está colocada en medio del cielo como su centro, si yo, por el contrario, asegurara que la tierra se mueve; entonces largo tiempo dudé en mi interior, si dar a la luz mis comentarios escritos sobre la demostración de ese movimiento o si, por el contrario, sería suficiente seguir el ejemplo de los Pitagóricos y de algunos otros, que no por escrito, sino oralmente, solían trasmitir los misterios de su filosofía únicamente a amigos y próximos, como testifica Lysis en su carta a Hiparco[3]. Pero a mí me parece que no hicieron esto, como juzgan algunos, por un cierto recelo a comunicar sus doctrinas, sino para que asuntos tan bellos, investigados con mucho estudio por los grandes hombres, no fueran despreciados por quienes les da pereza el dedicar algún trabajo a las letras, excepto a lo lucrativo, o si, siendo excitados por

las exhortaciones y el ejemplo de otros hacia el estudio liberal de la filosofía, por la estupidez de su ingenio se movieran entre los filósofos como los zánganos entre las abejas. Considerando, pues, conmigo mismo estas cosas, el desprecio que debería temer a causa de la novedad y lo absurdo de mi opinión, casi me empujaron a interrumpir la obra ya organizada[4].

(29) Pero los amigos me hicieron cambiar de opinión, a mí que durante tanto tiempo dudaba y me resistía. Entre ellos fue el primero Nicolás Schönberg[5], cardenal de Capua, célebre en todo género de saber. Próximo a él estuvo mi muy querido e insigne Tiedemann Giese[6], obispo de Culm, estudiosísimo de las letras sagradas, así como también de todo buen saber. Este me exhortó muchas veces y, añadiendo con frecuencia los reproches, insistió para que publicara este libro y le dejara salir a la luz, pues retenido por mí había estado en silencio, no sólo nueve años, sino ya cuatro veces nueve[7]. A lo mismo me impulsaron otros muchos varones eminentes y doctos[8], exhortándome para que no me negara durante más tiempo, a causa del miedo concebido, a presentar mi obra para la común utilidad de los estudiosos de las matemáticas[9]. Decían que, cuanto más absurda pareciera ahora a muchos esta doctrina mía sobre el movimiento de la tierra, tanta más admiración y favor tendría después de que, por la edición de mis comentarios, vieran levantada la niebla del absurdo por las clarísimas demostraciones. En consecuencia, convencido por aquellas persuasiones y con esta esperanza, permití a mis amigos que hiciesen la edición de la obra que me habían pedido tanto tiempo.

(3) Y quizá, tu Santidad no admirará tanto el que me haya atrevido a sacar a la luz estas lucubraciones, después de tomarme tanto trabajo en elaborarlas, como el que no haya dudado en poner por escrito mis pensamientos sobre el movimiento de la tierra. Pero lo que más esperará oir de mí es, qué me pudo haber venido a la mente para que, contra la opinión recibida de los matemáticos e incluso contra el sentido común, me haya atrevido a imaginar algún movimiento de la tierra. Y así, no quiero ocultar a tu Santidad, que ninguna otra cosa me ha movido a meditar sobre el establecimiento de otra relación [estructura] para deducir los movimientos de las esferas del mundo, sino el hecho de comprender que los matemáticos no están de acuerdo con las investigaciones. Primero, porque estaban tan inseguros sobre el movimiento del Sol y de la Luna, que no podían demostrar ni observar la magnitud constante de la revolución anual[10]. Después, porque al establecer los movimientos, no sólo de aquéllos, sino también de las otras cinco estrellas errantes, no utilizan los mismos principios y supuestos, ni las mismas demostraciones en las revoluciones y movimientos

aparentes. Pues unos utilizan sólo círculos homocéntricos, otros, excéntricos y epiciclos, con los que no consiguen plenamente lo buscado. Pues los que confían en los homocéntricos[11], aunque hayan demostrado algunos pocos movimientos de los que pueden componerse, no pudieron deducir de ello nada tan seguro que respondiera, sin duda, a los fenómenos. Mas los que pensaron en los excéntricos, aunque en gran parte parecían haber resuelto los movimientos aparentes por medio de cálculos congruentes con ellos, sin embargo admitieron entre tanto muchas cosas que parecen contravenir los primeros principios acerca de la regularidad del movimiento[12]. Tampoco pudieron hallar o calcular partiendo de ellos lo más importante, esto es, la forma del mundo y la simetría exacta de sus partes, sino que les sucedió como si alguien tomase de diversos lugares manos, pies, cabeza y otros miembros auténticamente óptimos, pero no representativos en relación a un solo cuerpo, no correspondiéndose entre sí, de modo que con ellos se compondría más un monstruo que un hombre[13]. Y así, en el proceso de demostración que llaman *μέθοδον* [método] olvidaron algo de lo necesario, o admitieron algo ajeno, o que no pertenece en modo alguno al tema. Y esto no les hubiese sucedido en modo alguno, si hubieran seguido principios seguros. Pues si las hipótesis supuestas por ellos no fueron falsas, todo lo que de ellas se deduce se podría verificar sin lugar a dudas. Y aunque lo que ahora digo es oscuro, en su lugar se hará claro.

(33) En consecuencia, reflexionando largo tiempo conmigo mismo sobre esta incertidumbre de las matemáticas transmitidas para calcular los movimientos de las esferas del mundo, comenzó a enojarme que a los filósofos, que en otras cuestiones han estudiado tan cuidadosamente las cosas más minuciosas de ese orbe, no les constara ningún cálculo seguro sobre los movimientos de la máquina del mundo, construida para nosotros por el mejor y más regular artífice de todos. Por lo cual, me esforcé en releer los libros de todos los filósofos que pudiera tener, para indagar si alguno había opinado que los movimientos de las esferas eran distintos a los que suponen quienes enseñan matemáticas en las escuelas. Y encontré en Cicerón que Niceto[14] fue el primero en opinar que la tierra se movía. Después, también en Plutarco[15] encontré que había algunos otros de esa opinión, cuyas palabras, para que todos las tengan claras, me pareció bien transcribir: [16]

οἱ μὲν ἄλλοι μένειν τὴν γῆν, Φιλόλαος δὲ Πυθαγόρειος κύκλῳ περιφέρεσθαι περὶ τὸ πῦρ κατὰ κύκλον λοξοῦ ὁμοιοτρόπως ἡλίῳ καὶ σελήνῃ. Ἡρακλείδης δὲ ὁ Ποντικὸς καὶ Ἔκφαντος ὁ Πυθαγόρειος κινοῦσι μὲν τὴν γῆν, οὐ μήν γε μεταβατικῶς <ἀλλὰ τροπτικῶς>

τροχοῦ δίκην ἐνηξονισμένην, ἀπὸ δυσμῶν ἐπὶ ἀνατολάς, περὶ τὸ ἴδιον αὐτῆς κέντρον.

[Algunos piensan que la tierra permanece quieta, en cambio Filolao el Pitagórico dice que se mueve en un círculo oblicuo alrededor del fuego, de la misma manera que el Sol y la Luna. Heráclides el del Ponto y Ecfanto el Pitagórico piensan que la tierra se mueve pero no con traslación, sino como una rueda, alrededor de su propio centro, desde el ocaso al orto].

(4) En consecuencia, aprovechando esa ocasión empecé yo también a pensar sobre la movilidad de la tierra. Y aunque la opinión parecía absurda, sin embargo, puesto que sabía que a otros se les había concedido tal libertad antes que a mí, de modo que representaban algunos círculos para demostrar los fenómenos de los astros, estimé que fácilmente se me permitiría experimentar, si, supuesto algún movimiento de la tierra, podrían encontrarse en la revolución de las órbitas celestes demostraciones más firmes que lo eran las de aquéllos.

(10) Y yo, supuestos así los movimientos que más abajo en la obra atribuyo a la tierra, encontré con una larga y abundante observación que, si se relacionan los movimientos de los demás astros errantes con el movimiento circular de la tierra, y si los movimientos se calculan con respecto a la revolución de cada astro, no sólo de ahí se siguen los movimientos aparentes de aquéllos, sino que también se conectan el orden y magnitud de los astros y de todas las órbitas, e incluso el cielo mismo; de tal modo que en ninguna parte puede cambiarse nada, sin la perturbación de las otras partes y de todo el universo. De ahí también, que haya seguido en el transcurso de la obra este orden: en el primer libro describiré todas las posiciones de las órbitas con los movimientos que le atribuyo a la tierra, de modo que ese libro contenga la constitución general del universo. Después, en los restantes libros, relaciono los movimientos de los demás astros y de todas las órbitas con la movilidad de la tierra, para que de ahí pueda deducirse en qué medida los movimientos y apariencias de los demás astros y órbitas pueden salvarse[19], si se relacionan con el movimiento de la tierra. No dudo que los ingeniosos y doctos matemáticos concordarán conmigo, si, como la filosofía exige en primer lugar, quisieran conocer y explicar, no superficialmente sino con profundidad, aquello que para la demostración de estas cosas he realizado en esta obra. Pero para que tanto los doctos como los ignorantes por igual vieran que yo no evitaba el juicio de nadie, preferí dedicar estas lucubraciones[20] a tu Santidad antes que a cualquier otro, puesto que también en este remotísimo rincón de la tierra, donde yo vivo, eres considerado como eminentísimo por la dignidad

de tu orden y también por tu amor a todas las letras y a las matemáticas, de modo que fácilmente con tu autoridad y juicio puedes reprimir las mordeduras de los calumniadores, aunque esté en el proverbio que no hay remedio contra la mordedura de un sicofante[21].

(32) Si por casualidad hay ματαιολόγοι [charlatanes] que, aun siendo ignorantes de todas las matemáticas, presumiendo de un juicio sobre ellas por algún pasaje de las Escrituras, malignamente distorsionado de su sentido[22], se atrevieran a rechazar y atacar esta estructuración mía, no hago en absoluto caso de ellos, hasta el punto de que condenaré su juicio como temerario. Pues no es desconocido que Lactancio[23], por otra parte célebre escritor, aunque matemático mediocre, habló puerilmente de la forma de la tierra, al reírse de los que transmitieron que la tierra tiene forma de globo. Y así, no debe parecernos sorprendente a los estudiosos, si ahora otros de esa clase se ríen de nosotros. Las Matemáticas se escriben para los matemáticos, a los que estos trabajos nuestros, si mi opinión no me engaña, les parecerán que aportan algo a la república eclesiástica, cuyo principado tiene ahora tu Santidad. Pues así, no hace mucho, bajo León X, en el Concilio de Letrán[24], 6
cuando se trataba de cambiar el Calendario Eclesiástico, todo quedó indeciso únicamente a causa de que las magnitudes de los años y de los meses y los movimientos del Sol y de la Luna aún no se consideraban suficientemente medidos. Desde ese momento, dediqué mi ánimo a observar estas cosas con más cuidado, estimulado por el muy preclaro varón D. Pablo, obispo de Fossombrone[25], que entonces estaba presente en las deliberaciones. Pero lo que he proporcionado en esta materia, lo dejo al juicio principalmente de tu Santidad y de todos los demás sabios matemáticos: y para que no parezca a tu Santidad, que prometo más utilidad en la obra de la que puedo presentar, paso ya a lo construido.

LIBRO PRIMERO

INTRODUCCIÓN

(3) Entre [1] los muchos y variados estudios sobre las letras y las 7
artes, con los que se vivifican las inteligencias de los hombres, pienso que principalmente han de abarcarse y seguirse con el mayor afán las que versan sobre las cosas más bellas y más dignas del saber. Tales son las que tratan de las maravillosas revoluciones del mundo y del curso de los astros, de las magnitudes, de las distancias, del orto y del ocaso, y de las causas de todo lo que aparece en el cielo y que finalmente explican la forma total. Pues, ¿qué hay más hermoso que el cielo, que contiene toda la belleza? Incluso los propios nombres lo declaran: Cielo y Mundo; éste, con denominación de pureza y ornamento, aquél con apelación a lo adornado [2]. Al mismo, por su extraordinaria excelencia, muchísimos filósofos le llamaron dios visible. De ahí, que si la dignidad de las artes se estima por la materia que tratan, será sin duda importantísima, ésta que unos llaman Astronomía, otros Astrología [3], y muchos entre los antiguos la consumación de las matemáticas. Ella es la cabeza de las demás artes nobles, la más digna del hombre libre, y se apoya en casi todas las ramas de las matemáticas. Aritmética, Geometría, Optica, Geodesia, Mecánica, y si hay alguna otra más, todas se dirigen a ella.

(18) Y, siendo propio de todas las buenas artes el apartar de los vicios y dirigir la mente de los hombres hacia lo mejor, ella puede proporcionarlo más abundantemente y con increíble placer del espíritu. Pues ¿quién, adhiriéndose a lo que ve constituido en óptimo orden, diri-

gido por la providencia divina, mediante la asidua contemplación y cierto hábito hacia estas cosas, no es llamado hacia lo mejor y admira al artífice de todo, en el que está la felicidad y el bien completo? Pues, no en vano, aquel salmista divino se confesaría: delectado por el trabajo de dios y arrebatado por la obras de sus manos [4]; si no es porque, por medio de estas cosas como por una especie de vehículo, fuéramos llevados a la contemplación del sumo bien. Platón advirtió con mucho acierto, cuánta utilidad y adorno comporta a la República (pasando por alto las innumerables ventajas para los particulares). Este, en el séptimo libro de las Leyes, considera que debe extenderse [su estudio], para que con su ayuda se mantenga viva y vigilante la ciudad, respecto al orden en los días, los tiempos divididos en meses y años con vista a las solemnidades y también a los sacrificios [5]; y si (dice) alguien niega su necesidad para el hombre que desee aprender cualquiera de las más altas doctrinas, pensará con gran estupidez; y estima que falta mucho, para que cualquiera pueda llegar a ser o ser llamado divino, si no tiene el conocimiento necesario del Sol, ni de la Luna, ni de los demás astros [6].

(34) Pero esta ciencia, más divina que humana, que investiga temas de grandísima altura, no carece de dificultades, sobre todo respecto a sus principios y supuestos, a los que los Griegos llaman hipótesis, y vemos que muchos de los que intentaron tratarlos estuvieron en desacuerdo y ni siquiera utilizaron los mismos cálculos. Además, el curso de los astros y la revolución de las estrellas no ha podido definirse con un número exacto, ni reducirse a un conocimiento perfecto, si no es con mucho tiempo y con muchas observaciones
8 realizadas de antemano, con las que, como ya diré, se transmite a la posterioridad de mano en mano. Pues, aunque C. Ptolomeo el Alejandrino [7], que destaca ampliamente sobre los demás por su admirable ingenio y escrupulosidad, llevó toda esta ciencia a su más alto grado mediante observaciones, de manera que durante más de cuatrocientos años parecía no faltar nada que él no hubiera abordado. Sin embargo, vemos que muchas cosas no coinciden con los movimientos que debían seguirse de su enseñanza, ni con algunos otros movimientos, descubiertos después [8], aún no conocidos para él. De ahí que, incluso Plutarco [9], cuando habla del giro anual del Sol, dice: hasta ahora, el movimiento de los astros ha vencido la pericia de los matemáticos. En efecto, tomando como ejemplo el año, han sido evidentemente tan diversas las opiniones, que incluso muchos han desesperado de poder encontrar un cálculo seguro sobre él. Así, favoreciéndome dios, sin el que nada podemos, voy a intentar investigar con más amplitud sobre estas cosas respecto a las otras estrellas, poseyendo más datos para apoyar nuestra

doctrina, a causa del mayor intervalo de tiempo entre nosotros y los autores de este arte que nos precedieron, con cuyos hallazgos tendremos que comparar los nuevos descubiertos por nosotros. Confieso que voy a exponer muchas cosas de diferente manera que mis predecesores, aunque conviene apoyarse en ellos, puesto que por primera vez abrieron la puerta en esta investigación.

Capítulo Primero

EL MUNDO ES ESFÉRICO

(18) En primer lugar, hemos de señalar que el mundo es esférico, sea porque es la forma más perfecta de todas, sin comparación alguna, totalmente indivisa, sea porque es la más capaz de todas las figuras, la que más conviene para comprender todas las cosas y conservarlas, sea también porque las demás partes separadas del mundo (me refiero al Sol, a la Luna y a las estrellas) aparecen con tal forma, sea porque con esta forma todas las cosas tienden a perfeccionarse, como aparece en las gotas de agua y en los demás cuerpos líquidos, ya que tienden a limitarse por sí mismos, para que nadie ponga en duda la atribución de tal forma a los cuerpos divinos [10].

Capítulo II

LA TIERRA TAMBIÉN ES ESFÉRICA

(27) También la tierra es esférica, puesto que por cualquier parte se apoya en su centro. Sin embargo, la esfericidad no aparece inmediatamente como perfecta por la gran elevación de los montes

y el descenso de los valles, a pesar de lo cual modifican muy poco la redondez total de la tierra. Esto se clarifica de la siguiente manera: marchando hacia el norte, desde cualquier parte, el vértice de la revolución diurna se eleva poco a poco, descendiendo el otro por el contrario otro tanto, y muchas estrellas alrededor del septentrión parecen no ponerse y algunas hacia el punto austral parecen no salir más. Así, en Italia no se ve Canopius, visible desde Egipto. Y en Italia se va la última estrella de Fluvius, que no conoce nuestra región de clima más frío. Por el contrario, para los que marchan hacia el sur se elevan aquéllas, mientras que descienden las que para nosotros están elevadas. Además, las inclinaciones de los polos en relación a espacios medidos de la tierra están en cualquier parte en la misma proporción, lo que en ninguna otra figura sucede, únicamente en la esférica. De donde es evidente que la tierra también está incluida entre vértices y, por tanto, es esférica. Hay que añadir también, que los habitantes de oriente *no perciben los eclipses vespertinos* del Sol y de la Luna, ni los que habitan hacia el ocaso los matutinos; con respecto a los eclipses medios, aquellos los ven más tarde y éstos más pronto. También se deduce porque las aguas surcadas por los navegantes tienen esta misma figura: puesto que quienes no distinguen la tierra desde la nave, la contemplan desde la parte más alta del mástil; desde la tierra, a los que permanecen en la orilla, les parece que desciende poco a poco al avanzar la nave, hasta que finalmente se oculta, como poniéndose. Consta también que las aguas, fluidas por naturaleza, se dirigen siempre hacia abajo, lo mismo que la tierra, y no se elevan desde el litoral hacia posiciones anteriores, más de lo que su convexidad permite. Por lo cual es aceptado, que la tierra es más alta, tanto cuanto emerge sobre el océano[11].

9

Capítulo III

DE CÓMO LA TIERRA JUNTO CON EL AGUA FORMA UN GLOBO

(14) Así pues, el océano que rodea a ésta [la tierra] [12] extendiendo sus mares por todas partes, llena sus abismos más profundos. Por

tanto convenía que hubiera menos agua que tierra, para que el agua no absorbiera toda la tierra (dirigiéndose ambas por su gravedad hacia el mismo centro) y con el fin de que quedaran algunas partes de tierra e islas perceptibles aquí y allá para salvación de los seres vivos. Pues, ¿qué es el propio continente y la superficie de la tierra, sino una isla mayor que las demás? Y no es necesario escuchar a algunos de los peripatéticos, quienes consideraron que el agua es diez veces mayor que toda la tierra, aceptando la conjetura de que en la transmutación de los elementos de una parte de tierra resultan diez de agua; y dicen que la tierra sobresale un poco, porque, siendo cavernosa, no se equilibra por todas partes según su gravedad, y que uno es el centro de gravedad y otro el de magnitud. Pero se equivocan por su ignorancia del arte de la geometría[13], al no saber que el agua no puede ser mayor ni siete veces para que alguna parte de la tierra estuviera seca, a no ser que la tierra abandonara el centro de gravedad y dejara el lugar a las aguas como más pesadas que ella. Pues las esferas se relacionan entre sí como los cubos de sus diámetros. En consecuencia, si para siete partes de agua hubiera una octava parte de tierra, su diámetro no podría ser mayor que la distancia desde el centro [el radio] a la circunferencia de las aguas. Tanto menos, si el agua es diez veces mayor.

(31) Que no exista diferencia alguna entre el centro de gravedad de la tierra y el de su magnitud, puede aceptarse, porque la convexidad de la tierra que emerge del océano no aumenta siempre de una manera continua, en caso contrario rechazaría lo más posible las aguas marinas y no permitiría en modo alguno que irrumpieran los mares internos y los golfos tan extensos. Además, a partir del litoral del océano no cesaría de aumentar la profundidad del abismo, de modo que ni isla alguna, ni escollo, ni ningún terreno, serviría de obstáculo a los que navegando avanzan alejándose. Y ahora consta, que entre el mar de los Egipcios y el golfo Arábigo hay apenas más de quince estadios, en medio casi de la superficie de la tierra. Y, por otra parte, Ptolomeo, en su Cosmografía, extiende la tierra habitable hasta el círculo medio [14], dejando lo restante de la tierra como desconocido, donde los más modernos añadieron Catay [15] y otras regiones amplísimas hasta los LX grados de longitud, de modo que la tierra es habitada ya en una longitud mayor, que la ocupada por el resto del océano. Si además se añaden a estas tierras las islas encontradas en nuestro tiempo por los príncipes de los Hispanos y de los Lusitanos, y sobre todo América, llamada así por su descubridor [16], el jefe de las naves, a la que por su magnitud aún desconocida la consideran otra superficie de la tierra [orbis terrarum], además de las muchas islas desconocidas antes, por lo que tampoco

sorprendería que hubiera antípodas o antíctonas. Pues el cálculo geométrico obliga a pensar que la propia América es diametralmente opuesta a la India del Ganges por su situación.

(11) Por todas estas cosas, juzgo suficientemente claro que la tierra y el agua conjuntamente se apoyan en un sólo centro de gravedad, y que éste no es otro que el centro de magnitud de la tierra, la cual siendo más pesada, llena con agua sus partes deprimidas; y por tanto, que hay menor cantidad de agua en comparación con la de tierra, aunque en la superficie aparezca más cubierta de agua. Sin duda, es necesario que la tierra con las aguas que la rodean tenga la figura que muestra su sombra: pues produce que la Luna se eclipse proyectando círculos perfectos. En consecuencia, no es plana como opinaron Empédocles y Anaxímenes, ni semejante a un tambor, como opinó Leucipo, ni escafoide como Heráclito, ni cóncava de otro modo, como Demócrito, ni cilíndrica, como Anaximandro, ni es infinita en su parte inferior teniendo debajo una gran cantidad de raíces, como Jenófanes, sino perfectamente redonda, como opinan los filósofos [17].

Capítulo IIII

EL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS CELESTES ES REGULAR Y CIRCULAR, PERPETUO O COMPUESTO POR MOVIMIENTOS CIRCULARES [18]

(25) Después de esto, recordaremos que el movimiento de los cuerpos celestes es circular. Pues la movilidad de la esfera es girar en un círculo, expresando mediante el mismo acto su forma, en un cuerpo simplicísimo, donde no se puede encontrar ni principio ni fin, ni distinguir uno de otro, mientras [la esfera] pasa hacia los mismos puntos volviendo hacia los mismos. Sin embargo, hay varios movimientos a causa de la multitud de órbitas [19]. La más conocida de todas es la revolución diaria, a la que los griegos llaman νυχθήμερον, esto es, un espacio de tiempo de un día y una noche. Por eso, se piensa que todo el mundo se desliza desde el orto hacia el ocaso,

excepto la tierra. Esta revolución se entiende como la medida común de todos los movimientos, puesto que medimos el tiempo sobre todo por el número de días.

(34) Después vemos otras revoluciones como en sentido contrario, esto es, del ocaso al orto, me refiero a la del Sol, la de la Luna y de las cinco estrellas errantes. Así, el Sol nos proporciona el año, la Luna los meses, los períodos de tiempo más divulgados; así, los otros cinco planetas realizan cada uno su propio ciclo. Sin embargo, las diferencias son múltiples: primero, porque no giran alrededor de los mismos polos a través de los que se desenvuelve aquel primer movimiento, avanzando por la oblicuidad de la eclíptica; después, porque en su propio ciclo no parecen moverse con regularidad. Pues el Sol y la Luna se observan a lo largo de su curso unas veces lentos, otras veces más rápidos. Pero percibimos también que las otras cinco estrellas errantes retroceden a veces y después se detienen.

(I) Y mientras el Sol avanza constante y directamente por su camino, aquellos andan errantes de diversos modos, vagando unas veces hacia el sur, otras hacie el norte: por ello son llamados planetas [20]. Añádase también el que unas veces se presentan más cercanos a la tierra y se llaman perigeos [que están en su perigeo], otras más alejados y se les dice apogeos [que están en su apogeo] [21]. Y no menos conviene confesar que los movimientos son circulares, o compuestos por muchos círculos, porque mantienen las irregularidades según una ley fija y con renovaciones constantes: lo que no podría suceder si no fueran circulares. Pues el círculo es el único que puede volver a recorrer el camino recorrido. Como, por ejemplo, el Sol, con su movimiento compuesto de círculos, nos trae de nuevo, una vez y otra, la irregularidad de los días y las noches y las cuatro estaciones del año, en lo cual se reconocen varios movimientos: puesto que no puede suceder que un cuerpo celeste [22] simple se mueva desigualmente en una sola órbita. Pues esto podría acontecer, o por la inconstancia de la fuerza motriz, bien por una causa exterior o por su propia naturaleza, o por las modificaciones del cuerpo que gira. Pero como repugnan a la inteligencia una y otras, y es indigno pensar que tal cosa se produzca en los cuerpos que están constituidos por una ordenación óptima, es consecuente admitir que sus movimientos regulares nos aparecen como irregulares, bien por los diferentes polos de sus círculos, o también porque la tierra no está en el centro de los círculos, a través de los cuales ellos se mueven, y para nosotros que contemplamos desde la tierra el tránsito de estos astros, nos sucede que, por sus irregulares distancias,

nos parecen los más cercanos mayores que los que están más alejados (según ha sido mostrado en la Optica); así, en arcos iguales de una órbita (al ser visto a una distancia diferente) aparecerán movimientos desiguales en tiempos iguales. Por esta causa ante todo, juzgo necesario que con todo cuidado señalemos, cuál sea el comportamiento de la tierra con respecto al cielo, para que mientras queremos estudiar lo más alto, no ignoremos lo que nos es más próximo, y por el mismo error atribuyamos a los cuerpos celestes lo que es propio de la tierra [23].

Capítulo V

ACERCA DE SI EL MOVIMIENTO DE LA TIERRA ES CIRCULAR Y DE SU POSICIÓN

(26) Ya se demostró que también la tierra tiene forma de globo. Pienso que se debe ver, si el movimiento es consecuencia de su forma y qué posición ocupa en el universo: sin estos datos no es posible hallar una razón fija de los movimientos aparentes en el cielo. Aunque entre los autores, una mayoría conviene en que la tierra descansa en medio del mundo, de manera que juzgan inopinable y hasta ridículo pensar lo contrario, sin embargo, si lo consideramos con más atención, esta cuestión aparecerá no ya sólo como resuelta, sino también como nada despreciable. Pues, todo cambio según la posición que aparece, o es por el movimiento de lo mirado, o del que mira, o evidentemente por un cambio dispar de uno y otro[24]. Pues no se percibe movimiento entre movimientos iguales entre sí, me refiero a entre lo visto y el que ve. Y es desde la tierra, a partir de donde se contempla el ciclo celeste y se representa ante nuestra visión. En consecuencia, si se le atribuye algún movimiento a la tierra, el mismo aparecerá igual en el universo que le es exterior, pero como si pasaran por encima en sentido opuesto, tal es en primer lugar la revolución diaria. Pues este movimiento parece arrastrar a todo el mundo, excepto a la tierra y lo que está a su alrededor. Y si concedieras que el cielo no tiene nada que ver con este movimiento, y que la tierra gira del
12 ocaso hacia el orto, si alguien con seriedad estudia cuanto se refiere

al orto y ocaso aparente del Sol, de la Luna y de las estrellas, encontrará que estas cosas suceden así. Y siendo el cielo el que contiene y abarca todo, el lugar común de todas las cosas, no aparece claro inmediatamente, por qué no se atribuye el movimiento más al contenido que al continente, a lo colocado más que a lo que proporciona la localización [locato quam locanti] [25]. Con razón eran de esta opinión los Pitagóricos Heráclides, Ecfanto y Nicetus de Siracusa, según Cicerón, que suponían a la tierra dando vueltas en el centro del mundo. Opinaban que las estrellas se ponían a causa de la interposición de la tierra y que salían al cesar de interponerse.

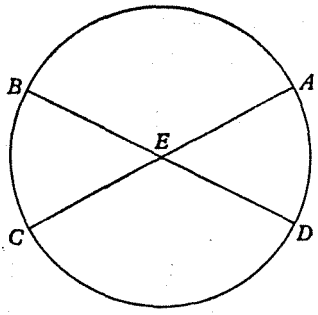
(9) Supuesto esto, sigue también otra duda, y no menor, sobre la posición de la tierra, aunque ahora se acepta y se cree por casi todos que la tierra está en el centro del mundo. Puesto que, si alguien niega que la tierra conserva el medio o centro del mundo, no admitiendo, sin embargo, que la distancia [entre el centro de la tierra y el centro del mundo] es tan grande que fuera comparable [a la distancia] con la esfera de las estrellas fijas, aunque sea importante y se pone de manifiesto en relación a las órbitas del Sol y de las demás estrellas, y por ello estime que el movimiento de éstos aparece diversificado, como si fueran regulados por otro centro distinto al de la tierra, quizá pudiera aportar una razón no inadecuada sobre el movimiento de apariencia irregular. Pues el que los astros errantes se perciban unas veces más cercanos a la tierra, y los mismos otras veces más alejados, necesariamente prueba que el centro de la tierra no es centro de aquellos círculos. Lo que consta es si la tierra se acerca o se aleja de ellos o ellos de la tierra, y no sería asombroso, si alguien opinase que además de aquella revolución diaria existe algún otro movimiento de la tierra. Y se cuenta que Filolao el Pitagórico, matemático no vulgar, hasta el punto de que para verle Platón no dudó en dirigirse a Italia[26], según transmiten los que escribieron la vida de Platón, opinó que la tierra giraba, e incluso que se movía con varios movimientos, y que era uno más entre los astros.

(24) Pero muchos pensaron que podía demostrarse con cálculo geométrico que la tierra está en el medio del mundo, y que es como un punto central con respecto a la inmensidad del cielo, y que por esta causa es inmóvil, de modo que al moverse el universo el centro permanece sin movimiento, y lo que está próximo al centro se mueve muy lentamente.

Capítulo VI

DE LA INMENSIDAD DEL CIELO CON RESPECTO A LA MAGNITUD DE LA TIERRA

(30) El hecho de que esta tan gran masa de la tierra no sea comparable con la magnitud del cielo, puede entenderse por lo siguiente: porque los círculos limitantes [horizonte] (pues así se traducen los ὁρίζοντας de los griegos) cortan en dos toda la esfera del cielo, esto no podría suceder si la magnitud de la tierra comparada con el cielo, o su distancia desde el centro del mundo, fuera muy importante.



Pues el círculo que corta la esfera en dos pasa por el centro de la esfera y es el máximo de los circunscribibles. Así pues, el horizonte sea el círculo ABCD, y sea E la tierra, donde está nuestro punto de vista y el centro del horizonte, desde el cual se separan las [estrellas] visibles de las no visibles. Por medio de una dioptra o de un horoscopio o un corobate [27], colocado en E, se ve el principio de Cáncer naciente en el punto C, y en el mismo
13 momento aparece el principio de Capricornio poniente en el punto A. En consecuencia, estando AEC en línea recta según la dioptra, consta que es un diámetro de la eclíptica, porque los seis signos [del Zodíaco] visibles delimitan un semicírculo, y el centro E es el mismo que el del horizonte. Pero terminada la revolución, cuando el principio de Capricornio surja en B, entonces se verá también el ocaso de Cáncer en D y la línea BED será recta y un diámetro del mismo círculo: y es patente que su centro está en la sección común. En consecuencia, el círculo del horizonte cortará siempre en dos a la eclíptica, que es el círculo máximo de la esfera. Y como en la esfera, si un círculo corta por la mitad a alguno de los círculos máximos, también el que corta es máximo. Por tanto, uno de los círculos máximo es el horizonte, y su centro, según parece, es el mismo que el de la eclíptica, siendo, sin embargo, necesario que sea distinta la línea que parte de la superficie de la tierra, y la que parte del centro. Pero a causa de la inmensidad con respecto a la tierra se asemejan a paralelas, que parecen como una sola línea por la excesiva distancia del límite final, cuando el espacio mutuo que com-

prenden en relación a su longitud resulta de este modo incomparable para la percepción, como se demuestra en Optica.

(15) Por este argumento aparece suficientemente claro que el cielo es inmenso [28] en comparación con la tierra y que ofrece un aspecto de infinita magnitud, pero ante todo, para la estimación de los sentidos. En magnitud, la tierra es con respecto al cielo como un punto con respecto al cuerpo y como lo finito con respecto a lo infinito. Y no parece haberse demostrado otra cosa; pues de ahí no se sigue que la tierra deba estar quieta en el medio del mundo. Y aún nos admiramos más de que tan vasto mundo dé la vuelta en un espacio de XXIIII horas, en vez de hacerlo una mínima parte del mismo que es la tierra.

(22) Algunos dicen que el centro está inmóvil y también que las cosas próximas al centro se mueven menos, pero ello no prueba que la tierra esté quieta en medio del mundo, y no es diferente a decir que el cielo gira, pero los polos están fijos, y que las cosas próximas a los polos se mueven muy poco. De este modo se manifiesta que Cynosura [la estrella polar] se mueve con mucha mayor lentitud que Aquila o Canícula[29], porque describe un círculo menor por la proximidad del polo. Como todas ellas forman parte de una misma esfera[30], cuya movilidad, desapareciendo junto a su eje, no admite un movimiento igual entre sí de todas sus partes; sin embargo, la revolución total las conduce en una igualdad de tiempo, pero no en una igualdad de espacio.

(30) En esta razón se apoya el argumento, según el cual la tierra constituye una parte de la esfera celeste, de la misma especie y del mismo movimiento, de modo que por estar próxima al centro se mueve poco. Luego, ella misma se moverá, en cuanto cuerpo existente, no en cuanto centro, en el mismo tiempo con respecto a arcos semejantes del círculo celeste, aunque menores. Que esto es falso, es más claro que la luz: pues entonces sería necesario que el mediodía permaneciera siempre en un lugar, y en otro siempre fuera media noche, y no se podrían producir ni los ortos ni los ocasos cotidianos, siendo uno e inseparable el movimiento del todo y de la parte.

(37) Pero la relación entre aquellas cosas que están separadas por una diferencia substancial, es enteramente diversa: las que se mueven en una órbita menor avanzan más deprisa que las que recorren un círculo mayor. Así el astro Saturno, el mayor de los errantes, completa su giro en el año treinta, y la Luna, que sin duda es el más próximo a la tierra, recorre su circuito en un mes; y la misma tierra, finalmente, 14

parecerá completar su circuito en el espacio de tiempo de un día y una noche. Por consiguiente resurge la duda sobre la revolución diaria.
(4) E incluso su posición se cuestiona como menos segura por lo anteriormente dicho. Pues dicha demostración no aporta ninguna otra cosa que la inmensa magnitud del cielo con respecto a la tierra. Y no consta en manera alguna hasta donde se extiende esta inmensidad. Igual que, en el extremo opuesto, en los corpúsculos mínimos e indivisibles, que llaman átomos, aunque no son sensibles, duplicados o tomados múltiplemente no componen de inmediato un cuerpo visible, pero pueden multiplicarse hasta tal punto que sean suficientes para aparecer con una magnitud aparente; así ocurre también con respecto a la posición de la tierra, aun no estando en el centro del mundo, sin embargo, su distancia [al centro] es incomparable sobre todo en relación a la esfera de las estrellas fijas [31].

Capítulo VII

POR QUÉ LOS ANTIGUOS PENSARON QUE LA TIERRA ESTABA INMÓVIL EN MEDIO DEL MUNDO COMO SI FUERA SU CENTRO

(16) Los filósofos antiguos, con otras razones, intentaron demostrar en esta cuestión que la tierra estaba en el medio del mundo. Así, alegan como causa más poderosa la de la gravedad y la ligereza. Pues la tierra es el elmento más pesado y todas las cosas pesadas son conducidas hacia ella, y tienden hacia su auténtico punto medio. En efecto, siendo la tierra esférica, hacia ella son arrastradas las cosas más graves por su propia naturaleza, formando ángulos rectos con su superficie, y si no fueran retenidas en dicha superficie, caerían hacia su centro: puesto que una línea recta, que cae perpendicular a una superficie plana, tangente a la esfera, pasa por el centro. Pero parece seguirse, que las cosas son conducidas al punto medio para quedar inmóviles en el centro. En consecuencia, tanto más descansará toda la tierra en el centro, y ella, que recibe en sí todo lo que cae, permanecerá inmóvil por su peso[32].
(26) De igual modo, también se intenta probarlo en razón del movimiento y de su naturaleza. Dice Aristóteles [33] que el movi-

miento de un cuerpo simple es simple. Pero hay un movimiento simple recto y otro circular; de los rectos hay uno hacia arriba y otro hacia abajo. Por lo que todo movimiento simple o se dirige hacia el centro, que es hacia abajo, o parte del centro, que es hacia arriba, o alrededor del centro, que es el circular. De este modo, conviene que las tierras y las aguas, consideradas elementos más pesados, sean arrastradas hacia dentro, esto es que se dirijan al centro, pero los aires y los fuegos, que se destacan por su ligereza, han de moverse desde el centro hacia arriba. Parece conveniente conceder un movimiento rectilíneo a estos cuatro elementos, y en cambio a los cuerpos celestes el que se muevan en una órbita alrededor del centro. Esto dice Aristóteles.

(36) Consecuentemente, dice Ptolomeo de Alejandría: si la tierra diese vueltas, al menos una revolución diaria, tendría que suceder lo opuesto a lo antes señalado. Pues su movimiento tendría que ser muy violento y su rapidez insuperable, ya que en XXIIII horas recorrería todo el ámbito de la tierra. Pero este movimiento vertiginoso lanzaría de repente todas las cosas y parecerían incapaces de unirse, y más bien se dispersaría lo unido, a no ser que alguna fuerza de coherencia las mantuviera en su unidad. Y ya hace tiempo, dijo, la tierra dispersada se habría elevado al mismo cielo (lo que es totalmente ridículo), y con mayor motivo, los seres animados y todas las demás cosas sueltas en manera laguna permanecerían estables. Pero tampoco las cosas que caen se dirigirían en línea recta al lugar destinado para ellas, ni en la perpendicular, desplazada entre tanto [la posición] por tanta rapidez. Y también veríamos que las nubes y cualquier otra cosa pendiente en el aire siempre eran arrastradas hacia el ocaso [occidente].

Capítulo VIII

SOLUCIÓN DE DICHAS RAZONES Y SU INSUFICIENCIA

(8) Por estas y semejantes razones dicen que la tierra está inmóvil en el medio del mundo y que no hay duda sobre ello. Pero si alguien opinara que la tierra da vueltas[34], diría que tal movimiento es natural y no violento. Y lo que acontece de acuerdo con la naturaleza produce resultados opuestos a lo que acontece de acuerdo con la violencia. Pues es necesario que se destruyan aque-

llas cosas sobre las que actúa la fuerza y el ímpetu, y que no puedan subsistir mucho tiempo. Pero lo que surge de la naturaleza se mantiene correctamente y se conserva en su composición óptima. Luego, en vano teme Ptolomeo que la tierra y todo lo terrestre se disperse a causa de una revolución realizada por la eficacia de la naturaleza, que está bien lejos de la del arte o de lo que puede conseguirse mediante el ingenio humano.

(17) Pero ¿por qué no sospecha eso mismo, con mayor razón del mundo, cuyo movimiento debe ser tanto más veloz cuánto es mayor el cielo que la tierra? ¿O se ha hecho el cielo tan inmenso, porque un movimiento de inefable vehemencia lo aleja del centro, y de no ser así caería si estuviera quieto? Con seguridad, si este razonamiento tuviera razón de ser, la magnitud del cielo también se dirigiría hacia lo infinito. Pues un movimiento cuanto más es llevado hacia lo alto por su ímpetu, tanto más veloz será a causa de la siempre creciente circunferencia, que necesariamente ha de recorrer en el espacio de XXIIII horas: y a la vez, al crecer el movimiento, crece la inmensidad del cielo. Así la velocidad hará avanzar hasta el infinito a la magnitud y la magnitud a la velocidad. Y según aquel axioma físico: lo que es infinito, no puede ser atravesado ni movido bajo razón alguna. Luego necesariamente el cielo estará quieto [35].

(27) Pero dicen que fuera del cielo no hay ningún cuerpo, ni lugar, ni vacío, ni en absoluto nada, y no existe nada por donde pueda extenderse el cielo [36]. Entonces es realmente admirable, si algo puede ser contenido por nada. Pero si el cielo fuera infinito y sólo fuera finito en su concavidad interior, quizás con más fuerza se confirmaría que fuera del cielo no hay nada, puesto que cualquier cosa estaría en él, sea cual sea la magnitud que ocupara, pero el cielo mismo permanecería inmóvil. Pues el argumento más fuerte para intentar demostrar que el mundo es finito, es el movimiento.

(34) Pero dejemos a la discusión de los fisiólogos [37] [filósofos de la naturaleza] si el mundo es finito o infinito, teniendo nosotros como seguro ésto, que la tierra está limitada por sus polos y terminada por una superficie esférica. Luego, por qué dudamos aún en concederle una movilidad por naturaleza congruente con su forma, en vez de deslizarse todo el mundo, cuyos límites se ignoran y no
16 se pueden conocer, y no confesamos sobre la revolución diaria que es apariencia en el cielo y verdad en la tierra, y que estas cosas son como lo que dijera el Eneas de Virgilio [38], cuando afirma:

Salimos del puerto y las tierras y las ciudades retroceden.
Puesto que al flotar una nave sobre la tranquilidad de las aguas,

todo lo que está fuera de ellos es considerado por los navegantes moviéndose, de acuerdo con la imagen de su movimiento, y al mismo tiempo juzgan que están quietos, con todo lo que está con ellos. Así, en lo concerniente al movimiento de la tierra, puede estimarse que todo el mundo da vueltas.

(14) Por consiguiente, ¿qué podríamos decir de las nubes y de todas las demás cosas que flotan en el aire, bajan, se detienen, o suben de nuevo a las alturas, si no es que la tierra, con el elemento acuoso unido a ella, se mueve de esta forma, y también que una parte no pequeña de aire y todo lo que tiene del mismo modo relación con la tierra, sea porque el aire próximo a la tierra, mezclado con materia acuosa o térrea, sigue la misma naturaleza que la tierra, o sea porque el movimiento del aire es adquirido, que participa en la perpetua revolución y sin resistencia a causa de la contigüidad de la tierra? Por el contrario, con una admiración igual, dicen que la región superior del aire sigue el movimiento celeste, lo que revelan aquellas estrellas repentinas, me refiero a los cometas [39], también llamadas pogonías [barbadas] por los griegos, para cuya generación designan tal lugar; las cuales también, como los otros astros, nacen y se ponen. Nosotros podemos decir que, por su gran distancia desde la tierra, esa parte del aire está privada de aquel movimiento terrestre. Por eso aparecerá tranquilo el aire que está próximo a la tierra, y también lo que está suspendido en él, a no ser que, como puede suceder, sean agitados por el viento o cualquier otro ímpetu. ¿Pues es el viento en el aire otra cosa distinta que las olas en el mar?

(22) Pero tenemos que confesar que el movimiento de lo que cae y de lo que se eleva es doble, en comparación con el del mundo, y compuesto de un movimiento recto y uno circular [40]. Y en cuanto a las cosas que caen por su propio peso, siendo sobre todo de tierra, no es dudoso que las partes conserven la misma naturaleza que el todo. Y no se presenta ninguna otra razón en las que por una fuerza ígnea son lanzadas hacia las alturas. Pues también este fuego terrestre se alimenta sobre todo de una materia térrea, y definen la llama no de otra manera que como humo ardiente. Pues, es propiedad del fuego extenderse a todo lo que invade: y esto lo hace con tanta fuerza, que con ningún procedimiento, ni con ninguna máquina puede impedirse que, rota la cárcel, complete su obra. También el movimiento se extiende desde el centro hasta la circunferencia. De ahí que, si alguna de las partes terrestres se encendiera, sería llevada del centro a lo alto.

(32) En consecuencia, lo que dicen de que un movimiento simple

es propio de un cuerpo simple, se verifica en primer lugar del circular, si el cuerpo simple permanece en su lugar natural y en su propia unidad. En esa posición el movimiento no es otro que el circular, que permance totalmente en sí, semejante a lo que está en reposo. Sin embargo, el movimiento rectilíneo sobreviene a aquellas cosas que son desplazadas de su lugar natural, o que son empujadas o que de algún modo están fuera de él. Y nada repugna tanto a la ordenación y forma de todo el mundo, cuánto que algo esté fuera de su sitio. Luego el movimiento recto no sucede sino a aquellas cosas que no se mantienen correctamente y no son perfectas conforme a la naturaleza, cuando se separan de su todo y abandonan su unidad. Sobre todo las que se agitan arriba y abajo, y no tienen, excepto el circular, ningún movimiento simple, uniforme y regular, pues no pueden estar en equilibrio a causa de su ligereza o por el impulso de su peso. Y todo lo que cae, teniendo al principio un movimiento lento, aumenta su velocidad al caer.
17 Por el contrario, vemos que este fuego terreno (y no vemos ningún otro) impulsado hacia lo alto, inmediátamente languidece, reconociendo como causa la violencia de la materia terrestre. El circular siempre gira regularmente, pues tiene una causa constante, sin embargo aquél [el rectilíneo] deja de acelararse; porque al conseguir su lugar dejan de ser pesados o ligeros y cesa aquel movimiento. Siendo, pues, el movimiento circular el del todo, en cambio el rectilíneo el de las partes, podemos comparar el movimiento circular con el rectilíneo, como un ser vivo con uno enfermo[41]. Y el hecho de que Aristóteles divida el movimiento simple en tres clases: el que parte del centro, el que se dirige al centro y el que gira alrededor del centro, se juzgará como un único acto de razonamiento, del mismo modo que distinguimos la línea, el punto y la superficie, aunque no pueden subsistir el uno sin el otro, o sin el cuerpo.

(11) A esto se añade también que la condición de inmovilidad se considera más noble y divina [42] que la de mutación o inestabilidad, que convienen por ello más a la tierra que al mundo. Añado también que parecería bastante absurdo adjudicar un movimiento al continente o localizante y no más bien al contenido o localizado, que es la tierra. Finalmente, siendo manifiesto que las estrellas errantes se aproximan o se alejan de la tierra, entonces será el movimiento de un sólo cuerpo que se desarrolla alrededor del punto medio (ellos quieren que sea el centro de la tierra), desde el punto medio y también hacia el mismo. En consecuencia, conviene que el movimiento, que se realiza alrededor del punto me-

dio, sea tomado como el más general y suficiente, de modo que el movimiento de cada uno se apoye sobre su propio centro.
(20) A partir de todas estas cosas adviertes que es más probable la movilidad de la tierra que la quietud, sobre todo con respecto a la revolución diaria, mucho más propia de la tierra. Y pienso que esto es suficiente para la primera parte de la cuestión.

Capítulo IX

SI PUEDEN ATRIBUIRSE A LA TIERRA VARIOS MOVIMIENTOS Y ACERCA DEL CENTRO DEL MUNDO

(25) En consecuencia, como nada impide la movilidad de la tierra, pienso que ahora hay que ver si le convienen varios movimientos, de modo que pueda considerarse uno de los astros errantes[43]. Pues, que no es el centro de todas las revoluciones lo manifiestan el aparente movimiento irregular de las errantes y sus distancias variables a la tierra, que no pueden entenderse mediante un círculo homocéntrico sobre la tierra. Luego, si existen varios centros, cualquiera podrá dudar, no temerariamente, del centro del mundo, sobre si realmente lo es el centro de gravedad terrestre u otro[44]. Yo creo que la gravedad no es sino una cierta tendencia natural, ínsita en las partes por la divina providencia del hacedor del universo, para conferirles la unidad e integridad, juntándose en forma de globo[45]. Este modo de ser es también atribuible al Sol, la Luna y las demás fulgurantes entre las errantes, para que, por su eficacia, permanezcan en la redondez con la que se presentan, las cuales, sin embargo, realizan sus circuitos de muchos modos diferentes[46].
(37) En consecuencia, si la tierra realiza otros movimientos, por ejemplo alrededor del centro, será necesario que éstos sean semejantes a los que aparecen exteriormente en muchos [astros], entre ellos encontramos el circuito anual. Puesto que si se cambiara [el movimiento] de solar en terrestre, concedida la inmovilidad del Sol, los ortos y los ocasos de los signos y de las estrellas fijas, por los cuales se convierten en estrellas matutinas y vespertinas, aparecerían del mismo modo, y también las detenciones, los retrocesos y avances de las errantes, no parecería como propio de ellas, sino como un movimiento de la tierra, el cambiar en virtud 18

de sus apariencias. Finalmente, se pensará que el Sol ocupa el centro del mundo. Todo esto nos lo enseña la razón del orden, según la cual se suceden unas cosas a otras, y la armonía de todo el mundo, si, como dicen, con los dos ojos contemplamos esta cuestión [47].

Capítulo X

SOBRE EL ORDEN DE LAS ÓRBITAS CELESTES

(8) Observo que nadie duda que el cielo de las estrellas fijas es lo más alto de todo lo visible. Pero vemos que los antiguos filósofos querían tomar el orden de las estrellas errantes según la magnitud de sus revoluciones, aceptando como razón el que, a igual velocidad de los móviles, están más lejos los que parecen moverse más despacio, según se demuestra en la Optica de Euclides. Por ello piensan, que la Luna da la vuelta en un espacio brevísimo de tiempo, puesto que se mueve próxima a la tierra en un círculo muy pequeño. En cambio, consideran a Saturno el más alto, porque recorre el circuito más grande en el tiempo mayor. Por debajo de él está Júpiter, después de éste, Marte. Sobre Venus y Mercurio se encuentran varias opiniones, porque no se alejan del Sol de la misma manera que los otros. Por ello, unos los colocan por encima del Sol, como Timeo el de Platón [48], otros por debajo de él, como Ptolomeo [49] y gran parte de los más modernos. Alpetragius [50] coloca a Venus superior al Sol y a Mercurio inferior.

(19) En consecuencia, los que siguen a Platón, consideran que todas las estrellas, cuerpos obscuros por otra parte, brillan con la luz recibida del Sol; si estuviesen por debajo del Sol, por la poca distancia desde éste, serían vistos faltándoles la mitad o parte de su redondez. Pues la luz recibida la reenvían hacia arriba, esto es hacia el Sol, tal como vemos en la Luna nueva o menguante. También dicen que a veces el Sol es interceptado por el paso de ellos y le falta la luz a tenor de su magnitud; como esto no sucede nunca, piensan que de ningún modo están por debajo del Sol [51].

(26) Por el contrario, quienes colocan por debajo del Sol a Venus y Mercurio, reivindican como razón la amplitud de espacio que

aprecian entre el Sol y la Luna. Pues encontraron que la distancia máxima de la tierra a la Luna es de sesenta y cuatro y un sexto unidades, siendo una unidad la distancia desde el centro de [el radio] la tierra, tal medida está contenida dieciocho veces en el intervalo mínimo del Sol [y la tierra], que son MCLX unidades, y entre el mismo y la Luna MIIIIC. Y para que no permanezca vacía tan gran extensión[52], a partir de los intervalos entre los ápsides, por medio de los cuales se calcula el espesor de aquellos orbes, encuentran que estos números [distancias] son completados, de tal manera que al ápside superior de la Luna sucede el ínfimo de Mercurio, a cuyo punto más alto sigue la próxima Venus, la que desde su ápside más elevado casi toca al ínfimo del Sol. Y en efecto, entre los ápsides de Mercurio calculan unas CLXXVII y media de las unidades antedichas, y el restante espacio se llena con el intervalo de Venus de aproximadamente CMX unidades. Por tanto, no reconocen que en estas estrellas haya una cierta opacidad similar a la de la Luna, sino que brillan con luz propia o impregnados todos sus cuerpos por el Sol y por ello no ponen impedimento al Sol, lo cual en la realidad es una idea rarísima el que ellos se interpongan a nuestra visión del Sol, pues ordinariamente se retiran por la latitud. Además, porque son cuerpos pequeños en comparación con el Sol, ya que Venus, aun siendo mayor que Mercurio, apenas puede cubrir la centésima parte del Sol, como quiere 19
Machometus Aratensis[53] [Albategnius, al-Battani el Harranite], que estima el diámetro del Sol en diez veces mayor, y por ello no es fácil ver una mancha tan pequeña bajo una luz tan potentísima. Aunque Averroes, en su *Paráfrasis* a Ptolomeo[54], recuerda que había visto algo negruzco, cuando observó la conjunción del Sol y Mercurio que había calculado. Y por ello opinan que estas dos estrellas se mueven por debajo del círculo solar.

(7) Pero, cuán poco firme y cierto es este razonamiento, se manifiesta en que siendo la distancia hasta el perigeo lunar, según Ptolomeo de XXXVIII unidades, de las que una unidad es del centro de la Tierra a su superficie [el radio], pero según una estimación más veraz son más de IL (como se mostrará más tarde), sin embargo sabemos que en tan gran espacio no hay contenida ninguna otra cosa nada más que aire y, si se quiere, incluso lo que llaman elemento ígneo. Además, el diámetro del círculo [del epiciclo] de Venus, por el que se separa [digresión angular] del Sol XLV grados más o menos a cada lado, debe ser seis veces mayor que la distancia desde el centro de la tierra al ápside inferior de aquél, como se demostrará en su lugar. ¿Qué dirán, pues, que hay

contenido en un espacio tan grande como para que contuviera la tierra, el aire, el éter, la Luna y Mercurio? ¿Y, además, qué albergaría aquel ingente epiciclo de Venus, si girase alrededor de la tierra inmóvil?

(18) También se manifiesta como poco convincente la argumentación de Ptolomeo[55], según la cual debería ocupar el Sol una posición media entre los [planetas] que se separan [elongación angular] en todos los sentidos y los que no se separan, puesto que la Luna al separarse ella misma en todos los sentidos, muestra su falsedad. ¿Pero, qué causa alegarán los que ponen bajo el Sol a Venus y después a Mercurio, o los separan en otro orden, puesto que no realizan circuitos separados y diferentes del Sol como las demás estrellas errantes, a no ser que la relación entre velocidad y lentitud no falsee el orden?[56].

(25) En consecuencia, será necesario o que la tierra no sea el centro, al que se refiere el orden de los astros y de los orbes, o no habrá, ni aparecerá, una razón segura de orden, por la que la posición superior es debida más a Saturno que a Júpiter o a cualquier otro. Por ello, creo que no debe despreciarse en absoluto lo que opinó Martianus Capella, que escribió una enciclopedia, y algunos otros latinos[57]. Pues pensaron que Venus y Mercurio giran alrededor del Sol que está en el centro, y juzgan que por esta causa no se apartan de él más de lo que les permite la convexidad de sus orbes: por lo que no rodean a la tierra, como los demás, sino que sus ápsides giran en otros sentidos. Pues, ¿qué otra cosa quieren decir, si no que el centro de aquellos orbes está alrededor del Sol? Así, la órbita de Mercurio conviene que esté encerrada dentro de la órbita de Venus, que es mayor en más del doble, y tendrá por esa misma amplitud un lugar suficiente para ella[58].

(36) Si alguien, aprovechando esto como ocasión, relacionara también Saturno, Júpiter y Marte con aquél mismo centro, entendiendo su magnitud tan grande que puede contener lo que en ellos hay y rodear a la tierra, no se equivocará. Esto lo demuestra la relación existente en la tabla de sus movimientos. Pues consta, que están siempre más cerca de la tierra alrededor de su salida vesper-
20 tina, esto es, cuando están en oposición al Sol, mediando la tierra entre ellos y el Sol; en cambio, están más lejos de la tierra en el ocaso vespertino, cuando se ocultan cerca del Sol, mientras tenemos al Sol entre ellos y la tierra. Lo que indica suficientemente que su centro remite más al Sol y alrededor del cual realizan sus giros Venus y Mercurio.

(6) Pero al sustentarse todos en un sólo centro, es necesario que

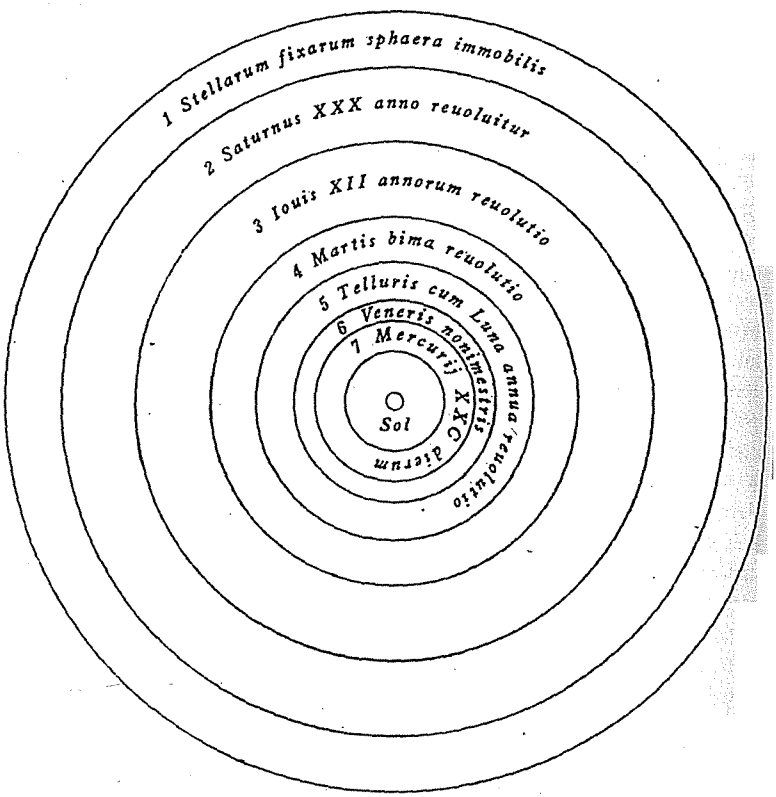
el espacio que queda entre el orbe convexo de Venus y el cóncavo de Marte, sea considerado también como un orbe o una esfera, homocéntrica con aquellos, con respecto a las dos superficies, y que contenga a la tierra, a su acompañante la Luna, y todo lo que está contenido bajo el globo lunar. De ningún modo podemos separar de la tierra a la Luna, que está, fuera de toda discusión, muy próxima a ella, sobre todo habiendo hallado en este espacio un lugar adecuado y suficientemente amplio para ella. Por ello, no nos avergüenza confesar que este todo que abarca la Luna, incluido el centro de la tierra, se traslada a través de aquella gran órbita [59] entre las otras estrellas errantes, en una revolución anual alrededor del Sol, y alrededor del mismo está el centro del mundo: por lo que permaneciendo el Sol inmóvil, cualquier cosa que aparezca relacionada con el movimiento del Sol puede verificarse aún mejor con la movilidad de la tierra; pero la magnitud del mundo es tan grande que, aunque la distancia de la tierra al Sol tenga una dimensión bastante evidente con respecto a cualquier otra órbita de las estrellas errantes en razón de sus magnitudes, no aparece como perceptible con respecto a la esfera de las estrellas fijas. Creo que ésto es más fácil de conceder, que distraer la inteligencia con aquélla casi infinita multitud de órbitas, como están obligados a realizar, quienes detuvieron a la tierra en el centro del mundo. Más bien hay que seguir la sagacidad de la naturaleza, que así como evitó al máximo que se produjera algo superfluo e inútil [60], del mismo modo adornó a veces una misma cosa con muchos efectos.

(24) Siendo todo esto muy difícil y casi inconcebible, y por supuesto contra la opinión de la mayoría, sin embargo, al avanzar, con la ayuda de dios, lo haremos más claro que el mismo Sol, sobre todo para los que no ignoran el arte de las matemáticas. Por lo que permaneciendo a salvo la primera razón (pues nadie alegará una más conveniente que la de medir la magnitud de las órbitas por la cantidad de tiempo), el orden de las esferas se sigue de esta manera, empezando por la más alta.

(30) La primera y más alta de todas es la esfera de las estrellas fijas, que se contiene a sí misma y a todas las cosas, y por ello es inmóvil: es, pues, el lugar [61] del universo, con respecto a la cual se relaciona el movimiento y la posición de todos los demás astros. Pues, si algunos consideran que ella también se mueve de algún modo [62], nosotros atribuiremos [ese movimiento], aunque así lo parezca, a otra causa, en la deducción del movimiento terrestre. Sigue Saturno, el primero de los astros errantes, que completa su circuito en XXX años. Después de éste Júpiter, que se mueve en

una revolución de doce años. Después Marte, que gira en dos años. En este orden, la revolución anual ocupa la cuarta posición, en dicha revolución dijimos que está contenida la tierra junto con la órbita de la Luna como epiciclo. En quinto lugar está Venus, que vuelve al punto de partida en el noveno mes. Finalmente, el sexto lugar lo tiene Mercurio, que se mueve en un espacio de ochenta días.

(40) Y en medio de todo permanece el Sol. Pues, ¿quién en este bellísimo templo pondría esta lámpara en otro lugar mejor, desde el que pudiera iluminar todo? Y no sin razón unos le llaman lámpara del mundo, otros mente, otros rector. Trimegisto le llamó



dios visible, Sófocles, en Electra, el que todo lo ve. Así, en efecto, como sentado en un solio real, gobierna la familia de los astros que lo rodean. Tampoco la tierra es privada en manera alguna de los servicios de la Luna, pero, como dice Aristóteles en De Animali- 21
bus, la Luna tiene con la tierra un gran parentesco. A su vez la tierra concibe del Sol y se embaraza en un parto anual[63].

(3) En consecuencia, encontramos bajo esta ordenación una admirable simetría del mundo y un nexo seguro de armonía entre el movimiento y la longitud de las órbitas, como no puede encontrarse de otro modo. Aquí es posible advertir al observador atento por qué aparece mayor la progresión y la retrogradación en Júpiter que en Saturno y menor que en Marte, y a la vez mayor en Venus que en Mercurio; y por qué tal flujo y reflujo aparece más frecuentemente en Saturno que en Júpiter y más raramente en Marte y en Venus que en Mercurio; además, por qué Saturno, Júpiter y Marte acrónicos están más cerca de la tierra que en las proximidades de su ocultación y aparición. Pero sobre todo Marte, cuando dura toda la noche [en oposición al Sol], parece igualar en magnitud a Júpiter (distinguible sólo por su color rojizo), sin embargo, en otro sitio se le encuentra con dificultad entre las estrellas de segunda magnitud, buscándole con una observación cuidadosa por medio de sextantes. Todo ello procede de la misma causa: el movimiento de la tierra.

(15) Puesto que ninguna de estas cosas aparece en las fijas, demuestra su inmensa altitud, lo que también hace que se desvanezca ante nuestros ojos la órbita del movimiento anual y su imagen; porque todo lo visible tiene alguna longitud dentro de una distan- 22
cia, más allá de la cual no se ve, como se demuestra en Optica. Pues, que desde el más alto de los astros errantes, Saturno, hasta la esfera de las estrellas fijas hay una gran distancia, lo demuestran sus destellantes luces. Por este indicio se distinguen sobre todo de los planetas, pues entre los que se mueven y los que no se mueven convenía que hubiera la máxima diferencia. Tan admirable es esta divina obra del Optimo y Máximo [Hacedor].

Capítulo XI

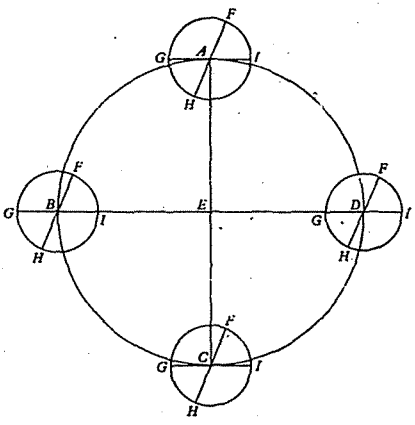
DEMOSTRACIÓN DEL TRIPLE MOVIMIENTO DE LA TIERRA

(9) En consecuencia, como tantos y tan grandes testimonios de las

estrellas errantes concuerdan con la movilidad terrestre, expondremos ahora tal movimiento en resumen, demostrando al menos los fenómenos aparentes mediante el mismo como hipótesis. Es necesario admitir un triple movimiento. El primero, el que dijimos que era llamado νυχθημερινόν por los griegos, el circuito del día y de la noche, que se dirige del ocaso al orto alrededor del eje de la tierra, en cuanto se considera que el mundo es llevado en la dirección opuesta, describiendo el círculo equinoccial, al que algunos llaman equidial, imitando la significación de los griegos, entre los que se llama ἰσημερινός. El segundo es el movimiento anual del centro, el cual describe el círculo de los signos alrededor del Sol, de modo semejante del ocaso al orto, esto es del oeste al este, avanzando entre Venus y Marte (como dijimos) con los cuerpos que le acompañan. Esto hace que el mismo Sol, con un movimiento similar, parezca atravesar el zodíaco. Por ejemplo, de este modo, al pasar el centro de la tierra por Capricornio, el Sol parece atravesar Cáncer, al pasar por Acuario, en Leo, y así sucesivamente (como decíamos). Es necesario entender que el círculo equinoccial y el eje de la tierra tienen una inclinación variable con respecto a este círculo, que pasa por la mitad de los signos, y su plano [plano de la eclíptica]. Porque si permanecieran fijos y no siguiesen sino el movimiento del centro, no aparecería ninguna desigualdad entre los días y las noches, sino que sería o solsticio de verano o de invierno, o equinoccio, o verano, o invierno, o cualquier otra forma del tiempo permanecería igual a sí misma. Luego, sigue el tercer movimiento, el de declinación, también una revolución anual, pero hacia el oeste, esto es retrocediendo al contrario del movimiento del centro. Y así, a causa de estos dos movimientos casi iguales y contrarios entre sí, sucede que el eje de la tierra y, en ella misma el mayor de los paralelos, el ecuador, miran siempre casi hacia la misma parte del mundo, y de ahí que permanezcan como inmóviles. Entre tanto el Sol parece moverse por la oblicuidad de la eclíptica, con el mismo movimiento que el centro de la tierra, y no de otra manera que si éste [el centro de la tierra] fuera el centro del mundo, con tal de que recuerdes que la distancia entre el Sol y la tierra en comparación con la esfera de las estrellas fijas excede ya a nuestra vista.

(34) Como estas cosas son de tal manera, que más desean ser comprendidas por los ojos que dichas, tracemos el círculo ABCD, que representará el circuito anual del centro de la tierra en el plano de la eclíptica, y sea E el Sol, el centro del mismo. Este círculo lo cortaré en cuatro partes con los diámetros AEC y BED.

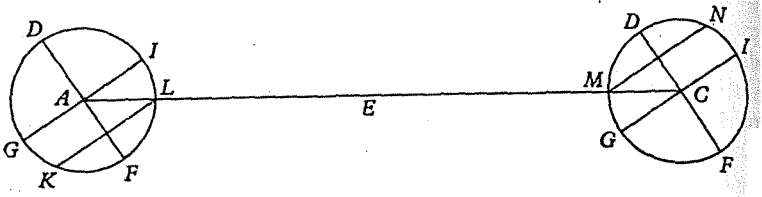
Ocupe el punto A el principio de Cáncer, B el de Libra, C el de Capricornio, D el de Aries.



Y pongamos el centro de la tierra primero en A, sobre el cual dibujaré el ecuador terrestre FGHI, pero no en el mismo plano, sino que el diámetro GAI sea la sección común de los círculos, me refiero al ecuador y a la eclíptica. Trazado también el diámetro FAH, formando ángulos rectos [perpendicular] con el GAI, sea F el límite de declinación máxima austral, y H boreal. Así dispuestas correctamente estas cosas, los terrestres verán el Sol, que está en el centro E, en el solsticio de invierno bajo Capricornio, que produce H, máxima declinación boreal vuelta hacia el Sol, porque la declinación del ecuador con respecto a la línea AE, por medio de la revolución diurna, describe el trópico de invierno paralelo al ecuador, según la distancia comprendida por el ángulo de inclinación EAH. Avance ahora el centro de la tierra hacia el este, y al mismo tiempo F, límite de la declinación máxima, hacia el oeste, hasta que en B ambos hayan recorrido cuadrantes de círculo. Mientras tanto, el ángulo EAI permanecerá siempre igual al AEB, por la igualdad de las revoluciones, y los diámetros siempre permanecerán paralelos uno a otro, FAH a FBH, GAI a GBI y el ecuador al ecuador. Por la causa ya dicha varias veces, estas mismas cosas aparecen en la inmensidad del cielo. En consecuencia, desde B, principio de Libra, E aparecerá bajo Aries, y la sección común de los círculos coincidirá con la línea GBIE, con respecto a la cual la revolución diurna no admite ninguna declinación, sino que toda declinación estará en los lados [de dicha línea]. Y así el Sol aparecerá en el equinoccio de primavera. Prosiga el centro de la tierra, bajo las condiciones aceptadas y una vez recorrido un semicírculo, hasta C, entonces aparecerá el Sol al entrar en Cáncer. Pero F, declinación austral del círculo equinoccial, vuelta hacia el Sol, hará que aquél se vea al norte, recorriendo el trópico de verano, en relación con el ángulo de inclinación ECF. Girando de nuevo F hacia el tercer cuadrante del círculo, la sección

23

común GI caerá de nuevo en la línea ED, por lo que el Sol, visto en Libra, parecerá haber completado el equinoccio de otoño. Pero después, en este mismo proceso, volviéndose H poco a poco hacia el Sol, regresará a la posición del principio, desde donde empezamos a avanzar.



24 (1) Otro procedimiento. Sea, de nuevo, en el plano supuesto, AEC el diámetro y la sección común del círculo ABC perpendicular al mismo plano. En éste, alrededor de A y C, esto es en Cáncer y Capricornio, trácese el círculo de la tierra que pasa por los polos DGFI, y sea DF el eje de la tierra, D el polo norte, F el sur, y GI el diámetro del ecuador. En consecuencia, cuando F gira hacia el Sol, que está en E, y la inclinación del círculo equinoccial es boreal según el ángulo IAE, entonces el movimiento alrededor del eje describirá el paralelo austral al ecuador, según el diámetro KL y la distancia LI, que aparecerá con respecto al Sol como el trópico de Capricornio. O sea, para decirlo más correctamente, este movimiento alrededor del eje en dirección a AC, forma una superficie cónica, que tiene el vértice en el centro de la tierra y como base un círculo paralelo al ecuador; en el opuesto punto C también sucede todo de igual forma, pero al revés. En consecuencia, es patente, de qué modo estos dos movimientos que se oponen entre sí, me refiero al del centro y al de la inclinación, obligan al eje de la tierra a permanecer en el mismo balanceo y en una posición similar, y les dan a todos una apariencia de movimientos solares.

(15) Pero decíamos que las revoluciones anuales, la del centro y la de declinación, eran casi iguales, pues si esto ocurriera con exactitud, sería necesario que los puntos equinocciales y solsticiales y la oblicuidad total de la eclíptica con respecto a la esfera de las estrellas fijas, no cambiaran nunca. Pero, siendo muy pequeña la diferencia, no se manifiesta, a no ser en un tiempo grande: desde Ptolomeo hasta nosotros hay casi XXI grados en los que aquéllos [equinoccios y solsticios] se anticipan [precesión]. Por esta causa, algunos creyeron que también se movía la esfera de las estrellas fijas, por lo que les pareció que había una novena esfera superior; y

no bastando esto, ahora los más modernos añaden una décima, sin haber alcanzado el fin que nosotros esperamos conseguir por medio del movimiento de la tierra, que como principio e hipótesis usaremos en las demostraciones de los otros movimientos[64].

Capítulo XII

DE LAS LÍNEAS RECTAS QUE SE SUBTIENDEN EN UN CÍRCULO

(27) Hemos resumido lo que de la filosofía natural nos parecía necesario para nuestro propósito, como principios e hipótesis, a saber, que el mundo es esférico, inmenso, semejante al infinito, también que la esfera de las estrellas fijas que contiene a todas las cosas es inmóvil, y en cambio que el movimiento de los demás cuerpos celestes es circular. Aceptamos también que la tierra es móvil según ciertas revoluciones, con lo que intentamos estructurar toda la ciencia de los astros como sobre una primera piedra. Pero, puesto que las demostraciones que usamos en casi todo el trabajo, versan sobre líneas rectas y arcos, sobre triángulos planos y convexos, de los cuales, aunque muchas cosas están ya claras en los Elementos de Euclides, sin embargo no tienen lo que aquí sobre todo se investiga[65]: de qué modo pueden deducirse los lados a partir de los ángulos y los ángulos a partir de los lados, puesto que un ángulo no mide a la cuerda, como tampoco la cuerda al ángulo, sino el arco. Por lo que se ha encontrado el procedimiento por el que se pueden conocer las cuerdas subtensas a cualquier arco, con la ayuda de las cuales es posible calcular el arco correspondiente a un ángulo y, al contrario, por el arco se puede calcular la cuerda que subtiende al ángulo. Por lo cual, no parece fuera de lugar, si en este libro tratamos de tales líneas, y también de los lados y los ángulos tanto de los triángulos planos como de los esféricos, que ya Ptolomeo enseñó esparcidamente y por medio de ejemplos, de modo que aquí se resuelva ya de una vez y después de que los hayamos tratado, queden más claros.

(13) Dividimos el círculo, por consenso común entre los matemáticos, en CCCLX grados. Pero los antiguos tomaban un diámetro de CXX unidades. En cambio los posteriores, para evitar la oscuridad de las porciones fraccionadas en las multiplicaciones y divisiones de números con respecto a esas líneas, que en general son

inconmensurables en longitud, y a menudo se usa su potencia, unos establecieron un diámetro racional de un millón doscientas mil partes, otros en dos millones, otros con otra medida, desde el momento en que pasaron a usarse las figuras Indicas de los números. Pues este número supera a cualquier otro, sea Griego o Latino, acomodándose con singular rapidez en los cálculos. También nosotros, por esta causa, tomamos como suficientes las $\overline{CC}$ [200.000] unidades del diámetro, que pueden excluir un error patente. Pues, con ellas se puede conseguir una aproximación suficiente, cuando no se pasa de un número a otro número.

(24) Explicaremos esto con seis teoremas y un problema, siguiendo aproximadamente a Ptolomeo.

TEOREMA PRIMERO

(27) Dado el diámetro de un círculo, se dan también los lados del triángulo, cuadrado, hexágono, pentágono y decágono, a los que circunscribe dicho círculo.

(29) Puesto que la distancia desde el centro [66] [radio], la mitad del diámetro, es igual al lado del hexágono [67], el lado del triángulo al cuadrado es igual al triple del lado del hexágono al cuadrado [68]; y el cuadrado del lado del tetrágono es igual al doble del lado del hexágono al cuadrado, según se demostró en los Elementos de Euclides [69]. Luego se dan, el lado del hexágono en longitud de $\overline{c}$ [100.000] unidades, el del tetrágono de 141.422 unidades, y el del triángulo de 173.205 unidades.



(34) Sea, ahora, AB el lado del hexágono, que por el problema I del libro II o por el décimo del libro sexto de Euclides, en media y extrema proporción se corta en el punto C, y sea el segmento mayor CB, igual al cual se le añade BD. En consecuencia, ABD completa estará dividida en extrema y media proporción: y el segmento menor, el añadido BD, el lado del decágono inscrito en
26 el círculo, AB el lado del hexágono; lo cual se clarificó a partir del quinto y IX precepto del libro XIII de Euclides.

(3) Pero BD se conocerá de este modo: córtese en dos partes AB en el punto E. Es patente por el III precepto del mismo libro de Euclides, que el cuadrado de EBD es igual al quíntuplo del cuadrado de EB. Pero EB se conoce con una longitud de $\overline{L}$ [50.000]

unidades, a partir de ella se conoce el quíntuplo de su cuadrado, y EBD con una longitud de 111.803 unidades, de las cuales, si se restan 50.000 que tiene EB, queda BD de 61.803, lado del decágono buscado.

(8) También se conoce el lado del pentágono, el cuadrado del cual es igual a la suma de los cuadrados del lado del hexágono y del decágono[70], de 117.557 unidades.

(10) Luego, dado el diámetro del círculo, se conocen los lados del triángulo, tetrágono, pentágono, hexágono y decágono inscritos en el mismo círculo. Que es lo que había que demostrar.

PORISMA [COROLARIO]

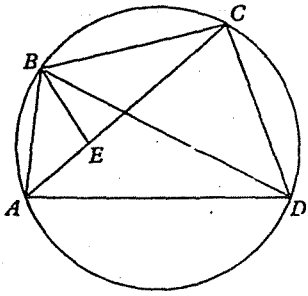
(13) Por lo tanto es claro que, habiendo sido dada la cuerda de cualquier arco, se conoce también la que subtiende al arco del semicírculo.

(15) Puesto que el ángulo en un semicírculo es recto: y en los triángulos rectángulos, el cuadrado de la subtensa al ángulo recto, esto es el cuadrado del diámetro, es igual a la suma de los cuadrados de los ángulos que comprenden dicho ángulo recto. En consecuencia, puesto que el lado del decágono, que subtiende XXXVI grados de la circunferencia, ha sido demostrado como de 61.803 unidades, de las que el diámetro tiene $\overline{CC}$, se conoce también la recta que subtiende a los restantes CXLIIII grados del semicírculo, de 190.211 de aquellas unidades. Y en el caso del lado del pentágono, que mide 117.557 unidades del diámetro y subtiende un arco de LXXII grados, se conoce la línea recta que subtiende los restantes CVIII grados del semicírculo, de 161.803 unidades.

TEOREMA SEGUNDO ΕΙΣΑΓΩΓΟΝ [INTRODUCTORIO (AL TEOREMA III)]

(25) Si se inscribiera un cuadrilátero en un círculo, el rectángulo comprendido por las diagonales es igual a los rectángulos comprendido por los dos pares de lados opuestos[71].

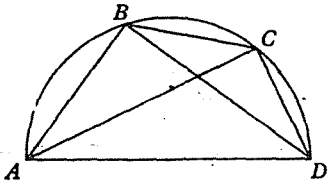
(27) Sea, pues, ABCD un cuadrilátero inscrito en el círculo. Afirmo que el rectángulo comprendido bajo las diagonales AC y DB, es igual a los rectángulos comprendidos bajo AB, DC y bajo



AD, BC. Hagamos, pues, el ángulo ABE igual al CBD. Luego, todo el ángulo ABD será igual a todo el EBC, tomando EBD común a uno y a otro. También el ACB y el BDA son iguales entre sí por estar en el mismo segmento de círculo, y puesto que dos triángulos semejantes tendrán lados semejantes, entonces BC es a BD, como EC es a AD, y por lo tanto el [rectángulo] que está bajo EC y BD, es igual al que está bajo BC y AD. Pero también el triángulo ABE y el CBD son semejantes, porque los ángulos ABE y CBD han sido hechos iguales, y el BAC y BDC son iguales porque abarcan el mismo arco de círculo. Sea de nuevo, AB es a BD como AE es CD, y por lo tanto el [rectángulo] que está bajo AB y CD es igual al que está bajo AE y BD. Pero ya se
27 declaró que el [rectángulo] AD, BC era igual que el BD, EC. En resumen, pues, el BD, AC es igual al AD, BC y al AB, CD. Que era oportuno demostrar.

TEOREMA TERCERO

(5) A partir de esto, si fueran dadas rectas subtendidas a arcos desiguales en un semicírculo, la subtensa [cuerda] de este semicírculo, por la que el arco mayor excede al menor, también es dada.
(7) De modo que en el semicírculo ABCD, y con diámetro AD, sean conocidas AB y AC subtensas de arcos desiguales. Deseando nosotros averiguar la subtensa BC, se conocen, por lo antes dicho, las subtensas BD y CD de los arcos restantes del semicírculo, con los cuales se delimita en el semicírculo el cuadrilátero ABCD, cuyas diagonales AC y BD son conocidas, junto con los tres lados AB, AD y CD; en el cual, como ya se demostró [el rectángulo] que hay bajo AC y BD es igual a la suma del AB, CD y del AD, BC. Luego, si el [rectángulo] que está bajo AB, CD, se resta del AC, BD, quedará el AD, BC. Y así, dividiendo por AD, en cuanto es posible, se calcula la subtensa buscada BC.

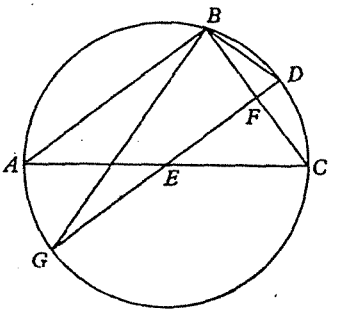


(16) De ahí, que siendo conocidos, por los datos anteriores, por ejemplo los lados del pentágono y del hexágono, por esta relación se conoce la subtensa de XII grados, en los que ellos se diferencian, y que es de 20.905 de las unidades del diámetro.

TEOREMA CUARTO

(20) Dada la recta que subtiende a un arco cualquiera, se da también la que subtiende a la mitad del arco.

(22) Describamos el círculo ABC, cuyo diámetro sea AC, y sea BC el arco conocido con su subtensa, y desde el centro E la línea EF corte formando ángulos rectos [perpendicularmente] a BC, que por el III precepto del libro tercero de Euclides cortará a BC en dos partes iguales en el punto F y, prolongándola, al arco en D, también constrúyanse las subtensas AB y BD. En consecuencia, puesto que los triángulos ABC y EFC son rectángulos y además también semejantes porque tienen un ángulo común el ECF, luego como CF es la mitad de BFC, así EF es la mitad de AB; pero AB se conoce, porque subtiende el arco restante del semicírculo; luego, se da también EF, y DF el resto de la mitad del diámetro, el cual al completarse es DEG, y únase BG. En consecuencia, en el triángulo BDG por el ángulo recto B descienda la misma BF como perpendicular a la base. En consecuencia, el [rectángulo] que está bajo GDF [GD, DF], es igual al [cuadrado] BD; luego se da BD en longitud, que subtiende a la mitad del arco BDC.



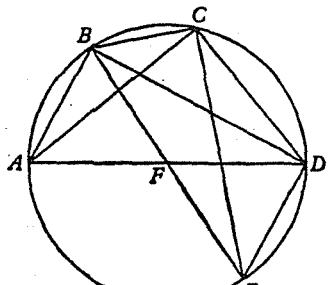
(34) Conociendo ya la que subtiende a XII grados, se conoce también la que subtiende a VI grados como de 10.467 unidades, y la de III grados de 5.235 unidades, y la de I grado y medio de 2.618 unidades, y la de tres cuartos de 1.309 unidades.

TEOREMA QUINTO

(2) De nuevo, cuando se conocen las cuerdas que subtienden a 28

dos arcos, se conoce también la que subtiende al arco completo compuesto por ellos.

(4) Sean AB y BC las subtensas conocidas en un círculo. Afirmo que se conoce también la que subtiende a todo el arco ABC. Dibujados los diámetros AFD y BFE, trácese también las subtensas BD y CE, que se conocen por los teoremas precedentes, a causa de que AB y BC con conocidos y DE es igual a AB. Uniendo CD ciérrese el cuadrilátero BCDE, cuyas diagonales BD y CE se conocen junto con tres lados el BC, DE y BE, y también se conocerá el restante CD por el segundo teorema, y por lo tanto se conoce la subtensa CA, que subtiende al resto del semicírculo y a todo el arco ABC: que es lo que se buscaba.



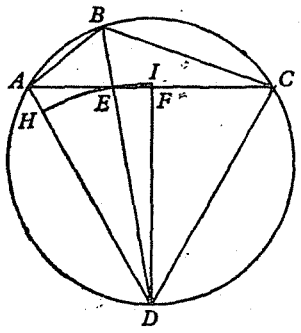
(11) Además, como hace poco se han hallado las líneas rectas que subtienden arcos de tres, I y medio, y tres cuartos de grado, con cuyos intervalos cualquiera puede confeccionar tablas con una relación muy exacta, aunque si quiere avanzar por medio de grados y unir un arco a otro, o por medios grados, o de cualquier otro modo, con razón dudará de las subtensas de tales grados, porque nos faltan los cálculos gráficos con los que se demuestren. Sin embargo, nada nos impide hallar el error perceptible a los sentidos y, establecido el cálculo, seguir el que menos disienta [con los admitidos]. Esto también lo investigó Ptolomeo con respecto a las subtensas de un grado y de medio, advirtiéndonos primero [de lo siguiente].

TEOREMA SEXTO

(20) La razón entre dos arcos es mayor que la razón entre la mayor y la menor de las rectas subtendidas [cuerdas].

(22) Sean en un círculo dos arcos desiguales unidos, AB y BC, y sea el mayor BC. Afirmo que la razón de BC a AB es mayor que la de las subtensas BC a AB. Abarquen éstas el ángulo B, que se corta en dos por la línea BD, y unáse AC, que corta a BD en el punto E, de modo semejante únanse también AD y CD que son iguales, porque con ellas se subtiende arcos iguales. En consecuencia, puesto que en el triángulo ABC, la línea que corta al ángulo

por la mitad, corta también a AC en el punto E, los segmentos de la base serán EC a AE como BC es a AB, y puesto que BC es mayor que AB, EC será también mayor que EA. Trácese DF perpendicular a AC, que cortará a la misma AC en el punto F, que necesariamente se encontrará en el segmento mayor EC.

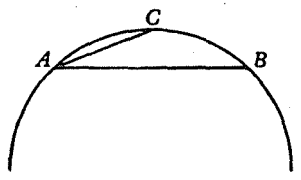


(32) Y puesto que en todo triángulo, al ángulo mayor se opone el lado mayor, en el triángulo DEF el lado DE es mayor que el DF, y además AD es mayor que DE; porque, descrito un arco, con centro en D y con un intervalo [radio] DE, cortará a AD y pasará más allá de DF. En consecuencia, córtese a AD en H y prolónguese en línea recta DFI. Entonces, puesto que el sector EDI es mayor que el triángulo EDF, y el triángulo DEA mayor que el sector DEH. Por tanto el triángulo 29
DEF tiene con respecto al triángulo DEA una razón menor que el sector DEI con respecto al sector DEH. Pero los sectores son proporcionales a los arcos o a los ángulos en el centro, por otra parte los triángulos con el mismo vértice son proporcionales a sus bases. Por lo tanto es mayor la relación entre los ángulos EDF a ADE, que la de las bases EF a AE. En consecuencia, componiendo, el ángulo FDA es al ángulo ADE mayor que la base AF es a la base AE, y del mismo modo, CDA es a ADE mayor que AC es a AE[72]. Pero, separando, CDE es a EDA mayor que CE a EA. Por otra parte, los ángulos CDE es a EDA, como el arco CB es al arco AB, y la base CE es a la AE como la subtensa BC es a la subtensa AB[73]. (9) En consecuencia, es mayor la razón del arco CB al arco AB, que la de la subtensa BC a la subtensa AB. Que es lo que había que demostrar.

PROBLEMA

(12) Pero, puesto que el arco es siempre mayor que la subtensa a él trazada, siendo la recta la línea más corta de las que tienen los mismos extremos, con todo la desigualdad tiende a la igualdad al pasar las secciones del círculo de mayores a menores, de modo que, en el punto de contacto extremo (de tangencia) del círculo,

coexisten la línea circular y la recta: en consecuencia, es necesario que, antes de que esto ocurra, difieran entre sí con una discrepancia poco manifiesta. Sea, pues, por ejemplo, AB un arco de III grados y AC uno de I grado y medio; se demostró que la subtensa AB tiene 5.235 unidades, de las que el diámetro propuesto tiene $\overline{cc}$ [200.000], y AC de 2.618 de las mismas unidades. Y siendo AB el doble del arco AC, sin embargo la subtensa AB es menor que el doble de la cuerda AC, que supera en una unidad a las 2.617[74]. Pero si tomamos AB de un grado y medio y AC de tres cuartos de grado, tendremos la subtensa AB de 2.618 unidades y AC de 1.309 unidades, que, aunque debe ser mayor que la mitad de la subtensa AB, en nada parece diferenciarse de la mitad, sino que ahora surge la misma proporción entre los arcos y las líneas rectas.



15v

(26) Luego, como vemos hemos llegado a un punto, en el que la diferencia entre recta y la curva que la envuelve escapa a los sentidos, como convertidos en una sóla línea, no dudamos en tomar 1.309 como subtensa de tres cuartos de grado, en igual proporción con respecto a un grado y con respecto a las partes restantes [del grado], de modo que añadiendo un cuarto a los tres cuartos establezcamos la subtensa de un grado en 1.745 unidades, la de medio grado en 872 1/2 unidades, y la de un tercio en 582 unidades aproximadamente. Sin embargo, pienso que es suficiente, si sólo consignamos en la tabla las mitades de las líneas que subtienden a un arco doble. Con esta forma abreviada, comprendemos en un cuadrante, lo que era necesario extender hasta el semicírculo: y sobre todo porque resultan de uso más frecuente en la demostración y el cálculo las semicuerdas que las cuerdas. Presentamos ahora una tabla con incrementos de un sexto de grado, y que tiene tres columnas: en la primera están los grados o las unidades del arco y las sextas partes de un grado; la segunda contiene el número en longitud de la mitad de la línea que subtiende [cuerda] un arco doble; la tercera contiene la diferencia entre los mismos números en longitud que hay entre cada uno de los grados, y por medio de las cuales [las diferencias] podemos añadir proporcionalmente lo que convenga en cada una de las fracciones de los grados. Y esta es la tabla.

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
0	10	291	291	6	10	10742	289
0	20	582		6	20	11031	
0	30	873		6	30	11320	
0	40	1163		6	40	11609	
0	50	1454		6	50	11898	
1	0	1745		7	0	1287	
1	10	2036		7	10	12476	
1	20	2327		7	20	12764	288
1	30	2617		7	30	13053	
1	40	2908		7	40	13341	
1	50	3199		7	50	13629	
2	0	3490		8	0	13917	
2	10	3781		8	10	14205	
2	20	4071		8	20	14493	
2	30	4362		8	30	14781	
2	40	4653		8	40	15069	
2	50	4943	290	8	50	15356	
3	0	5234		9	0	15643	
3	10	5524		9	10	15931	
3	20	5814		9	20	16218	
3	30	6105		9	30	16505	
3	40	26395		9	40	16792	
3	50	6685		9	50	17078	
4	0	6975		10	0	17365	
4	10	7265		10	10	17651	286
4	20	7555		10	20	17937	
4	30	7845		10	30	18223	
4	40	8135		10	40	18509	
4	50	8425		10	50	18795	
5	0	8715		11	0	19081	
5	10	9005		11	10	19366	285
5	20	9295		11	20	19652	
5	30	9585		11	30	19937	
5	40	9874		11	40	20222	
5	50	10164		11	50	20507	
6	0	10453		12	0	20791	

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
12	10	21076	284	18	10	31178	276
12	20	21360		18	20	31454	
12	30	21644		18	30	31730	
12	40	21928		18	40	32006	
12	50	22212		18	50	32282	275
13	0	22495	283	19	0	32557	
13	10	22778		19	10	32832	
13	20	23062		19	20	33106	
13	30	23344		19	30	33381	274
13	40	23627		19	40	33655	
13	50	23910	282	19	50	33929	
14	0	24192		20	0	34202	
14	10	24474		20	10	34475	273
14	20	24756		20	20	34748	
14	30	25038	281	20	30	35021	
14	40	25319		20	40	35293	272
14	50	25601		20	50	35565	
15	0	25882		21	0	35837	
15	10	26163		21	10	36108	271
15	20	26443	280	21	20	36379	
15	30	26724		21	30	36650	
15	40	27004		21	40	36920	270
15	50	27284		21	50	37190	
16	0	27564	279	22	0	37460	
16	10	27843		22	10	37730	269
16	20	28122		22	20	37999	
16	30	28401		22	30	38268	
16	40	28680		22	40	38537	268
16	50	28959	278	22	50	38805	
17	0	29237		23	0	39073	
17	10	29515		23	10	39341	267
17	20	29793		23	20	39608	
17	30	30071	277	23	30	39875	
17	40	300348		23	40	40141	266
17	50	30625		23	50	40408	
18	0	30902		24	0	40674	

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
24	10	40939	265	30	10	50252	251
24	20	41204		30	20	50503	
24	30	41469		30	30	50754	250
24	40	41734	264	30	40	51004	
24	50	41998		30	50	51254	
25	0	42262		31	0	51504	249
25	10	42525	263	31	10	51753	
25	20	42788		31	20	52002	248
25	30	43051		31	30	52250	
25	40	43313	262	31	40	52498	347
25	50	43575		31	50	52745	
26	0	43837		32	0	52992	246
26	10	44098	261	32	10	53238	
26	20	44359		32	20	53484	
26	30	44620	260	32	30	53730	345
26	40	44880		32	40	53975	
26	50	45140		32	50	54220	244
27	0	45399	259	33	0	54464	
27	10	45658		33	10	54708	243
27	20	45916	258	33	20	54951	
27	30	46175		33	30	55194	242
27	40	46433		33	40	55436	
27	50	46690	257	33	50	55678	241
28	0	46947		34	0	55919	
28	10	47204	256	34	10	56160	240
28	20	47460		34	20	56400	
28	30	47716	255	34	30	56641	239
28	40	47971		34	40	56880	
28	50	48226		34	50	57119	238
29	0	48481	254	35	0	57358	
29	10	48735		35	10	57596	
29	20	48989	253	35	20	57833	237
29	30	49242		35	30	58070	
29	40	49495	252	35	40	58307	236
29	50	49748		35	50	58543	
30	0	50000		36	0	58779	235

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
36	10	59014	235	42	10	67129	215
36	20	59248	234	42	20	67344	
36	30	59482		42	30	67559	214
36	40	59716	233	42	40	67773	
36	50	59949		42	50	67987	213
37	0	60181	232	43	0	68200	212
37	10	60413		43	10	68412	
37	20	60645	231	43	20	68624	211
37	30	60876		43	30	68835	
37	40	61107	230	43	40	69046	210
37	50	61337		43	50	69256	
38	0	61566	229	44	0	69466	209
38	10	61795		44	10	69675	
38	20	62024		44	20	69883	208
38	30	62251	228	44	30	70091	207
38	40	62479		44	40	70298	
38	50	62706	227	44	50	70505	206
39	0	62932		45	0	70711	205
39	10	63158	226	45	10	70916	
39	20	63383		45	20	71121	204
39	30	63608	225	45	30	71325	
39	40	63832		45	40	71529	203
39	50	64056	224	45	50	71732	202
40	0	64279	223	46	0	71934	
40	10	64501	222	46	10	72136	201
40	20	64723		46	20	72337	200
40	30	64945	221	46	30	72537	
40	40	65166	220	46	40	72737	199
40	50	65386		46	50	72936	
41	0	65606	219	47	0	73135	198
41	10	65825		47	10	73333	197
41	20	66044	218	47	20	73531	
41	30	66262		47	30	73728	196
41	40	66480	217	47	40	73924	195
41	50	66697		47	50	74119	
42	0	66913	216	48	0	74314	194

34

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
48	10	74508	194	54	10	81072	170
48	20	74702		54	20	81242	169
48	30	74896		54	30	81411	
48	40	75088	192	54	40	81580	168
48	50	75280	191	54	50	81748	167
49	0	75471	190	55	0	81915	
49	10	75661		55	10	82082	166
49	20	75851	189	55	20	82248	165
49	30	76040		55	30	82413	164
49	40	76229	188	55	40	82577	
49	50	76417	187	55	50	82741	163
50	0	76604		56	0	82904	162
50	10	76791	186	56	10	83066	
50	20	76977		56	20	83228	161
50	30	77162	185	56	30	83389	160
50	40	77347	184	56	40	83549	159
50	50	77531		56	50	83708	
51	0	77715	183	57	0	83867	158
51	10	77897	182	57	10	84025	157
51	20	78079		57	20	84182	
51	30	78261	181	57	30	84339	156
51	40	78442	180	57	40	84495	155
51	50	78622		57	50	84650	
52	0	78801	179	58	0	84805	154
52	10	78980	178	58	10	84959	153
52	20	79158		58	20	85112	152
52	30	79335	177	58	30	85264	
52	40	79512	176	58	40	85415	151
52	50	79688		58	50	85566	150
53	0	79864	175	59	0	85717	
53	10	80038	174	59	10	85866	149
53	20	80212		59	20	86015	148
53	30	80386	173	59	30	86163	147
53	40	80558	172	59	40	86310	
53	50	80730		59	50	86457	146
54	0	80902	171	60	0	86602	145

35

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
60	10	86747	144	66	10	91472	118
60	20	86892		66	20	91590	117
60	30	87036	143	66	30	91706	116
60	40	87178	142	66	40	91822	115
60	50	87320		66	50	91936	114
61	0	87462	141	67	0	92050	113
61	10	87603	140	67	10	92164	
61	20	87743	139	67	20	92276	112
61	30	87882		67	30	92388	111
61	40	88020	138	67	40	92449	110
61	50	88158	137	67	50	92609	109
62	0	88295		68	0	92718	
62	10	88431	136	68	10	92827	108
62	20	88566	135	68	20	92935	107
62	30	88701	134	68	30	93042	106
62	40	88835		68	40	93148	105
62	50	88968	133	68	50	93253	
63	0	89101	132	69	0	93358	104
63	10	89232	131	69	10	93462	103
63	20	89363		69	20	93565	102
63	30	89493	130	69	30	93667	
63	40	89622	129	69	40	93769	101
63	50	89751	128	69	50	93870	100
64	0	89879		70	0	93969	99
64	10	90006	127	70	10	94068	98
64	20	90133	126	70	20	94167	
64	30	90258		70	30	94264	97
64	40	90383	125	70	40	94361	96
64	50	90507	124	70	50	94457	95
65	0	90631	123	71	0	94552	94
65	10	90753	122	71	10	94646	93
65	20	90875	121	71	20	94739	
65	30	90996		71	30	94832	92
65	40	9116	120	71	40	94924	91
65	50	91235	119	71	50	95015	90
66	0	91354	118	72	0	95105	

36

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
72	10	95195	89	78	10	97875	59
72	20	95284	88	78	20	97934	58
72	30	95372	87	78	30	97992	
72	40	95459	86	78	40	98050	57
72	50	95545	85	78	50	98107	56
73	0	95630		79	0	98163	55
73	10	95715	84	79	10	98218	54
73	20	95799	83	79	20	98272	
73	30	95882	82	79	30	98325	53
73	40	95964	81	79	40	98378	52
73	50	96045		79	50	98430	51
74	0	96126	80	80	0	98481	50
74	10	96206	79	80	10	98531	49
74	20	96285	78	80	20	98580	
74	30	96363	77	80	30	98629	48
74	40	96440		80	40	98676	47
74	50	96517	76	80	50	98723	46
75	0	96592	75	81	0	98769	45
75	10	96667	74	81	10	98814	44
75	20	96742	73	81	20	98858	43
75	30	96815	72	81	30	98902	42
75	40	96887		81	40	98944	
75	50	96959	71	81	50	98986	41
76	0	97030	70	82	0	99027	40
76	10	97099	69	82	10	99067	39
76	20	97169	68	82	20	99106	38
76	30	97237		82	30	99144	
76	40	97304	67	82	40	99182	37
76	50	97371	66	82	50	99219	36
77	0	97432	65	83	0	99255	35
77	10	97507	64	83	10	99290	34
77	20	97566	63	83	20	99324	33
77	30	97630		83	30	99357	
77	40	97692	62	83	40	99389	32
77	50	97754	61	83	50	99421	31
78	0	97815	60	84	0	99452	30

37

TABLA DE LAS CUERDAS SUBTENDIDAS EN UN CIRCULO

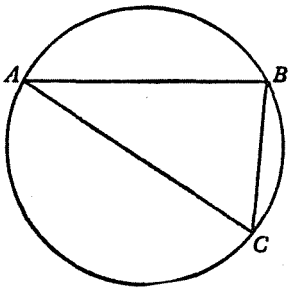
Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado	Arcos		Mitades de cuerdas a arcos dobles	Unidades por cada grado
o	'			o	'		
84	10	99482	29	87	10	99878	14
84	20	99511	28	87	20	99892	13
84	30	99539	27	87	30	99905	12
84	40	99567		87	40	99917	
84	50	99594	26	87	50	99928	11
85	0	99620	25	88	0	99939	10
85	10	99644	24	88	10	99949	9
85	20	99668	23	88	20	99958	8
85	30	99692	22	88	30	99966	7
85	40	99714		88	40	99973	6
85	50	99736	21	88	50	99979	
86	0	99756	20	89	0	99985	5
86	10	99776	19	89	10	99989	4
86	20	99795	18	89	20	99993	3
86	30	99813		89	30	99996	2
86	40	99830	17	89	40	99998	1
86	50	99847	16	89	50	99999	0
87	0	99863	15	90	0	100000	0

Capítulo XIII

SOBRE LOS LADOS Y ÁNGULOS DE LOS TRIÁNGULOS PLANOS RECTILÍNEOS [75]

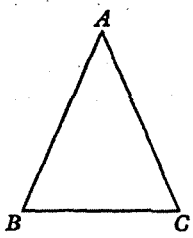
I

(4) En un triángulo, conocidos los ángulos se conocen los lados. 38
(5) Afirmo que sea el triángulo ABC, al que se le circunscribe un círculo de acuerdo con la quinta proposición del cuarto libro de Euclides. En consecuencia, también se conocerán los arcos AB, BC, CA, en los mismos grados que CCCLX son igual a dos rectos[76]. Pero dados los arcos, se dan también los lados del triángulo inscrito en el círculo, como cuerdas, según la tabla expuesta, en las mismas unidades que el diámetro tomado tiene $\overline{cc}$ [200.000].



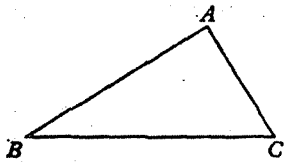
II

(11) Pero si fueran dados dos lados del triángulo con alguno de los ángulos, se conocerán también el otro lado junto con los demás ángulos.
(13) Pues, o bien los lados son iguales; y si son desiguales, el ángulo dado o es recto o es agudo u obtuso; y a la vez los lados dados pueden comprender o no comprender el ángulo dado.
(16) En primer lugar, en el triángulo ABC, sean los dos lados conocidos AB y AC iguales, que comprenden al ángulo dado A. En consecuencia, los otros ángulos, los de la base BC, como son iguales, se conocen también como la mitad del resto, después de



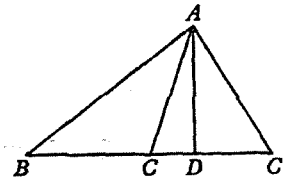
substraer A de dos ángulos rectos. Pero si el ángulo dado en principio, hubiera estado en la base, se conocería inmediatamente su compañero y el otro será el resultado de restarle éstos a dos rectos. Pero en un triángulo de ángulos conocidos, se conocen los lados; por la tabla se conoce la propia base BC en unidades, de las cuales AB o AC, como si fueran líneas trazadas desde el centro [radios], serían de $\overline{c}$ [unidades], o un diámetro de $\overline{cc}$ [200.000] unidades.

(23 Si el ángulo BAC, comprendido por lados conocidos, fuera recto, resultará lo mismo. Pues es clarísimo que, lo que suman los cuadrados de AB y AC, *es igual* al cuadrado de la base BC; se conoce, por tanto, BC en longitud y los otros lados en su relación mutua. Pero el segmento de círculo que cubre un triángulo ortogonal es un semicírculo, cuya base BC sería el diámetro. En consecuencia, BC será de $\overline{cc}$ [200.000] unidades, se darán AB y AC como subtensas a los restantes ángulos B, C. Por ello, la relación de la tabla *los mostrará* en unidades, de las cuales CLXXX son iguales a dos rectos.



(31) Lo mismo resultará si se hubiera dado BC con otro de los lados que comprenden el ángulo recto: lo que pienso que consta ya muy claramente.

(33) Sea ahora conocido el ángulo agudo ABC, comprendido por los lados también conocidos AB y BC, y desde el punto A descienda una perpendicular a BC, prolongando ésta, si fuera necesario, según caiga dentro o fuera del triángulo. Esta perpendicular sea AD, por la que se distinguen dos triángulos ortogonales ABD y ADC. Y puesto que en el triángulo ABD se dan los ángulos, pues D es recto y B es dado por *hipótesis*, luego se dan también AD y BD por la tabla, como subtensas a los ángulos A y B, en unidades de las que AB, el diámetro del círculo, tiene $\overline{cc}$ [200.000]. Y por la misma razón por la que se conocía AB en longitud, se conocerán igualmente AD y BD. Y también se da CD, en la que BC y BD se diferencian. En consecuencia, también en el triángulo rectángulo ADC, dados los lados

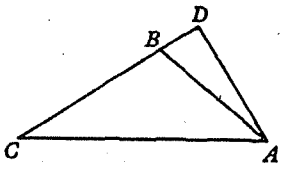


ıe en

39

AD y CD, se conoce el lado buscado AC y el ángulo ACD según la precedente demostración.

(6) Y no sucederá de otro modo, si el ángulo B fuera obtuso, puesto que desde el punto A trazada la perpendicular AD a la línea recta prolongada BC, se produce el triángulo ABD de ángulos dados. Pues, el ángulo ABD, exterior al ABC, es conocido, y el D es recto, luego se conoce BD y AD, en las unidades de las que AB tiene $\overline{cc}$. Y puesto que BA y BC, están entre sí en proporción conocida, se conoce también AB, en las mismas unidades en las que se mide BD y CBD completa. Por tanto, también en el triángulo rectángulo ADC, siendo dados dos lados, el AD y el CD, se conoce también el buscado AC y el ángulo BAC, junto con el que queda ACB: que es lo que se buscaba.



(14) Sea, ahora, uno u otro de los lados dados el que subtiende al ángulo conocido B, esto es, puede ser AC, junto con AB. Luego, se conoce por la tabla el AC, en unidades de las que el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo ABC tiene $\overline{cc}$ [200.000], y por la razón dada entre AC y AB, se conoce en unidades similares AB y por la tabla el ángulo ACB junto con el otro ángulo BAC, por el que se conoce también la subtensa CB: y con esta razón dada se conoce la longitud de los lados en cualquier magnitud.

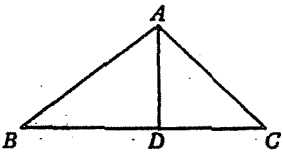
III

(21) Dados todos los lados de un triángulo, se conocen los ángulos.

(22) Es suficientemente conocido como para indicarlo, que en un triángulo equilátero cada uno de los ángulos mide la tercera parte de dos rectos.

(24) En el isósceles también está claro. Pues, los lados iguales son al tercero, como la mitad del diámetro a la subtensa del arco, por lo cual se conoce el ángulo comprendido por los lados iguales de acuerdo con la tabla, en aquellos grados en los que alrededor del centro CCCLX valen cuatro rectos; después, los otros ángulos, que están en la base, también se conocen, como la mitad de lo que queda de dos rectos [la mitad del suplementario].

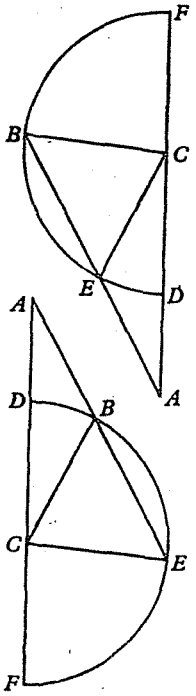
(29) Luego, queda ahora que se demuestre esto en los triángulos escalenos, que de modo semejante dividiremos en ortogonales. Sea ABC el triángulo escaleno de lados conocidos, y al lado que sea más largo, por ejemplo el BC, bájese la perpendicular AD. Y nos enseña la proposición XIII del libro segundo de Euclides, que AB, subtensa de un ángulo agudo, al cuadrado, se resta de la suma de los otros dos lados al cuadrado y resulta el doble del rectángulo BC, CD[77]. Pues es necesario que el ángulo C sea agudo, de otra manera sucedería también, contra la hipótesis, que AB sería el lado más largo, lo que conviene señalar a partir del libro primero de Euclides, proposición XVII y las dos siguientes. Luego, se dan BD y DC, y los triángulos ABD y ADC serán ortogonales, de lados y ángulos conocidos, como ya se ha repetido varias veces, a partir de los cuales constan los ángulos buscados del triángulo ABC.



(39) De otro modo. Igualmente, la penúltima proposición del libro tercero de Euclides[78] nos mostrará quizá un método más cómodo, si por el lado más pequeño, que sea el BC, con centro en C y con un intervalo [radio] BC, describimos un círculo que cortará a los dos lados restantes o a uno de ellos. Corte ahora a los dos, a AB en el punto E y AC en el D, y extiéndase también la línea ADC hasta el punto F para completar el diámetro DCF.

(5) Estructurado esto así, es claro por aquel precepto de Euclides, que el rectángulo FA, AD, es igual al que hay en BA, AE, siendo uno y otro igual al cuadrado de la línea que desde A toca [tan-

gente] al círculo. Pero se conoce AF completa, al ser conocidos todos sus segmentos, o sea CF, CD, iguales a BC, que son la distancia del centro a la circunferencia [radios], y AD, longitud en la que CA excede a CD [AD = CA – CD]. Por lo cual, como es conocido el rectángulo BA, AE y la recta AE en longitud, junto con el resto BE, que subtiende el arco BE, uniendo EC tendremos el triángulo BCE de lados conocidos: luego se da también el ángulo EBC. De ahí que, por lo precedente, se conozcan también los restantes ángulos C y A, en el triángulo ABC.



(14) Por otra parte, que el círculo no corte a AB, como en la siguiente figura, donde AB cae sobre la circunferencia cóncava: no menos será dada BE y, en el triángulo isósceles BCE, el ángulo CBE será dado y el exterior ABC. Y con el mismo argumento de demostración de antes se conocen los otros ángulos.

(18) Y lo dicho sobre los triángulos rectilíneos, en los que se basa la mayor parte de la geodesia, es suficiente. Pasemos ahora a los esféricos.

Capítulo XIIII

SOBRE LOS TRIÁNGULOS ESFÉRICOS

(21) Llamamos aquí triángulo convexo [esférico], aquel que en una superficie esférica está contenido por tres arcos de círculos máximos. Pero tomemos la diferencia y magnitud de los ángulos en un arco de círculo máximo, que es descrito con el punto de sección como polo, y este arco es interceptado por los cuadrantes de los círculos que comprenden el ángulo. Tal arco así interceptado es a toda la circunferencia, como el ángulo de la sección es a IIII rectos, los que dijimos que contenían CCCLX grados iguales.

I

(29) Si hubiera tres arcos de círculos máximos de una esfera, de los que dos cualquiera, juntos, fueran mayores que el tercero, es

evidente que con ellos puede construirse un triángulo esférico.
(32) Pues, lo que aquí se propone con respecto a los arcos lo demuestra la proposición XXIII del libro undécimo de Euclides respecto a los ángulos. Existiendo la misma razón entre ángulos y arcos y pasando los círculos máximos por el centro de la esfera, es patente que, aquellos tres sectores de los círculos a los que pertenecen los arcos, constituyen un ángulo sólido en el centro de la esfera. Luego, está claro lo que se propone.

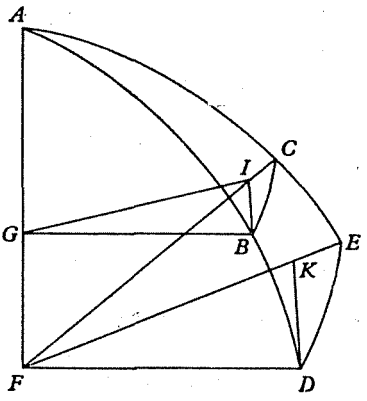
II

41 (2) Es necesario que cualquiera de los arcos del triangulo [esférico] sea menor que un semicírculo.
(3) Pues el semicírculo no forma ningún ángulo en el centro, sino que descansa en una línea recta. Pero los otros dos ángulos, a los cuales pertenecen los arcos, no pueden cerrar un ángulo sólido en el centro y de ahí tampoco un triángulo esférico. Y pienso que esta fue la causa, por la que Ptolomeo, en la explicación de este tipo de triángulos, sobre todo con respecto a la figura del sector esférico, declara que no existen arcos considerados mayores que un semicírculo.

III

(10) En los triángulos esféricos que tienen un ángulo recto, la línea recta [cuerda] que subtiende al doble del lado que se opone al ángulo recto, es a la subtensa [cuerda] de uno de los lados que comprenden el ángulo recto, como el diámetro de la esfera a la [cuerda] que subtiende el doble del ángulo comprendido en el círculo máximo de la esfera por el lado restante y el primero [hipotenusa].
(15) Sea, pues, el triángulo esférico ABC, cuyo ángulo C sea recto. Digo que la subtensa al doble de AB es a la subtensa del doble de BC, como el diámetro de la esfera es a la línea que subtiende en el círculo máximo al doble del ángulo BAC.
(18) Tomando A como polo, descríbase DE arco de un círculo máximo, y complétense los cuadrantes de los círculos ABD y ACE. Y desde el centro de la esfera F, señálense las secciones comunes de los círculos: FA la de ABD y ACE, FE la de ACE y DE, y FD de ABD y DE. Y además FC de los círculos AC y BC. Después trácense formando ángulos rectos [perpendiculares] BG a FA, BI a FC y DK a FE, y únase GI.

(24) En consecuencia, puesto que si un círculo corta a otro círculo trazado a través de sus polos, lo corta en ángulos rectos, será recto el ángulo comprendido por AED, y también el ABC por hipótesis, y cada uno de los planos EDF y BCF perpendicular al AEF. Por lo cual, si desde el punto K en el segmento común FKE se levantara una línea recta perpendicular en el plano subyacente, comprenderá también, junto con KD, un ángulo recto, por la definición de los planos perpendiculares entre sí; también KD es perpendicular a AEF. Pero, mediante idénticas relaciones, se levanta BI con respecto al mismo plano, y por ello DK y BI son paralelas entre sí. Pero también lo es GB a FD, porque FGB y GFD son ángulos rectos. Y por la proposición décima del libro undécimo de los Elementos de Euclides, el ángulo FDK será igual al GBI. Pero el FKD es recto y también el GIB, por definición de la línea perpendicular. En consecuencia, los lados de los triángulos semejantes son proporcionales, de modo que DF es a BG como DK es a BI. Pero BI es la mitad de la línea que subtiende [cuerda] al doble del arco CB, ya que forma un ángulo recto con la línea que parte del centro [radio] CF. Y por la misma razón, BG, mitad de la línea que subtiende al doble del lado BA, y DK mitad de la que subtiende al doble de DE, o sea el ángulo del doble de A, y DF es la mitad del diámetro de la esfera.



(39) En consecuencia, es patente que la subtensa del doble de AB es a la subtensa del doble de BC, como el diámetro es a la línea 42
que subtiende al doble del ángulo A, o sea al doble del arco interceptado DE: lo cual se debía demostrar.

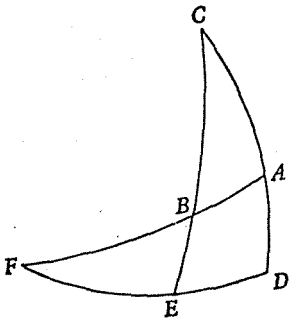
IIII

(4) En cualquier triángulo que tenga un ángulo recto, conociéndose además otro ángulo junto con cualquier lado, se puede conocer el restante ángulo y los demás lados.

(7) Sea, pues, el triángulo ABC, que tiene el ángulo A recto y otro cualquiera, por ejemplo el B, dado. Respecto al lado dado suponemos una triple posibilidad: que sea adyacente a los ángulos

dados, como AB, o sólo al recto, como AC, o que se oponga al recto, como BC.

(11) En primer lugar, sea el lado dado AB y tomando a C como polo descríbase el arco del círculo máximo DE y, completados los cuadrantes CAD y CBE, prolónguese AB y DE hasta que se corten en el punto F. Luego, a la vez, estará en F el polo de CAD, porque A y D son *ángulos rectos*. Y puesto que, si en una esfera las órbitas máximas se cortan entre sí en ángulos rectos, recíprocamente se cortan en dos y recíprocamente se cortan por los polos, luego también serán ABF y DEF cuadrantes de los círculos. Siendo conocido AB, se conoce también BF, la parte restante del cuadrante, y el ángulo EBF es igual al conocido ABC, por opuesto por el vértice. Pero, por la demostración precedente, la subtensa del doble de BF es a la subtensa del doble de EF, como el diámetro de la esfera es a la subtensa del doble del ángulo EBF. Pero tres de ellas se conocen: el diámetro de la esfera, la [cuerda] del doble de BF y del doble del ángulo EBF, o sus mitades. Luego, se da por la propósición XV del libro sexto de Euclides, también la mitad de la línea que subtiende al doble de EF, y por la tabla el arco EF y el resto DE del cuadrante, o el ángulo buscado C. Del mismo modo, pero al contrario, la subtensa del doble de DE es a la del doble de AB, como la del doble de EBC es a la del doble de CB. Pero tres ya se conocen, DE, AB y CBE como cuadrante del círculo: luego se da también la cuarta, que subtiende al doble de CB, y el propio lado buscado CB. Y puesto que la subtensa del doble de CB es a la del doble de CA, como la del doble de BF es a la del doble de EF, puesto que están en la misma razón que el diámetro de la esfera a la subtensa al doble del ángulo CBA, y dos razones iguales a una son iguales entre sí: en consecuencia, dadas ahora tres BF, EF y CB, se da la cuarta CA y el tercer lado CA del triángulo ABC.



(31) Sea ahora AC el lado considerado entre los datos, y nuestro propósito es encontrar los lados AB y BC, junto con el ángulo restante C. De nuevo, si se invierte el argumento se tendrá que la subtensa del doble de CA es a la subtensa del doble de CB en la misma proporción que la subtensa del doble del ángulo ABC es al diámetro, con lo que se conoce el lado CB; también AD y BE

como la diferencia de los cuadrantes. Así de nuevo tendremos que la subtensa del doble de AD es a la subtensa del doble de BE como la subtensa del doble de ABF, que es el diámetro, es a la subtensa del doble de BF. Por tanto, se conoce el arco BF y la diferencia es el lado AB. Con un razonamiento similar a los precedentes, por medio de las subtensas del doble de BC, AB y FBE, se conoce la subtensa del doble de DE, o sea, el ángulo C restante.

(39) De nuevo, supuesto el lado BC, se conocerá otra vez como antes AC y las restantes AD y BE. A partir de ellas, por medio de las líneas rectas subtendidas y el diámetro, como se ha dicho muchas veces, se conoce el arco BF y el lado restante AB. Entonces, por el teorema precedente, por medio de los conocidos BC, AB y CBE, se obtiene el arco ED, esto es, el otro ángulo C. El que buscábamos. 43

(3) Y así, una vez más, en el triángulo ABC dados los ángulos A y B, de los cuales el A es recto, junto con alguno de los tres lados, se conoce el tercer ángulo con los otros dos lados. Lo que se quería demostrar.

V

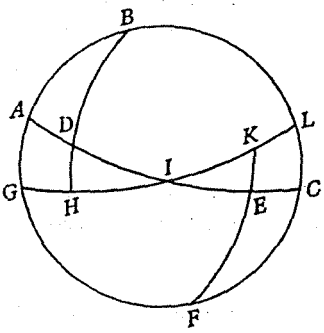
(7) Dados los ángulos de un triángulo, uno de los cuales sea recto, se conocen los lados.

(8) Manteniendo aún la figura precedente, donde por medio del ángulo conocido C, se conoce el arco DE, y el EF resto del cuadrante del círculo. Y puesto que BEF es un ángulo recto, porque BE desciende del polo de DEF, y el ángulo EBF es opuesto por el vértice a un ángulo conocido; en consecuencia, teniendo el triángulo BEF un ángulo E recto y además el ángulo B dado, junto con el lado EF, es un triángulo de lados y ángulos conocidos por el teorema precedente. Luego se da BF y el resto del cuadrante AB: y también en el triángulo ABC se demuestra que se conocen los restantes lados AC y BC por lo precedente.

VI

(16) Si en la misma esfera, dos triángulos tuvieran un ángulo recto y además otro ángulo igual a otro del otro triángulo, y un lado de uno igual a otro lado, ya sea el adyacente a los ángulos iguales, ya sea el que se opone a cada uno de los ángulos iguales, se tendrán también los restantes lados de uno iguales a los restantes lados del otro, y el restante ángulo igual al ángulo restante.

(21) Sea el hemisferio ABC, en el que se toman dos triángulos ABD y CEF, cuyos ángulos A y C son rectos, y además el ángulo ADB es igual al CEF, y un lado igual a un lado. Primeramente, este lado es adyacente a los ángulos iguales (esto es, AD igual a CE). Afirmo que también el lado AB es igual al lado CF, y BD al EF, y el ángulo restante ABD al restante CFE.



(26) Pues, tomados los polos en B y F, trácense los cuadrantes de círculos máximos GHI e IKL, y complétense ADI y CEI, los cuales es necesario que se corten entre sí en el polo del hemisferio, que está en el punto I, porque los ángulos en A y C son rectos, y porque GHI y CEI son círculos descritos por los polos del propio ABC.

(30) En consecuencia, puesto que AD y CE se suponen como lados iguales, serán también los arcos restantes DI e IE iguales, y los ángulos IDH e IEK, pues son opuestos por el vértice a los supuestos como iguales, y el H y el K son rectos. Y las cosas que están en la misma razón con respecto a una razón, entre sí están en la misma razón; será semejante la razón de la subtensa [cuerda] del doble de ID a la subtensa del doble de HI y la subtensa del doble de EI a la subtensa del doble de IK, siendo una y otra por el tercer teorema precedente, como el diámetro de la esfera es a la subtensa del doble del ángulo IDH, o igual a la subtensa del doble de IEK[79]. Y por la XIII proposición del libro quinto de los Elementos de Euclides, siendo la subtensa al doble del arco DI igual a la que subtiende al doble de IE, también serán iguales las subtensas del doble de IK y de HI[80]. Y como en círculos iguales, líneas rectas iguales cortan arcos iguales, y del mismo modo las partes de los múltiplos están en la misma razón, serán iguales los arcos simples [planos] IH e IK y las partes restantes de los cuadrantes GH y KL, a partir de los cuales constan los ángulos B y F como
44 iguales. Por esto, también es la misma la razón entre la subtensa del doble de AD a la subtensa del doble de BD y la subtensa del doble de CE a la subtensa del doble de BD, que la subtensa del doble de EC a la subtensa al doble de EF. Y puesto que una y otra es como la subtensa al doble de HG, o su igual KL, es a la subtensa del doble de BDH, esto es el diámetro[81], por el inverso del tercer teorema, también AD es igual a CE. Luego por la XIIII proposi-

ción del libro quinto de los Elementos de Euclides, BD es igual a EF, por las líneas rectas [cuerdas] subtendidas a los mismos arcos dobles.

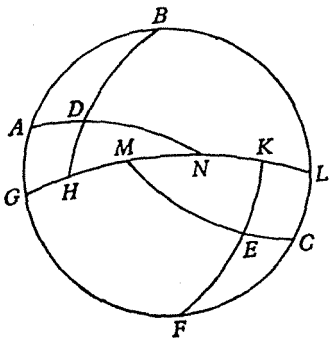
(7) Del mismo modo, para BD y EF iguales, demostraremos que los restantes lados y ángulos son iguales. Y a la vez, si AB y CF se toman como lados iguales, el mismo resultado se sigue por la identidad de las razones.

VII

(11) También, aunque no hubiera ángulo recto, con tal de que el lado adyacente a los ángulos iguales fuera igual en ambos triángulos, se demostrará lo mismo.

(13) De este modo, si en los dos triángulos ABD y CEF, los dos ángulos B y D fueran iguales a F y E del otro, también el lado BD, que es adyacente a ángulos iguales, será igual al lado EF. De nuevo afirmo que esos triángulos tienen iguales lados e iguales ángulos.

(17) Pues, tomados de nuevo los polos en B y F, descríbanse los arcos de círculos máximos GH y KL. Y prolongadas AD y GH córtense en N, y similarmente prolongadas EC y LK, en M. En consecuencia, puesto que los dos triángulos HDN y EKM tienen iguales los ángulos HDN y KEM, que son opuestos por el vértice a los tomados como iguales, y el H y el K son rectos, por ser secciones de arco descritas a través de los polos, también son iguales los lados DH y EK. Luego son equiángulos esos triángulos y equiláteros por la precedente demostración.



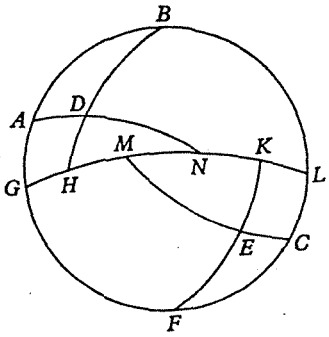
(24) Y de nuevo, porque GH y KL son arcos iguales a causa de que B y F son ángulos supuestos iguales, luego toda GHN es igual a toda MKL, por el axioma de la suma de iguales. En consecuencia, aquí también son dos triángulos, AGN y MCL, que tienen un lado GN, igual a otro del otro, ML, y también un ángulo ANG igual a CML, y G y L rectos. Serán por ello también esos triángulos de lados y ángulos iguales. En consecuencia, si se restan iguales de iguales, resultarán iguales AD a CE, AB a CF y el ángulo BAD al otro ángulo ECF. Que es lo que había que demostrar.

VIII

(33) Pero también, si dos triángulos tuvieran dos lados de uno iguales a dos lados del otro, y un ángulo de uno igual a un ángulo de otro, ya sea el que comprenden los lados iguales, ya sea el que está en la base, también la base será igual a la base y los ángulos restantes a los ángulos restantes.

45 (1) Como en la precedente figura, sea el lado AB igual al lado CF y el AD al CE, y, en primer lugar, el ángulo A, comprendido por los lados iguales, igual al ángulo C. Afirmo que también la base BD es igual a la base EF y el ángulo B al F, y el que queda BDA al restante CEF.

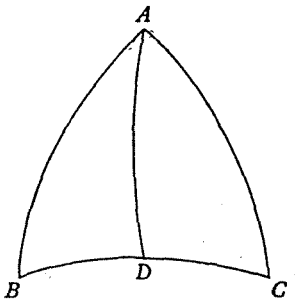
(4) Tendremos, pues, dos triángulos AGN y CLM, cuyos ángulos G y L son rectos, y el GAN igual al MCL, que son lo que les falta [suplementarios] a los iguales BAD y ECF. En consecuencia, esos triángulos son entre sí equiángulos y equiláteros. Por lo cual, restándolos de los iguales AD y CE, queda como resto DN y ME también iguales. Pero ya se hizo patente que el ángulo DNH es igual al EMK, y que el H y el K son rectos; también serán los dos triángulos DHN y EMK de iguales ángulos y lados entre sí, a partir de los cuales BD queda igual a EF y GH a KL, por lo que B y F son ángulos iguales y los restantes ADB y FEC iguales.



(12) Si, en vez de los lados AD y EC, se toma como iguales las bases BD y EF, opuestas a ángulos iguales (permaneciendo lo demás), se demostrarán del mismo modo. Puesto que, por medio de los ángulos GAN y MCL exteriores iguales, y G, L rectos, y AG igual a CL, tendremos igualmente dos triángulos AGN y MCL, como antes, a su vez de lados y ángulos iguales entre sí. También, en cuanto partes de aquéllos, los [triángulos] DHN y MEK son iguales, porque H y K son ángulos rectos, y DNH, KME iguales, y los lados DH, EK, que son los restos de los cuadrantes, son iguales: de lo que se sigue lo mismo que dijimos.

IX

(21) También en los triángulos isósceles esféricos, los ángulos que están en la base son iguales entre sí.



(23) Sea el triángulo ABC, cuyos dos lados AB y AC sean iguales. Afirmo que también los ángulos que están junto a la base, el ABC y el ACB son iguales.

(25) Desde el vértice A, descienda un círculo máximo, AD, que corte a la base formando ángulos rectos, esto es, trazado por los polos [de la base]. En consecuencia, en los dos triángulos ABD y ADC, el lado BA es igual al lado AC, y el AD común a ambos, y los ángulos en D rectos: es patente, por la demostración anterior, que los ángulos ABC y ACB son iguales. Que es lo que había que demostrar.

PORISMA [COROLARIO]

(31) De aquí se sigue: el arco trazado por el vértice de un triángulo isósceles formando ángulos rectos en la base, cortará en dos a la base y al ángulo comprendido por los lados iguales, y viceversa: lo que consta por ésta y por la precedente demostración.

X

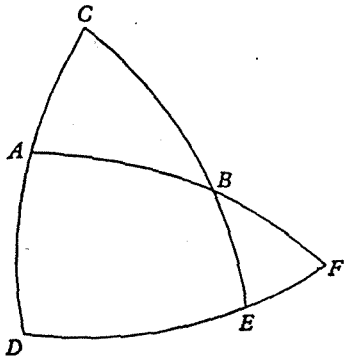
(36) Dos triángulos cualesquiera, que tengan los lados de uno iguales a los lados del otro, tendrán también los ángulos iguales entre sí.

(1) En efecto, puesto que, en cada triángulo, los tres segmentos de 46
círculos máximos constituyen pirámides, que tienen las cúspides en el centro de la esfera, y como bases los triángulos planos, que están contenidos por las líneas rectas que subtienden [cuerdas] a los arcos de los triángulos convexos. Y aquellas pirámides son semejantes e iguales por la definición de figuras sólidas semejantes e iguales[82], y la razón de semejanza radica en que tienen los ángulos tomados en cualquier orden igual uno a otro de cada triángulo, luego tendrán esos triángulos los ángulos iguales entre sí. Y espe-

cialmente, los que definen más generalmente la similitud de figuras, quieren que ellas sean cualesquiera que tengan configuraciones semejantes, y a causa de las mismas configuraciones ángulos iguales entre una y otra. De lo cual juzgo que está claro, que en una esfera, los triángulos que son equiláteros entre sí, son semejantes, del mismo modo que en los [triángulos] planos.

XI

(13) Todo triángulo del que se conocen dos lados junto con un ángulo, se convierte en un triángulo de lados y ángulos conocidos.
(15) Pues, si los lados dados fueran iguales, serán iguales los ángulos que están en la base; y trazando un arco desde el *vértice* a la base, formando ángulos rectos [perpendicular], *fácilmente* se hará patente lo buscado por medio del corolario IX[83].
(18) Pero, si hubieran sido dados los lados desiguales, como en el triángulo ABC, cuyo ángulo A es dado junto con dos lados, los cuales pueden comprender el ángulo dado o no compenderlo. Sean, pues, en primer lugar, los lados dados AB y AC los que comprenden el ángulo; y tomando a C como polo, descríbase el arco de círculo máximo DEF, y complétense los cuadrantes CAD y CBE, y prolongado AB, cortará a DE en el punto F. Así, también en el triángulo ADF se conoce el lado AD, lo que le falta [complementario] al cuadrante a partir del AC; y el ángulo BAD conocido por lo que le falta al CAB para valer dos rectos [suplementario] (pues la razón y la dimensión entre los ángulos es la misma que las que acontecen en la sección de líneas y planos rectos); y el ángulo D es recto. En consecuencia, por el IIII [teorema] de este capítulo, será el triángulo ADF de ángulos y lados conocidos. Y de nuevo, en el triángulo BEF se ha encontrado el ángulo F, y el E es recto por la sección a partir del polo, y también el lado BF, en el que todo ABF excede a AB. Luego, por el mismo teorema, también BEF será un triángulo de lados y ángulos dados. De ahí que, partiendo de BE se conoce BC, resto del cuadrante, y a



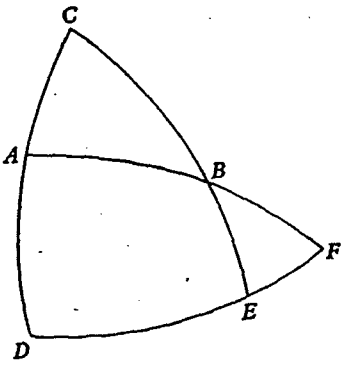
partir de EF se conoce el resto de DEF completo, que es DE, y es el ángulo C: y por medio del ángulo EBF, el ABC, que era el que se buscaba, por ser opuestos por el vértice.

(33) Si en lugar de AB se toma CB, que se opone al ángulo dado, sucederá lo mismo. Pues, se dan los restos de los cuadrantes AD y BE, y, por la misma argumentación, dos triángulos ADF y BEF de ángulos y lados dados, como antes. Por lo cual, el triángulo propuesto ABC se convierte en de lados y ángulos dados: lo que se intentaba.

XII

(38) Y además, si fueran dados dos ángulos cualquiera junto con un lado, sucederá lo mismo.

(1) Permaneciendo la estructura de la figura anterior, se dan en el 47
triángulo ABC dos ángulos, el ACB y el BAC, con el lado AC, que es adyacente a uno y otro ángulo. Además, si uno de los ángulos dados fuera recto, habría podido conseguirse todo lo demás, deduciéndolo según el cuarto teorema precedente. Pero queremos que éste sea distinto, que no sean rectos. En consecuencia, será AD el resto del cuadrante CAD [complementario], y el ángulo BAD lo que le falta al BAC para dos rectos [suplementario], y el D recto. En consecuencia, en el triángulo AFD, por el cuarto teorema de este capítulo, se conocen los ángulos con los lados. Pero, por el ángulo dado C se conoce el arco DE y el resto EF, y el BEF es recto, y el ángulo F es común a uno y otro triángulo. Se conocen, pues, por el cuarto teorema de este capítulo, BE y FB, por medio de los cuales constarán los otros lados AB y BC, los buscados.



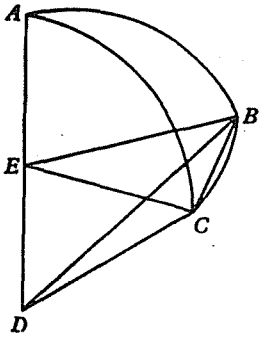
(10) Además, si uno de los ángulos dados fuera opuesto al lado conocido, por ejemplo, si se da el ángulo ABC en lugar del ACB, permaneciendo igual lo demás, también constará lo mismo por la anterior demostración, todo el triángulo ADF con los ángulos y lados dados, y, en particular, el triángulo semejante BEF, ya que, a causa del ángulo F común a uno y otro, y el EBF que es opuesto por el vértice al dado, y el E que es recto, se demuestra, como en

los precedentes, que se conocen también todos sus lados; de lo que se deduce lo mismo que dijimos. Están, pues, todas estas cosas ligadas por un nexo siempre mutuo y perpetuo, como corresponde a la forma del globo.

XIII

(19) Finalmente, dados todos los lados de un triángulo, se conocen sus ángulos.

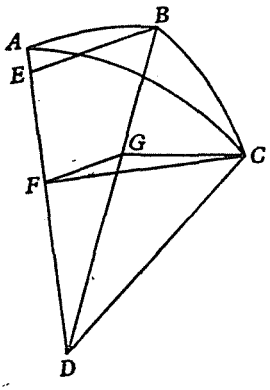
(20) Sean dados los lados del triángulo ABC. Afirmo que también se encuentran todos los ángulos.



(21) El triángulo puede tener lados iguales o no tenerlos. Sean, pues, en primer lugar, iguales AB y AC. Es claro que también serán iguales las mitades de las subtensas [cuerdas] al doble de ellos. Siendo éstas [las mitades de las cuerdas] BE y CE que, a causa de su igual distancia desde el centro de la esfera, se cortarán entre sí en el punto E, sobre DE, sección común de los círculos: lo que es patente por la IIII definición[84] del libro tercero de Euclides y su conversa. Pero, por la tercera proposición del mismo libro, el ángulo DEB en el plano ABD es recto y del mismo modo el DEC en el plano ACD. En consecuencia, BEC es el ángulo de inclinación de los planos, por la definición IIII del libro undécimo de Euclides, al cual encontraremos del siguiente modo. Pues, siendo una subtensa [cuerda] la línea recta BC, tendremos el triángulo rectilíneo BEC de lados conocidos, por estar dados sus arcos; también pasará a ser de ángulos conocidos y tendremos el ángulo BEC buscado, esto es, el esférico BAC, y los demás por lo precedente.

(33) Si el triángulo fuera escaleno, como en la segunda figura, es claro que las mitades de las líneas rectas que están bajo sus arcos dobles, no se tocan en absoluto. Puesto que, si el arco AC fuera mayor que el AB, siendo CF la mitad de la subtensa al doble del arco AC, caerá más abajo; pero si es menor, caerá más arriba, en cuanto acaece que tales líneas estén más cercanas o más alejadas del centro, por la proposición XV del libro tercero de Euclides. Entonces, hágase FG paralela a BE, que cortará a BD, sección común de los círculos, en el punto G, y únanse CG. En consecuen-

cia es claro que el ángulo EFG es recto, y lo mismo su igual AEB, y el EFC (siendo CF la mitad de la subtensa [cuerda] al doble de AC) también es recto. En consecuencia, CFG será el ángulo de la sección de los círculos AB, AC, que también encontraremos. Pues, DF es a FG, como DE a EB, pues son semejantes los triángulos DFG y DEB. Pero la misma razón tiene también DG con respecto a DB, luego también se conocerá DG en las unidades de las que DC vale 100.000. Pero como el ángulo GDC es dado por el arco BC, luego, por el segundo teorema de los triángulos planos, se conoce también el lado GC en las mismas unidades que los restantes lados del triángulo plano GFC.



48

(11) En consecuencia, por el último teorema de los triángulos planos, tendremos el ángulo GFC, esto es, el ángulo esférico BAC buscado, y de ahí obtendremos los demás por el undécimo teorema de los triángulos esféricos.

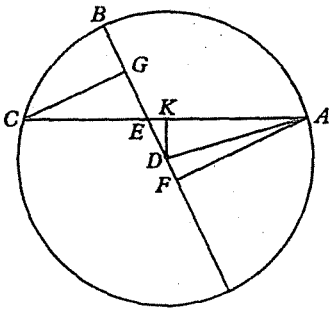
XIIII

(15) Si dado un arco de un círculo, se corta de tal manera que cada uno de los segmentos es menor que un semicírculo, y fuera dada la razón de la mitad de la subtensa [cuerda] al doble de un segmento con respecto a la mitad de la subtensa al doble del otro, se conocerán también los arcos de tales segmentos.

(19) Dese, pues, el arco ABC alrededor del centro D, que se corta de tal modo en el punto B que sus segmentos sean menores que un semicírculo, y habiendo sido también dada de algún modo en longitud la razón de la mitad de la subtensa al doble de AB con respecto a la mitad de la subtensa al doble de BC. Y afirmo que los arcos AB y BC son dados.

(23) Subtiéndase, pues, la recta AC, que corte al diámetro en el punto E, y desde los extremos A, C, caigan perpendiculares a dicho diámetro, que sean AF y CG, las cuales tendrán que ser las mitades [de las cuerdas] al doble [de los arcos] AB y BC.

(26) En consecuencia, en los triángulos rectángulos AEF y CEG los



triángulos, por ser equiángulos y semejantes, tienen proporcionales los lados que se oponen a los ángulos iguales, como AF es a CG, así AE es EC. En consecuencia, habiendo sido dadas por estos cálculos AF o CG, por los mismos tendremos AE y EC; de donde se dará por los mismos cálculos toda la AEC. Pero se conoce la línea que subtiende al arco ABC, en las mismas unidades de la que parte del centro [radio] DEB, en las que también se conoce AK, la mitad de AC, y
49 el resto EK. Unanse DA y DK, que también serán dadas en las mismas unidades que DB, como la mitad de la [cuerda] que subtiende al segmento restante [suplementario] de ABC en el semicírculo, comprendido bajo el ángulo DAK, y, en consecuencia, el ángulo ADK es dado, como comprendiendo la mitad del arco ABC. Pero dados también los lados del triángulo EDK y el ángulo recto EKD, se conocerá también EDK, y de ahí todo el ángulo EDA que comprende el arco AB, con lo que constará también el restante CB: de lo cual se esperaba la demostración.

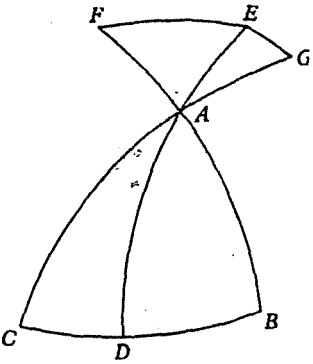
XV

(9) Dados todos los ángulos de un triángulo, sin ser ninguno recto, se conocen todos los lados.

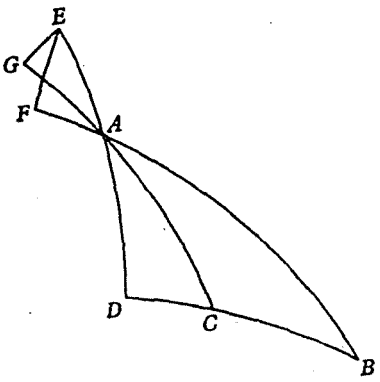
(10) Sea el triángulo ABC del que se conocen todos los ángulos, pero ninguno de ellos es recto. Afirmo que se dan también todos los lados.

(12) En efecto, de uno de los ángulos, como A, descienda AD por los polos del arco BC, que cortará a BC formando ángulos rectos, y la misma AD caerá dentro del triángulo, a no ser que uno de los ángulos de la base, el B o el C, fuese obtuso y el otro agudo: si sucediera esto, habría que bajar el arco desde el propio ángulo obtuso hasta la base. En consecuencia, completados los cuadrantes BAF, CAG y DAE, y haciendo de polos B, C, trácense los arcos EF y EG. En consecuencia, serán rectos los ángulos F y G.

(18) Por lo tanto, en los triángulos que tienen un ángulo recto, la proporción será[85]: la mitad [de la cuerda] que subtiende a AE es a



la mitad del doble de EF, como la mitad del diámetro de la esfera es a la mitad de la que subtiende al doble del ángulo EAF. Del mismo modo, en el triángulo AEG, que tiene en G un ángulo recto, la mitad de la que subtiende al doble de AE es a la mitad de la que subtiende al doble de EG, tendrá la misma razón que la mitad del diámetro de la esfera a la mitad de la que subtiende al doble de EAG. En consecuencia, por la misma razón, la mitad de la que subtiende al doble de EF, estará en la misma razón con respecto a la mitad de la que subtiende al doble de EG, como la mitad de la que subtiende al doble del ángulo EAF con respecto a la mitad de la que subtiende al doble del ángulo EAG. Y puesto que los arcos FE y EG son dados, pues son el resto [complementarios] por el que los ángulos C y B difieren de un recto, luego a partir de ellos tendremos dada la razón entre los ángulos EAF y EAG, esto es, BAD es a CAD, que son opuestos por el vértice a aquéllos. Pero todo el ángulo BAC es dado; en consecuencia, por el precedente teorema se conocerán también los ángulos BAD y CAD. Y de ahí, por el quinto teorema, obtendremos los lados AB, BD, AC, CD y el BC completo.



(4) Baste esto, que hemos tratado superficialmente, sobre los triángulos, necesario por lo demás para nuestra obra. Si hubiera que tratarlo más ampliamente, sería necesario un volumen especial para ello.

LIBRO SEGUNDO

(3) Habiendo expuesto en síntesis los tres movimientos de la 51
tierra, por medio de los cuales prometimos demostrar todas las apariencias de los astros, haremos de nuevo esto mismo examinándolos por partes, uno a uno, e investigando según nuestras propias posibilidades. Empezaremos, pues, por el cambio más conocido de todos, el del tiempo diurno y nocturno, al cual dijimos que los griegos llamaban νυχθήμερον y que admitimos como apropiado al globo terrestre de manera total y directa, puesto que de él surgen los meses, los años y demás medidas del tiempo con numerosos nombres, como resultado de un cálculo a partir de la unidad[1]. Diremos, pues, pocas cosas acerca de la desigualdad de los días y las noches, del nacimiento y la puesta del Sol, de las partes del zodíaco y de los signos, y de las consecuencias de este género de revolución. Sobre todo, porque muchos ya han escrito con suficiente profusión acerca de estos asuntos, respecto a los cuales tenemos la misma opinión y concordamos. Y no tiene importancia alguna el que si ellos lo demuestran por medio de la quietud de la tierra y la rotación del universo, nosotros, partiendo de concepción opuesta, alcancemos el mismo fin, porque cosas recíprocas concuerdan inversamente entre sí. No omitiremos, sin embargo, nada que sea imprescindible.

(17) Nadie se admire, pues, si hablamos del orto y ocaso del Sol y de las estrellas, y de otras cosas semejantes a éstas, sino sepa que nosotros hablamos con un lenguaje habitual, el cual puede ser

comprendido por todos, teniendo siempre, sin embargo, en la mente que:

> Para nosotros, transportados por la tierra, transitan el Sol y la Luna, y vuelve el turno de las estrellas y de nuevo retroceden.

Capítulo Primero

SOBRE LOS CÍRCULOS Y SUS NOMBRES

(23) Llamamos círculo equinoccial al mayor de los paralelos del globo terráqueo, trazados alrededor de los polos de su revolución diaria, y círculo zodiacal al que pasa por el medio del círculo de los signos, bajo el que el centro de la tierra se mueve en su revolución anual. Pero, puesto que el zodíaco es oblicuo al equinoccial, a causa de la inclinación del eje de la tierra con respecto a aquél, durante la revolución diaria de la tierra describe dos círculos tangentes entre sí a uno y otro lado, como límites extremos de su oblicuidad, círculos a los que se llama trópicos. Pues, en éstos, parece el Sol realizar giros, es decir cambios, como el invernal y el estival. De ahí, se acostumbró a llamar al que está al norte trópico del solsticio de verano, y al otro, al que está al sur, brumal, según se expuso antes en la resumida descripción de los movimientos terrestres.

(33) Después sigue el llamado horizonte, al que los latinos llamaron *límite (pues nos separa la parte visible del mundo de la que nos*
52 está oculta), en el que parecen salir todos los astros que se ponen, que tiene su centro en la superficie de la tierra y su polo junto a nuestro vértice. Pero, puesto que la tierra no se puede comparar con la inmensidad del cielo, y sobre todo porque ni siquiera la distancia entre el Sol y la Luna (según nuestra hipótesis) puede discernirse con respecto a la magnitud del cielo, el círculo horizonte parece cortar el cielo en dos partes como por el centro del mundo, según demostramos al principio. Pero, en cuanto el horizonte es oblícuo con respecto al círculo equinoccial, toca también a dos círculos paralelos a ambas partes de él, es decir, el que está al norte, el de las estrellas visibles, el que está al sur el de las ocultas, llamados por Proclo [2] y los Griegos, aquél ártico, éste antártico; y

éstos, según la oblicuidad del horizonte, o sea la elevación del polo equinoccial, se hacen mayores o menores.

(11) Queda el meridiano que pasa por los polos del horizonte y por los del ecuador, y que, por tanto, es perpendicular a ambos círculos; cuando el Sol lo alcanza señala el mediodía y la media noche. Pero estos dos círculos que tienen el centro en la superficie de la tierra (me refiero al horizonte y al meridiano) siguen el movimiento de la tierra, según nuestro punto de mira. Pues el ojo toma siempre el papel de centro de la esfera de todo lo visible que le rodea. Además, todos los círculos tomados en la tierra producen en el cielo sus imágenes y las de los círculos semejantes a ellos, como se demuestra en *Cosmografía* y en lo relativo a las dimensiones de la tierra. Y estos son los círculos que tienen nombres propios, pudiendo designarse los demás de infinitas maneras.

Capítulo II

ACERCA DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA, DE LAS DISTANCIAS ENTRE LOS TRÓPICOS Y DE CÓMO SE DETERMINAN

(23) Puesto que el círculo de la eclíptica, entre los trópicos, atraviesa oblicuamente al círculo ecuatorial, considero ya necesario que probemos la distancia entre los trópicos y por lo tanto cuánto mide el ángulo de sección entre el círculo ecuatorial y el de la eclíptica. Esto es necesario percibirlo por los sentidos y con el manejo de instrumentos, por medio de los cuales se domina mucho mejor. De manera que se prepara un cuadrado de madera, o mejor, de una materia más sólida, de piedra o de metal, para que la madera, variable a causa de las alteraciones del aire, no pueda equivocar al que trabaja. Sea, además, la suya una superficie completamente plana y que tenga una anchura (suficiente para recibir secciones) como de tres o cuatro codos. Así pues, a partir de uno de los ángulos, tomado como centro, se señala [en la madera] la cuarta parte de un círculo, a tenor de su capacidad [tomando como radio un lado], y se divide en XC partes iguales, las cuales a su vez se subdividen en LX fracciones o las que pueda admitir. Entonces se aplica al centro [del cuadrante] una varita muy bien torneada cilíndricamente, perpendicular a la superficie y que sobresalga un poco, quizás la anchura de un dedo o menos[3].

(36) Preparado así este instrumento, conviene trazar la línea del meridiano en el pavimento, extendido en el plano del horizonte y debidamente igualado por medio de un hidroscopio o un corobante[4], para que no se incline hacia parte alguna. Así pues, descrito un círculo en éste, se erige un gnomon[5] en su centro, y
53 observando un poco antes del mediodía, señalaremos dónde toca la extremidad de la sombra a la circunferencia del círculo. Actuaremos de igual manera después del mediodía, y cortaremos en dos el arco del círculo que está entre las dos señales anotadas. De este modo, la línea recta trazada desde el centro a través del punto de la sección, nos mostrará infaliblemente la dirección meridional y la septentrional. Sobre ésta [línea] como base, se levanta el plano del instrumento y se fija en posición perpendicular, vuelto el centro [del cuadrante] hacia el sur, desde el cual una línea que descienda exactamente converge con la línea meridiana en ángulo recto. De este modo se consigue que la superficie del instrumento contenga el círculo meridiano.

(9) A partir de aquí, en los días de verano y en el solsticio de invierno hay que observar las sombras del Sol, cayendo por el centro [del cuadrante] a través de aquel índice o cilindro (señalando en cualquier parte junto al arco del cuadrante, con lo que el lugar de la sombra se consigne con seguridad) y anotaremos lo más cuidadosamente posible el punto medio de la sombra en grados y minutos. Si hiciéramos ésto, el arco que se encuentre entre dos sombras señaladas, la de invierno y la de verano, nos mostrará la distancia entre los trópicos y la oblicuidad total de la eclíptica. Si tomamos la mitad de este arco, tendremos cuánto distan los trópicos del ecuador, y quedará claro cuán grande es el ángulo de inclinación del ecuador con respecto al círculo de la eclíptica[6].

(18) En consecuencia, Ptolomeo consideró este intervalo, que está entre los ya señalados límites, el boreal y el austral, de IIIL grados, XLII minutos, XL segundos, de los que el círculo tiene CCCLX, además de lo que ya aparece observado por Hiparco y Eratóstenes[7] antes que él: XI partes de las que todo un círculo tendría XVIIC; y por tanto, la mitad que es de XXIII grados, LI minutos, XX segundos, de los cuales el círculo tiene CCCLX grados, demuestra plenamente la distancia de los trópicos al círculo ecuatorial, y el ángulo de sección con la eclíptica. Pensó, pues, Ptolomeo que era así invariablemente y que así permanecería siempre. Pero desde aquel tiempo hasta nosotros se ha encontrado que éstos han decrecido continuamente. En efecto, se ha descubierto ahora por nosotros, y por algunos otros coetáneos nuestros[8], que la distancia

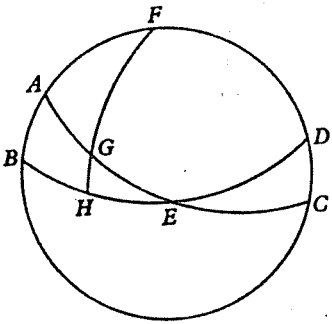
entre los trópicos no es más de XLVI grados y aproximadamente LVIII minutos, y el ángulo de sección de XXIII grados, XXIX minutos[9], de modo que se pone de manifiesto ya suficientemente que la oblicuidad de la eclíptica es móvil; acerca de lo cual mostraremos más adelante la conjetura bastante probable de que nunca fue mayor de XXIII grados, LII minutos, y nunca será menor de XXIII grados, XXVIII minutos.

Capítulo III

ACERCA DE LOS ARCOS Y ÁNGULOS EN QUE SE CORTAN 54
LOS CÍRCULOS DEL ECUADOR, DE LA ECLÍPTICA Y DEL MERIDIANO,
A PARTIR DE LOS CUALES HAY UNA DECLINACIÓN
Y ASCENSIÓN RECTA, Y ACERCA DE SU CÁLCULO

(6) En consecuencia, a lo que decíamos respecto al horizonte, que en él nacen y mueren las partes del mundo, añadimos que el cielo está dividido en dos por el círculo meridiano, el cual, en el espacio de XXIIII horas, atraviesa tanto a la eclíptica como al ecuador y divide las circunferencias cortándolas en la intersección de primavera o de otoño, y a la vez queda dividida su circunferencia, interceptada por aquéllos [círculos]. Siendo todos círculos máximos, constituyen un triángulo esférico rectángulo; porque constituye un ángulo recto aquel donde el meridiano trazado por los polos corta al ecuador, según se definió. Así pues, el arco del meridiano o de cualquier círculo que pasa por los polos, así interceptado, se denomina la declinación de un segmento del zodíaco. En cambio, el arco correspondiente a partir del círculo de ecuador, se llama ascensión recta, que se establece conjuntamente con el arco similar del zodíaco[10].

(16) Todo esto se demuestra fácilmente mediante un triángulo convexo. Sea ABCD un círculo que pasa a la vez por los polos del ecuador y del zodíaco, al que muchos denominan coluro[11], sea AEC la mitad de la eclíptica, BED la mitad del ecuador, el equinoccio de primavera esté en el punto E, el solsticio de verano en el A, el solsticio de invierno en el C. Tómese F como polo del movimiento diario y sobre la eclíptica un arco EG de XXX grados por ejemplo, al que corta un cuadrante de círculo FGH. Entonces, es evidente que en el triángulo EGH se conoce un lado, EG, de

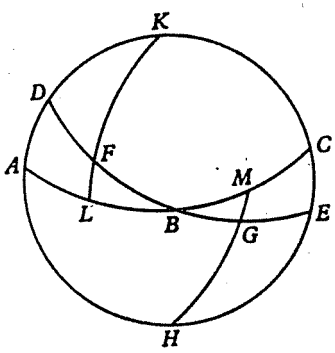


XXX grados, con el ángulo GEH, que según la máxima declinación AB tendría un mínimo de XXIII grados, XXVIII minutos, siendo CCCLX igual a cuatro rectos, y el ángulo GHE es recto.

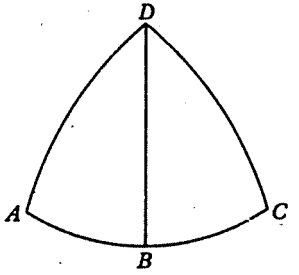
(25) En consecuencia, por el cuarto teorema de los triángulos esféricos, el triángulo EGH será de ángulos y lados conocidos. Sin duda se demostró que la cuerda del doble de EG es a la cuerda del doble de GH, como el doble de la cuerda de AGE, o sea del diámetro de la esfera, es a la cuerda del doble de AB; estando sus semicuerdas en la misma proporción. En consecuencia, la semicuerda del doble de AGE es la distancia desde el centro [radio] igual a c̄ [100.000] unidades, y la semicuerda del doble de AB de 39.822 de las mismas unidades, y la del doble de EG de 50.000 unidades; y si cuatro números son proporcionales, el producto de los medios es igual al producto de los extremos, por tanto tendremos que la mitad de la cuerda del doble del arco GH será de 19.911 unidades, y el arco GH, según las tablas, será de XI grados, XXIX minutos, correspondiente a la declinación del segmento EG. Por lo tanto, también en el triángulo AFG se dan los lados: FG es igual a 78 grados, XXXI minutos, y AG de 60 de los mismos grados, como lo que queda de un cuadrante, y el ángulo FAG es recto; lo mismo ocurrirá con las cuerdas del doble de los arcos FG, AG, FGH y BH, o sea serán proporcionales a sus semicuerdas. Como de éstas, tres son conocidas, también se conocerá la cuarta BH, igual a 62 grados, 6 minutos, que es la ascensión recta a partir del solsticio de verano, o HE igual a 27 grados, 54 minutos, ascensión recta desde el equinocio de primavera. De igual modo, partiendo de los lados dados FG de 78 grados, XXXI minutos, y AF de LXIIII grados, XXX minutos, y del cuadrante del círculo, tendremos el ángulo AGF, de LXIX grados, XXIII minutos y medio aproximadamente, igual a su opuesto por el vértice HGE. Procederemos en los demás casos como en este ejemplo.

(3) No conviene ignorar que el círculo meridiano corta en ángulos rectos a la eclíptica, en los puntos en los que la eclíptica toca a los trópicos; pues entonces la corta pasando por los polos, como dijimos. Pero en los puntos equinocciales forma un ángulo menor que un recto, debido a la inclinación de la eclíptica desviándose del

ángulo recto, siendo su valor de LXVI grados, XXXII minutos. Hay que advertir que a arcos iguales de la eclíptica, tomados a partir de los puntos del equinoccio o del solsticio, se siguen ángulos y lados iguales de los triángulos. De este modo, si describimos el arco equinoccial ABC y el de la eclíptica DBE, que se cortan en el punto B, donde está el equinoccio, y si tomamos los arcos FB y BG iguales, y si trazamos por el polo del movimiento diario, que es K, dos cuadrantes de círculo KFL y HGM, tendremos dos triángulos FLB y BMG, cuyos lados BF y BG son iguales y también son iguales los ángulos opuestos por el vértice B, y los ángulos en L y M son rectos: en consecuencia, por el VI teorema de los triángulos esféricos, se demuestra que son de lados y ángulos iguales. Así, son iguales las declinaciones FL y MG, las ascensiones rectas LB y BM, y el ángulo restante F con el que queda G.



(17) Del mismo modo quedará patente suponiendo arcos iguales a partir de un punto trópico [solsticio], tal como AB y BC, si fueran iguales sus distancias al punto de contacto B en el trópico. Pues, trazando desde D, polo del círculo ecuatorial, los cuadrantes DA, DB[12], serían semejantes los triángulos ABD y DBC, cuyas bases AB y BC son iguales, el lado BD común a ambos y los ángulos en B rectos: por el VIII teorema de los triángulos esféricos se demostrará que dichos triángulos son de lados y ángulos iguales.



(23) Con lo que se pone de manifiesto que, en la eclíptica, lo expuesto sobre los ángulos y arcos de un cuadrante está de acuerdo con los restantes cuadrantes de todo el círculo. Presentaremos un ejemplo de estas cosas con la descripción de las tablas. En la primera columna se colocarán los grados de la eclíptica, en segundo lugar las declinaciones que corresponden a aquellos grados, en tercer lugar los minutos, en los que difieren, por defecto o por exceso, las declinaciones parciales, la mayor de tales diferencias es de XXIIII minutos, y cuyo límite se produce bajo la máxima oblicuidad de la

eclíptica. Haremos lo mismo en la tablilla de los ángulos. Pues es necesario, con respecto al cambio de oblicuidad de la eclíptica, cambiar todo lo que sigue a esa misma oblicuidad. Además en la ascensión recta en gran medida se encuentra la misma diferencia, puesto que no excede una décima parte de un sólo «tiempo»; y que en el espacio de una hora realiza sólo la centésima quincuagésima parte [1/150] de un «tiempo». Los antiguos llamaron «tiempo» a las partes del ecuador, que se originan junto con las partes de la eclíptica, CCCLX partes de uno y otra constituyen un círculo, según hemos dicho varias veces; pero, para distinguirlas, la mayoría llamaron grados a las partes de la eclíptica y «tiempos» a las del ecuador, lo que nosotros imitaremos en el resto de la obra. Aunque estas diferencias son tan pequeñas, que con razón pueden menospreciarse, sin embargo no es molesto aplicarlas también en esta [tabla].

(39) Se han expuesto los datos respecto a la oblicuidad mínima de la eclíptica, datos que aunque parezcan ser suficientes, a nosotros nos parecen muy escasos. A partir de aquí pueden aplicarse las
56 tablas a cualquier otra oblicuidad de la eclíptica, si en razón de la diferencia entre la mínima y la máxima oblicuidad de la eclíptica se discierne entre las partes semejantes en cada caso. Por ejemplo, si con una oblicuidad de XXIII grados, XXXIIII minutos, quisiera conocer qué declinación debe tener una distancia de XXX grados de la eclíptica, tomados a partir del ecuador, encuentro en la tabla [de declinaciones] XI grados, XXIX minutos, y en [la columna de] diferencias XI minutos, que se añaden al total en el caso de la máxima oblicuidad de la eclíptica, que era, como dijimos, de XXIII grados, LII minutos. Pero ya se ha señalado que la oblicuidad es de XXIII grados, XXXIIII minutos, luego diré que es VI minutos mayor que la oblicuidad mínima, o sea la cuarta parte de XXIV minutos en los que excede la máxima oblicuidad. Estando en una proporcionalidad semejante III minutos a XI[13], los cuales cuando los haya sumado a los XI grados, XXIX minutos, tendré XI grados, XXXII minutos, con los que se obtendrá entonces la declinación de los XXX grados de la eclíptica tomados desde el ecuador. Del mismo modo convendrá hacer con respecto a los ángulos y a las ascensiones rectas, excepto que siempre conviene añadir [la diferencia] a éstas, restarla siempre a aquéllos [ángulos meridianos], para que se proceda más correctamente en relación al tiempo[14].

TABLA DE DECLINACIONES

Ecliptica	Declinaciones		Diferencias	Ecliptica	Declinaciones		Diferencias	Ecliptica	Declinaciones		Diferencias
°	°	′	′	°	°	′	′	°	°	′	′
1	0	24	0	31	11	50	11	61	20	23	20
2	0	48	1	32	12	11	12	62	20	35	21
3	1	12	1	33	12	32	12	63	20	47	21
4	1	36	2	34	12	52	13	64	20	58	21
5	2	0	2	35	13	12	13	65	21	9	21
6	2	23	2	36	13	32	14	66	21	20	22
7	2	47	3	37	13	52	14	67	21	30	22
8	3	11	3	38	14	12	14	68	21	40	22
9	3	35	4	39	14	31	14	69	21	49	22
10	3	58	4	40	14	50	14	70	21	58	22
11	4	22	4	41	15	9	15	71	22	7	22
12	4	45	4	42	15	27	15	72	22	15	23
13	5	9	5	43	15	46	16	73	22	23	23
14	5	32	5	44	16	4	16	74	22	30	23
15	5	55	5	45	16	22	16	75	22	37	23
16	6	19	6	46	16	39	17	76	22	44	23
17	6	41	6	47	16	56	17	77	22	50	23
18	7	4	7	48	17	13	17	78	22	55	23
19	7	27	7	49	17	30	18	79	23	1	24
20	7	49	8	50	17	46	18	80	23	5	24
21	8	12	8	51	18	1	18	81	23	10	24
22	8	34	8	52	18	17	18	82	23	13	24
23	8	57	9	53	18	32	19	83	23	17	24
24	9	19	9	54	18	47	19	84	23	20	24
25	9	41	9	55	19	2	19	85	23	22	24
26	10	3	10	56	19	16	19	86	23	24	24
27	10	25	10	57	19	30	20	87	23	26	24
28	10	46	10	58	19	44	20	88	23	27	24
29	11	8	10	59	19	57	20	89	23	28	24
30	11	29	11	60	20	10	20	90	23	28	24

TABLA DE ASCENSIONES RECTAS

Eclíptica	Tempora		Diferencias	Eclíptica	Tempora		Diferencias	Eclíptica	Tempora		Diferencias
°	Unid.	Min.	'	°	Unid.	Min.	'	°	Unid.	Min.	'
1	0	55	0	31	28	54	4	61	52	51	4
2	1	50	0	32	29	51	4	62	59	54	4
3	2	45	0	33	30	50	4	63	60	57	4
4	3	40	0	34	31	46	4	64	62	0	4
5	4	35	0	35	32	45	4	65	63	3	4
6	5	30	0	36	33	43	5	66	64	6	3
7	6	25	1	37	34	41	5	67	65	9	3
8	7	20	1	38	35	40	5	68	66	13	3
9	8	15	1	39	36	38	5	69	67	17	3
10	9	11	1	40	37	37	5	70	68	21	3
11	10	6	1	41	38	36	5	71	69	25	3
12	11	0	2	42	39	35	5	72	70	29	3
13	11	57	2	43	40	34	5	73	71	33	3
14	12	52	2	44	41	33	6	74	72	38	2
15	13	48	2	45	42	31	6	75	73	43	2
16	14	43	2	46	43	31	6	76	74	47	2
17	15	39	2	47	44	32	5	77	75	52	2
18	16	34	3	48	45	32	5	78	76	57	2
19	17	31	3	49	46	32	5	79	78	2	2
20	18	27	3	50	47	33	5	80	79	7	2
21	19	23	3	51	48	34	5	81	80	12	1
22	20	19	3	52	49	35	5	82	81	17	1
23	21	15	3	53	50	36	5	83	82	22	1
24	22	10	4	54	51	37	5	84	83	27	1
25	23	9	4	55	52	38	4	85	84	33	1
26	24	6	4	56	53	41	4	86	85	38	0
27	25	3	4	57	54	43	4	87	86	43	0
28	26	0	4	58	55	45	4	88	87	48	0
29	26	57	4	59	56	46	4	89	88	54	0
30	27	54	4	60	57	48	4	90	90	0	0

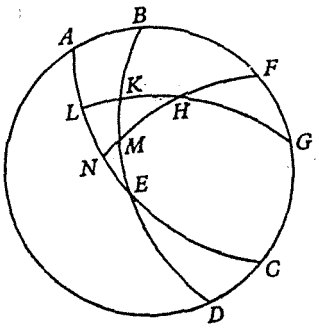
TABLA DE LOS ANGULOS MERIDIANOS

Eclíptica	Angulo		Diferencias	Eclíptica	Angulo		Diferencias	Eclíptica	Angulo		Diferencias
°	°	'	'	°	°	'	'	°	°	'	'
1	66	32	24	31	69	35	21	61	78	7	12
2	66	33	24	32	69	48	21	62	78	29	12
3	66	34	24	33	70	0	20	63	78	51	11
4	66	35	24	34	70	13	20	64	79	14	11
5	66	37	24	35	40	26	20	65	79	36	11
6	66	39	24	36	70	39	20	66	79	59	10
7	66	42	24	37	70	53	20	67	80	22	10
8	66	44	24	38	71	7	19	68	80	45	10
9	66	47	24	39	71	22	19	69	81	9	9
10	66	51	24	40	71	36	19	70	81	33	9
11	66	55	24	41	71	52	19	71	81	58	8
12	66	59	24	42	72	8	18	72	82	22	8
13	67	4	23	43	72	24	18	73	82	46	7
14	67	10	23	44	72	39	18	74	83	11	7
15	67	15	23	45	72	55	17	75	83	35	6
16	67	21	23	46	73	11	17	76	84	0	6
17	67	27	23	47	73	28	17	77	84	25	6
18	67	34	23	48	73	47	17	78	84	50	5
19	67	41	23	49	74	6	16	79	85	15	5
20	67	49	23	50	74	24	16	80	85	40	4
21	67	56	23	51	74	42	16	81	86	5	4
22	68	4	22	52	75	1	15	82	86	30	3
23	68	13	22	53	75	21	15	83	86	55	3
24	68	22	22	54	75	40	15	84	87	3	3
25	68	32	22	55	76	1	14	85	87	53	2
26	68	41	22	56	76	21	14	86	88	17	2
27	68	51	22	57	76	42	14	87	88	41	1
28	69	2	21	58	77	3	13	88	89	6	1
29	69	13	21	59	77	24	13	89	89	33	0
30	69	24	21	60	77	45	13	90	90	0	0

Capítulo IIII

60 CÓMO DETERMINAR LA DECLINACIÓN Y ASCENSIÓN RECTA DE CUALQUIER ASTRO EXTERIOR AL CÍRCULO QUE PASA POR LA MITAD DE LOS SIGNOS [ECLÍPTICA], PERO CUYA LATITUD JUNTO CON LA LONGITUD HA SIDO ESTABLECIDA, Y EN QUÉ GRADO DE LA ECLÍPTICA DIVIDE POR LA MITAD AL CIELO

(7) Se ha expuesto lo referente a la eclíptica, al ecuador y a sus intersecciones. Pero, con respecto a la revolución diaria, no sólo interesa saber lo que se manifiesta a través de la eclíptica, por medio de lo cual se descubren las causas tan sólo de la apariencia solar, sino que también se demostrarán de la misma manera la declinación desde el círculo ecuatorial y la ascensión recta de las estrellas fijas y las errantes, que están fuera de la eclíptica, y cuya longitud y latitud han sido dadas. Trácese, pues, el círculo ABCD que pase por los polos del ecuador y de la eclíptica, sea AEC el semicírculo ecuatorial con el polo en F, y el semicírculo BED de la eclíptica con el polo en G, su intersección con el ecuador en el punto E. Después, desde el polo G, a través de una estrella, se traza el arco GHKL, y sea el punto H el lugar correspondiente a la estrella, a través de la cual, desde el polo del movimiento diurno, desciende el cuadrante del círculo FHMN. Entonces se manifiesta que la estrella que está en H cae dentro del meridiano junto con los dos puntos M y N, y el arco HMN es la declinación de la estrella con respecto al círculo del ecuador y EN la ascensión recta en la esfera: lo que buscamos.



(20) En consecuencia, puesto que en el triángulo KEL se da el lado KE y el ángulo KEL, y el EKL es recto, luego según el cuarto teorema de los triángulos esféricos se dan los lados KL y EL junto con el otro ángulo KLE; por tanto se da el arco completo HKL. Y ya que en el triángulo HLN se dan dos ángulos, el HLN y el recto LNH, con el lado HL: luego por el mismo cuarto teorema de los triángulos esféricos se dan los restantes lados, el HN, declinación de la estrella, el LN, y el que queda NE, ascensión recta, por la cual se mide el cambio de la esfera desde el equinoccio a la estrella.

(27) O de otro modo. Si, a partir de lo que precede, tomas el arco KE de la eclíptica como ascensión recta de LE, la tabla de las ascensiones rectas proporcionará inversamente LE y también LK, como la declinación correspondiente a LE, y el ángulo KLE por la tabla de los ángulos meridianos, a partir de todo esto, se conocerán los demás [lados y ángulos] según ya se ha demostrado.
(32) De donde los grados del arco de la eclíptica EM se dan a partir de la ascensión recta EN, por medio de los cuales la estrella, junto con el punto M, divide por la mitad el cielo.

Capítulo V

DE LAS SECCIONES DEL HORIZONTE

(35) El círculo del horizonte de la esfera recta es uno, y otro diferente es el de la esfera oblicua. En efecto, se llama horizonte de la esfera recta aquél con respecto al cual se levanta perpendicularmente el ecuador, o que pasa por los polos del círculo equinoccial. Por el contrario, llamamos horizonte de esfera oblicua aquél con respecto al cual se inclina el círculo del ecuador. Por lo tanto, en el horizonte recto todos los astros salen y se ponen y los días se producen siempre iguales a las noches. Pues el horizonte corta por 61
la mitad todos los paralelos descritos en el movimiento diario, esto es, pasa por sus polos, y allí sucede lo que ya explicamos acerca de los meridianos. Pero aquí tomamos el día desde la salida del Sol hasta el ocaso, no desde la luz hasta las tinieblas como entiende el vulgo, esto es, desde el amanecer hasta la primera antorcha, acerca de lo cual daremos muchas explicaciones con respecto al orto y ocaso de los signos [del Zodíaco].
(6) Por el contrario, donde el eje de la tierra es perpendicular al horizonte, nada sale ni se pone, sino que en su giro todos los astros que se mueven están siempre visibles o siempre ocultos, a no ser por el efecto de otro movimiento, como es el anual alrededor del Sol: de donde se sigue que el día dura allí continuamente durante seis meses, la noche el resto del año, y no ven otra separación que la del invierno y verano, puesto que el círculo ecuatorial coincide allí con el horizonte.
(11) Por otra parte, en la esfera oblicua salen y se ponen ciertas estrellas, otras están siempre visibles o siempre ocultas: mientras

tanto los días y las noches se hacen desiguales. Donde el horizonte que es oblicuo toca dos círculos paralelos según la medida de su inclinación, uno de ellos, el que está junto al polo visible, delimita el ámbito de los astros visibles, y por el contrario, el que está junto al polo que no se ve, delimita lo que siempre está oculto. Por lo tanto, al incidir el horizonte entre estos límites a lo largo de su latitud total, corta en dos partes a todos los paralelos en arcos desiguales, excepto al ecuador, que es el mayor de los paralelos, y los círculos máximos se cortan entre sí en dos partes. Así, pues, el horizonte oblicuo divide, en el hemisferio superior junto al polo visible, arcos de paralelos mayores que los del lado del polo oculto, el austral, y lo inverso acontece en el hemisferio oculto. En los cuales, el Sol, visible a causa del movimiento diario, produce la disparidad de los días y las noches.

Capítulo VI

SOBRE CUALES PUEDEN SER LAS DIFERENCIAS DE LAS SOMBRAS DEL MEDIODÍA

(24) Hay también diferencias entre las sombras del mediodía, por las que unas [gentes] se llaman periscios, otros anfiscios, otros heteroscios.

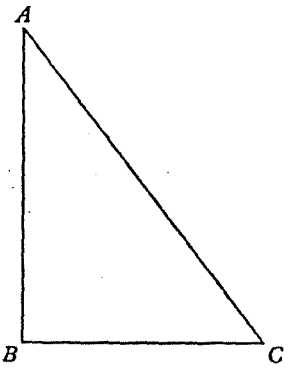
(26) Periscios son aquellos a los que podemos llamar «circumumbrátiles», porque distribuyen la sombra del Sol en todo su alrededor. Y son aquellos cuyo vértice o polo del horizonte dista menos, o no más, del polo de la tierra que el trópico del ecuador. Pues, allí, los paralelos a los que toca el horizonte, existiendo como límites entre las estrellas siempre visibles y las que están siempre ocultas, son mayores que los trópicos o iguales. Y por tanto, el Sol estival que brilla entre las estrellas siempre visibles, proyecta en ese tiempo las sombras del gnomon en todas las direcciones. En cambio, cuando el horizonte toca los trópicos, ellos mismos se convierten en límites entre las estrellas siempre visibles y las que están siempre ocultas. Por lo cual, en vez de ser media noche, el Sol en el solsticio aparece como rozando la tierra, en este preciso momento todo el círculo de la eclíptica coincide con el horizonte y al instante seis signos surgen simultáneamente y otros tantos se ponen por el lado contrario, y el polo de la eclíptica coincide con el polo del horizonte.

(37) Anfiscios, los que envían las sombras del mediodía a una y otra parte, son los que habitan entre uno y otro trópico, espacio al que los antiguos llaman zona media; y puesto que el círculo de la eclíptica incide dos veces directamente sobre toda aquella región, según se demuestra en el segundo teorema de los Fenómenos de 62
Euclides, allí mismo desaparecen las sombras de los gnomon dos veces, y al pasar el Sol de una a otra parte, los gnomon envían la sombra a veces hacia la zona austral, a veces hacia la boreal.

(3) Los demás, que habitamos entre éstos y aquéllos, somos heteroscios, porque sólo enviamos sombras al mediodía hacia una parte, que es el norte.

(5) Los matemáticos antiguos acostumbraron a dividir el orbe de la tierra en siete climas, así Meroe, Siena, Alejandría, Rodas, Helesponto, por la mitad del Ponto, Dniéper, Bizancio y los demás[15], por cada paralelo, según la diferencia y exceso de los días más largos, también según la longitud de las sombras, que a mediodía observaron con gnomon en los días de equinoccio y en los otros cambios del Sol, y sobre todo según la elevación del polo o la latitud de cada clima[16]. Estas cosas han cambiado en parte con el tiempo, más adelante no son las mismas que fueron antes, a causa (como dijimos) de la mudable oblicuidad de la eclíptica que los antiguos desconocieron: o sea, para decirlo con mayor corrección, a causa de la variable inclinación del círculo ecuatorial respecto al plano de la eclíptica, de lo que aquellas dependen. Pero las elevaciones del polo, o sea las latitudes de los lugares, y las sombras equinocciales coinciden con las que se encuentran anotadas desde la antigüedad: lo cual era preciso que sucediera, puesto que el ecuador sigue al polo del globo terrestre. Por todo esto, aquellos climas no se designan ni definen con suficiente exactitud por determinados cambios de los días y de las sombras, sino más correctamente por sus distancias al ecuador, que siempre permanecen invariables. Pero aquél cambio en los trópicos, aun siendo muy poco considerable, admite en los lugares al sur una variación pequeña de los días y de las sombras, y se hace más evidente en los que se dirigen al norte.

(22) En lo que concierne a las sombras de los gnomon, es patente que para cualquier altitud determinada del Sol, se percibirá una longitud de la sombra y viceversa. Así, si AB fuera un gnomon que arroja la sombra BC, y como el indicador es perpendicular con respecto al plano del horizonte, es necesario que el ángulo ABC sea siempre recto, por definición de las líneas perpendiculares al



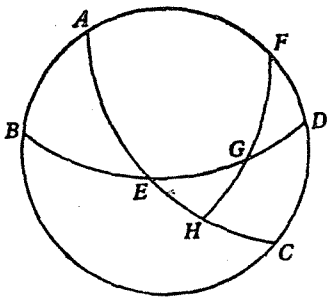
plano. Por lo cual, si se traza AC, tendremos el triángulo rectángulo ABC, y para una altitud determinada del Sol tendremos dado el ángulo ACB. Y por el primer teorema de los triángulos planos, estará dada la razón del gnomon AB a su sombra BC, y también la longitud de BC. Por el contrario, dados AB y BC, también constará, por el tercer teorema de los triángulos planos, el ángulo ACB y la elevación del Sol que proyecta aquella sombra según la hora. Por eso, los antiguos, en la descripción de aquellos climas del globo de la tierra, les asignaron las longitudes de cada una de las sombras de mediodía, unas veces en los equinoccios, otras en uno u otro de los solsticios.

Capítulo VII

DE CÓMO SE PUEDEN DEMOSTRAR MUTUAMENTE EL DÍA MÁS LARGO, LA LATITUD DE LA SALIDA DEL SOL Y LA INCLINACIÓN DE LA ESFERA, Y SOBRE LAS RESTANTES DIFERENCIAS DE LOS DÍAS

(39) Así pues, demostraremos simultáneamente, para cualquier oblicuidad de la esfera o inclinación del horizonte, el día más largo y más corto, con la latitud de la salida del Sol, y la restante diferencia de los días. En efecto, la latitud de la salida del Sol es un arco del círculo del horizonte, interceptado desde la salida del Sol en el solsticio de verano a la salida del Sol en el solsticio de invierno, o sea, la distancia a uno y otro solsticio desde la aparición del equinoccio.

63 (1) En consecuencia, sea ABCD el meridiano del orbe y BED el semicírculo del horizonte en el hemisferio oriental, AEC el semicírculo del ecuador, cuyo polo boreal sea F. Tomada la salida del Sol con la entrada del verano [solsticio] en el punto G, descríbase el arco FGH de un círculo máximo. Así pues, puesto que la movilidad de la esfera terrestre se produce alrededor del polo F del ecuador, es preciso que los puntos G, H, concuerden con el meridiano ABCD, puesto que los paralelos están alrededor de los

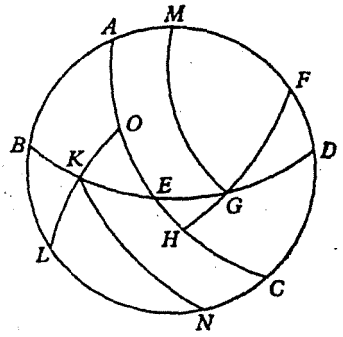


mismos polos, a través de los cuales los círculos máximos interceptan arcos semejantes en aquellos [paralelos]. Por tanto, el mismo tiempo que hay desde la salida del Sol, en G, hasta mediodía, delimita también el arco AEH, y al CH parte restante subterránea del semicírculo desde media noche a la salida del Sol. Hay, pues, un semicírculo AEC, cuyos cuadrantes del círculo son AE y EC, partiendo del mismo polo de ABCD; por lo tanto, EH será la mitad de la diferencia entre el día más largo y el equinoccial, y EG la latitud [distancia] entre la salida del Sol en el equinoccio y en el solsticio. Por consiguiente, en el triángulo EGH, el ángulo GEH, de la oblicuidad de la esfera, es determinado por medio del arco AB, y siendo recto el ángulo GHE, dándose el lado GH por la distancia entre el trópico de verano y el ecuador, los restantes lados se darán también por el cuarto teorema de los triángulos esféricos: EH la mitad de la diferencia entre el día más largo y el equinoccial, y GE la latitud de la salida del Sol. E incluso si con el lado GH hubiera sido dado el lado EH, la mitad de la diferencia entre el día más largo y el equinoccio, o el lado EG, se da en E el ángulo de inclinación de la esfera, y de ahí FD elevación del polo sobre el horizonte.

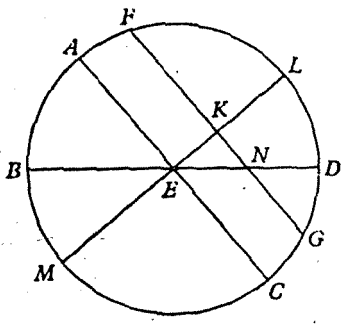
(20) Si no se toma el trópico, sino cualquier otro punto G en la eclíptica, no menos quedarían claros los arcos EG y EH. Puesto que, según la tabla de declinaciones expuesta más arriba, queda determinado el arco GH de declinación, el cual corresponde al mismo grado de la eclíptica, y las demás partes de la demostración quedan claras por el mismo sistema.

(25) De donde se sigue, que los grados de la eclíptica que equidistan del trópico cortan los mismos arcos del horizonte, desde la salida del Sol en el equinoccio y hasta el mismo número de grados, y producen las magnitudes de los días y de las noches sucesivamente iguales; esto es, porque el paralelo coincide en esos grados con la eclíptica, siendo igual la declinación para los mismos grados. Pero, tomando a una y otra parte de la sección equinoccial arcos iguales, resultan a su vez latitudes de la salida del Sol iguales, pero en diversas direcciones, y magnitudes inversas de los días y las noches, porque describirán por ambas partes arcos iguales de los paralelos, en la medida que los mismos puntos, equidistantes del ecuador, tienen iguales declinaciones desde el círculo equinoccial.

(35) Descríbanse, pues, en la misma figura, los arcos de los paralelos GM y KN, que corten al horizonte BED en los puntos G, K, y también LKO, cuadrante del círculo máximo que pasa por el polo sur L. Así, pues, ya que la declinación HG es igual a la declinación KO, se tendrán dos triángulos DFG y BLK, en los que dos lados de uno son iguales a dos lados del otro, FG es igual a LK, y las elevaciones del polo FD y LB, y los ángulos en B y D son rectos. En consecuencia, los terceros lados DG y BK son iguales, y también son iguales lo que queda [del cuadrante] GE y EK, latitudes de la salida del Sol. Por lo tanto, siendo iguales dos lados EG, HG, a EK, KO, e iguales los ángulos que hay en el vértice E, por esto los restantes EH, EO son lados iguales; añadiendo a estos una cantidad igual [un cuadrante], se tiene que el arco OEC es igual al AEH. Mas, los
64 círculos máximos trazados por los polos cortan arcos semejantes de los paralelos en las esferas; serán, pues, GM y KN mutuamente semejantes e iguales: como tenía que demostrarse.



(3) Pero todo esto puede demostrarse también de otra manera. Trazado el círculo meridiano ABCD, cuyo centro es E, siendo AEC el diámetro del ecuador y sección común de ambos círculos, BED el diámetro del horizonte y línea meridiana, LEM eje de la esfera, L el polo visible, M el polo oculto. Sea AF la distancia tomada de la entrada del verano [solsticio] o cualquier otra declinación, hacia la cual se traza FG diámetro del paralelo, en una sección común con el meridiano, que cortará al eje en K, a la línea meridiana en N. Puesto que, líneas paralelas son, según definición de Posidonio, las que ni se acercan ni se alejan, sino que a las líneas perpendiculares entre sí cortan en partes iguales, la línea recta KE será igual a la mitad de la cuerda del doble del arco AF. Del mismo modo, KN será la mitad de la cuerda del arco del círculo paralelo cuyo radio es FK, por cuya diferencia el día equinoccial difiere de su contra-



rio. Y esto es, porque todos los semicírculos, de los cuales aquéllas [rectas] son secciones comunes, esto es, de los cuales son diámetros, como BED del horizonte oblicuo, LEM del horizonte recto, AEC del equinoccio y FKG del paralelo, son perpendiculares al plano del círculo ABCD, y las secciones que se producen entre sí, según la proposición XIX del libro undécimo de los Elementos de Euclides, son perpendiculares al mismo plano en los puntos E, K, N, y por la sexta proposición del mismo libro, son paralelas, y K es el centro del paralelo, E el centro de la esfera. Por todo lo cual, EN es la mitad de la cuerda del doble del arco del horizonte, por el que la salida del Sol en el paralelo difiere de la salida del Sol en el ecuador. En consecuencia, habiendo sido dada la declinación AF junto con el resto del cuadrante FL, KE la mitad de la cuerda del doble del arco AF, y FK la mitad de la cuerda del doble del arco FL, estarán divididos en unidades de las cuales AE tiene $\bar{c}$. Pero, en el triángulo rectángulo EKN, el ángulo KEN está dado en relación a DL elevación del polo, y el ángulo restante KNE es igual al AEB, porque en la esfera oblicua los paralelos se inclinan de igual modo hacia el horizonte; los lados se dan en las mismas unidades, de las cuales la línea que sale del centro de la esfera [radio] vale $\bar{c}$. En consecuencia, en estas unidades, de las que FK desde el centro del paralelo [radio] tiene $\bar{c}$, también se dará KN, como la mitad de la cuerda del arco que indica la diferencia entre el día equinoccial y el día en el paralelo, en grados de los cuales el círculo paralelo tiene CCCLX. A partir de esto, queda claro que la razón FK a KN consta de dos razones: es decir, de la cuerda del doble de FL a la cuerda del doble de AF, esto es FK es a KE, y de la cuerda del doble de AB a la cuerda del doble de DL, esto es, como EK es a KN, por lo tanto EK es asumido [tomado como término medio] entre FK y KN. También de la misma manera BE es a EN se compone de la razón BE es a EK y de KE es a EN, tal como de modo más detallado demuestra Ptolomeo por medio de los segmentos esféricos.

(35) Así estimo que se determina no sólo la desigualdad de los días y de las noches, sino también la de la Luna y la de las estrellas, y la de cualquiera cuya declinación de los paralelos descritos por ellos en el movimiento diurno hubiera sido dada, y diferenciaría los segmentos que están en la parte superior de la tierra [hemisferio norte] de los que están en la parte inferior, por lo que fácilmente podría entenderse el nacimiento y ocaso de aquéllos [astros].

DIFERENCIAS DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Declinación °	Elevación del Polo											
	31		32		33		34		35		36	
	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.
1	0	36	0	37	0	39	0	40	0	42	0	44
2	1	12	1	15	1	18	1	21	1	24	1	27
3	1	48	1	53	1	57	2	2	2	6	2	11
4	2	24	2	30	2	36	2	42	2	48	2	55
5	3	1	3	8	3	15	3	23	3	31	3	39
6	3	37	3	46	3	55	4	4	4	13	4	23
7	4	14	4	24	4	34	4	45	4	56	5	7
8	4	51	5	2	5	14	5	26	5	39	5	52
9	5	28	5	54	6	8	6	22	6	22	6	36
10	6	5	6	20	6	35	6	50	7	6	7	22
11	6	42	6	59	7	15	7	32	7	49	8	7
12	7	20	7	38	7	56	8	15	8	34	8	53
13	7	58	8	18	8	37	8	58	9	18	9	39
14	8	37	8	58	9	19	9	41	10	3	10	26
15	9	16	9	38	10	1	10	25	10	49	11	14
16	9	55	10	19	10	44	11	9	11	35	12	2
17	10	35	11	1	11	27	11	54	12	22	12	50
18	11	16	11	43	12	11	12	40	13	9	13	39
19	11	56	12	25	12	55	13	26	13	57	14	29
20	12	38	13	9	13	40	14	13	14	46	15	20
21	13	20	13	53	14	26	15	0	15	36	16	12
22	14	3	14	37	15	13	15	49	16	27	17	5
23	14	47	15	23	16	0	16	38	17	17	17	58
24	15	31	16	9	16	48	17	29	18	10	18	52
25	16	16	16	56	17	38	18	20	19	3	19	48
26	17	2	17	45	18	28	19	12	19	58	20	45
27	17	50	18	34	19	19	20	6	20	54	21	44
28	18	38	19	24	20	12	21	1	21	51	22	43
29	19	27	20	16	21	6	21	57	22	50	23	45
30	20	18	21	9	22	1	22	55	23	51	24	48
31	21	10	22	3	22	58	23	55	24	53	25	53
32	22	3	22	59	23	56	24	56	25	57	27	0
33	22	57	23	54	24	19	25	59	27	3	28	9
34	23	55	24	56	25	59	27	4	28	10	29	21
35	24	53	25	57	27	3	28	10	29	21	30	35
36	25	53	27	0	28	9	29	21	30	35	31	52

DIFERENCIAS DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Declinación °	Elevación del Polo											
	37		38		39		40		41		42	
	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.
1	0	45	0	47	0	49	0	50	0	52	0	54
2	1	31	1	34	1	37	1	41	1	44	1	48
3	2	16	2	21	2	26	2	31	2	37	2	42
4	3	1	3	8	3	15	3	22	3	29	3	37
5	3	47	3	55	4	4	4	13	4	22	4	31
6	4	33	4	43	4	53	5	4	5	15	5	26
7	5	19	5	30	5	42	5	55	6	8	6	21
8	6	5	6	18	6	32	6	46	7	1	7	16
9	6	51	7	6	7	22	7	38	7	55	8	12
10	7	38	7	55	8	13	8	30	8	49	9	8
11	8	25	8	44	9	3	9	23	9	44	10	5
12	9	13	9	34	9	55	10	16	10	39	11	2
13	10	1	10	24	10	46	11	10	11	35	12	0
14	10	50	11	14	11	39	12	5	12	31	12	58
15	11	39	12	5	12	32	13	0	13	28	13	58
16	12	29	12	57	13	26	13	55	14	26	14	58
17	13	19	13	49	14	20	14	52	15	25	15	59
18	14	10	14	42	15	15	15	49	16	24	17	1
19	15	2	15	36	16	11	16	48	17	25	18	4
20	15	55	16	31	17	8	17	47	18	27	19	8
21	16	49	17	27	18	7	18	47	19	30	20	13
22	17	44	18	24	19	6	19	49	20	34	21	20
23	18	39	19	22	20	6	20	52	21	39	22	28
24	19	36	20	21	21	8	21	56	22	46	23	38
25	20	34	21	21	22	11	23	2	23	55	24	50
26	21	34	22	24	23	16	24	10	25	5	26	3
27	22	35	23	28	24	22	25	19	26	17	27	18
28	23	37	24	33	25	30	26	30	27	31	28	36
29	24	41	25	40	26	40	27	43	28	48	29	57
30	25	47	26	49	27	52	28	59	30	7	31	19
31	26	55	28	0	29	7	30	17	31	29	32	45
32	28	5	29	13	30	54	31	31	32	54	34	14
33	29	18	30	29	31	44	33	1	34	22	35	47
34	30	32	31	48	33	6	34	27	35	54	37	24
35	31	51	33	10	34	33	35	59	37	30	39	5
36	33	12	34	35	36	2	37	34	39	10	40	51

DIFERENCIAS DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Declinación °	Elevación del Polo											
	43		44		45		46		47		48	
	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.
1	0	56	0	58	1	0	1	2	1	4	1	7
2	1	52	1	56	2	0	2	4	2	9	2	13
3	2	48	2	54	3	0	3	7	3	13	3	20
4	3	44	3	52	4	1	4	9	4	18	4	27
5	4	41	4	51	5	1	5	12	5	23	5	35
6	5	37	5	50	6	2	6	15	6	28	6	42
7	6	34	6	49	7	3	7	18	7	34	7	50
8	7	32	7	48	8	5	8	22	8	40	8	59
9	8	30	8	48	9	7	9	26	9	47	10	8
10	9	28	9	48	10	9	10	31	10	54	11	18
11	10	27	10	49	11	13	11	37	12	2	12	28
12	11	26	11	51	12	16	12	43	13	11	13	39
13	12	26	12	53	13	21	13	50	14	20	14	51
14	13	27	13	56	14	26	14	58	15	30	16	5
15	14	28	15	0	15	32	16	7	16	42	17	19
16	15	31	16	5	16	40	17	16	17	54	18	34
17	16	34	17	10	17	48	18	27	19	8	19	51
18	17	38	18	17	18	58	15	40	20	23	21	9
19	18	44	19	25	20	9	20	53	21	40	22	29
20	19	50	20	35	21	21	22	8	22	58	23	51
21	20	59	21	46	22	34	23	25	24	18	25	14
22	22	8	22	58	23	50	24	44	25	40	26	40
23	23	19	24	12	25	7	26	5	27	5	28	8
24	24	32	25	28	26	26	27	27	28	31	29	38
25	25	47	26	46	27	48	28	52	30	0	31	12
26	27	3	28	6	29	11	30	20	31	32	32	48
27	28	22	29	29	30	38	31	51	33	7	34	28
28	29	44	30	54	32	7	33	25	34	46	36	12
29	31	8	32	22	33	40	35	2	36	28	38	0
30	32	35	33	53	35	16	36	43	38	15	39	53
31	34	5	35	28	36	56	38	29	40	7	41	52
32	35	38	37	7	38	40	40	19	42	4	43	57
33	37	16	38	50	40	30	42	15	44	8	46	9
34	38	58	40	39	42	25	44	18	46	20	48	31
35	40	46	42	33	44	27	46	23	48	36	51	3
36	42	39	44	33	46	36	48	47	51	11	53	47

DIFERENCIAS DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Declinación °	Elevación del Polo											
	49		50		51		52		53		54	
	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.
1	1	9	1	12	1	14	1	17	1	20	1	23
2	2	18	2	23	2	28	2	34	2	39	2	45
3	3	27	3	35	3	43	3	51	3	59	4	8
4	4	37	4	47	4	57	5	8	5	19	5	31
5	5	47	5	50	6	12	6	26	6	40	6	55
6	6	57	7	12	7	27	7	44	8	1	8	19
7	8	7	8	25	8	43	9	2	9	23	9	44
8	9	18	9	38	10	0	10	22	10	45	11	9
9	10	30	10	53	11	17	11	42	12	8	12	35
10	11	42	12	8	12	35	13	3	13	32	14	3
11	12	55	13	24	13	53	14	24	14	57	15	31
12	14	9	14	40	15	13	15	47	16	23	17	0
13	15	24	15	58	16	34	17	11	17	50	18	32
14	16	40	17	17	17	56	18	37	19	19	20	4
15	17	57	18	39	19	19	20	4	20	50	21	38
16	19	16	19	59	20	44	21	32	22	22	23	15
17	20	36	21	22	22	11	23	2	23	56	24	53
18	21	57	22	47	23	39	24	34	25	33	26	34
19	23	20	24	14	25	10	26	9	27	11	28	17
20	24	45	25	42	26	43	27	46	28	53	30	4
21	26	12	27	14	28	18	29	26	30	37	31	54
22	27	42	28	47	29	56	31	8	32	25	33	47
23	29	14	30	23	31	37	32	54	34	17	35	45
24	31	4	32	3	33	21	34	44	36	13	37	48
25	32	26	33	46	35	10	36	39	38	14	39	59
26	34	8	35	32	37	2	38	38	40	20	42	10
27	35	53	37	23	39	0	40	42	42	33	44	32
28	37	43	39	19	41	2	42	53	44	53	47	2
29	39	37	41	21	43	12	45	12	47	21	49	44
30	41	37	43	29	45	29	47	39	50	1	52	37
31	43	44	45	44	47	54	50	16	52	53	55	48
32	45	57	48	8	50	30	53	7	56	1	59	19
33	48	19	50	44	53	20	56	13	59	28	63	21
34	50	54	53	30	56	20	59	42	63	31	68	11
35	53	40	56	34	59	58	63	40	68	18	74	32
36	56	42	59	59	63	47	68	26	74	36	90	0

DIFERENCIAS DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Declinación °	Elevación del Polo											
	55		56		57		58		59		60	
	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Unid.	Min.
1	1	26	1	29	1	32	1	36	1	40	1	44
2	2	52	2	58	3	5	3	12	3	20	3	28
3	4	17	4	27	4	38	4	49	5	0	5	12
4	5	44	5	57	6	11	6	25	6	41	6	57
5	7	11	7	27	7	44	8	3	8	22	8	43
6	8	38	8	58	9	19	9	41	10	4	10	29
7	10	6	10	29	10	54	11	20	11	47	12	17
8	11	35	12	1	12	30	13	0	13	32	14	5
9	13	4	13	35	14	7	14	41	15	17	15	55
10	14	35	15	9	15	45	16	23	17	4	17	47
11	16	7	16	45	17	25	18	8	18	53	19	41
12	17	40	18	22	19	6	19	53	20	43	21	36
13	19	15	20	1	20	50	21	41	22	36	23	34
14	20	52	21	42	22	35	23	31	24	31	25	35
15	22	30	23	24	24	22	25	23	26	29	27	39
16	24	10	25	9	26	12	27	19	28	30	29	47
17	25	53	26	57	28	5	29	18	30	35	31	59
18	27	39	28	48	30	1	31	20	32	44	34	19
19	29	27	30	41	32	1	33	26	34	58	36	37
20	31	19	32	39	34	5	35	37	37	17	39	5
21	33	15	34	41	36	14	37	54	39	42	41	40
22	35	14	36	48	38	28	40	17	42	15	44	25
23	37	19	39	0	40	49	42	47	44	57	47	20
24	39	29	41	18	43	17	45	26	47	49	50	27
25	41	45	43	44	45	54	48	16	50	54	53	52
26	44	9	46	18	48	41	51	19	54	16	57	39
27	46	41	49	4	51	41	54	38	58	0	61	57
28	49	24	52	1	54	58	58	19	62	14	67	4
29	52	20	55	16	58	36	62	31	67	18	73	46
30	55	32	58	52	62	45	67	31	73	55	90	0
31	59	6	62	58	67	42	74	4	90	0		
32	63	10	67	53	74	12	90	0				
33	68	1	74	19	90	0						
34	74	33	90	0								
35	90	0										
36												

Lo que aquí falta pertenece a aquellos [astros] que ni nacen ni se ponen.

Capítulo VIII

ACERCA DE LAS HORAS Y DE LAS PARTES DEL DIA Y DE LA NOCHE

70

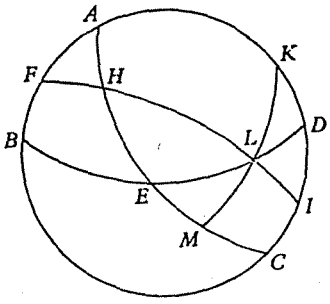
(3) En consecuencia, partiendo de estas cosas, es evidente que, una vez tomada en la tabla la diferencia de los días correspondiente a la propuesta elevación del polo junto con la declinación del Sol, la añadiéramos a un cuadrante del círculo en la declinación boreal, o la substrayéramos en la austral, y multiplicamos por dos lo que resulte, tendremos la magnitud de aquel día, y lo que quede del círculo será la duración de la noche; uno y otro de esos segmentos, divididos por XV unidades de tiempo [«temporas»][17] mostrará cuantas horas iguales hay. Pero tomando la duodécima parte, tendremos el contenido de una hora de tiempo. Y estas horas toman el nombre de su día, del cual siempre son la doceava parte. Por esto han sido llamadas por los antiguos horas solsticiales [solsticio de verano], equinocciales y brumales [solsticio de invierno]. Pero desde antiguo no se utilizaron otras nada más que estas XII, desde el alba hasta las tinieblas, pues la noche la dividían en cuatro vigilias o vigilancias: y tal uso de las horas duró mucho tiempo con el consentimiento tácito de todo el mundo. Gracias a que fueron inventadas las clepsidras, en las que por sustracción o adición de agua que goteaba acomodaban las horas a la diversidad de los días, para que cuando estuviera nublado no se ocultara la distinción del tiempo. Pero, después que el vulgo aceptara las horas como iguales y comunes a los días y a las noches, puesto que son más fáciles de observar, aquellas horas de tiempo [propias de cada una de las estaciones] llegaron a tal desuso, que si se preguntara a cualquiera del vulgo cuál es la hora «prima» del día, la «tertia», o la «sexta», o la «nona», o la «undécima», no sabe qué responder o ciertamente responde lo que menos se relaciona con el tema. Ahora, algunos toman tal número de horas iguales a partir del mediodía, otros desde el ocaso, otros desde media noche, algunos desde la salida del Sol, según lo que se haya establecido para cada ciudad.

Capítulo IX

SOBRE LA ASCENSIÓN OBLICUA DE LOS GRADOS DE LA ECLÍPTICA, Y CÓMO EL GRADO QUE ESTÁ EN MEDIO DE LOS CIELOS ES DETERMINADO CON RESPECTO AL GRADO DE LA SALIDA DEL SOL

(28) Así pues, expuestas la magnitud y la diferencia de las noches y de los días, sigue en el correspondiente orden la exposición de las ascensiones oblicuas junto con sus «tiempos» [divisiones de tiempo], a las que llamaré «dodecatemorías», esto es, partes duodécimas del zodíaco, o de cualquier otro arco del mismo que se tome: no habiendo otras diferencias entre la ascensión recta y la oblicua que las que expusimos sobre el día equinoccial y el contrario. Por otra parte, las duodécimas partes, tomando prestados los nombres de seres vivos que son los nombres de las estrellas fijas, se llamaron Aries, Tauro, Géminis, Cáncer y las demás, siguiendo el orden a partir del equinoccio de primavera.

(36) Por lo tanto, se repite para mayor evidencia el círculo meridiano ABCD, con el semicírculo ecuatorial AEC y el del horizonte BED, que se cortan en el punto E, tómese el equinoccio en H, por el cual el círculo FHI de la eclíptica corta al horizonte en L, a través de esta intersección desde el polo K del ecuador desciende el cuadrante del círculo máximo KLM. Así, pues, aparece que, con el arco de la eclíptica HL, se levanta el arco equinoccial HE: pero en la esfera recta ascendía aquel arco junto con el HEM. La diferencia entre estas ascensiones es EM, la cual ya demostramos que es la diferencia partida por dos entre el día equinoccial y su contrario: pero lo que se añadía en la declinación boreal, aquí se quita, y a su vez se añade en una ascensión recta austral para volverse oblicua. Y cuantas veces aparezca cualquier signo o cualquier arco de la eclíptica, quedará de manifiesto por las ascensiones, numeradas desde el principio hasta el final.



(10) De todo ello se sigue, que habiendo sido dado algún grado de la eclíptica que se levanta, tomado desde el ecuador, se da también

el que está en mitad del cielo. Por lo tanto, habiendo sido dada la declinación L del grado que nace, con respecto a la distancia HL del ecuador, también se conoce HEM la ascensión recta y todo AHEM el arco de la mitad de un día. En consecuencia, el arco restante AH es conocido, que es la ascensión recta del arco FH, el cual también se conoce por la tabla o porque en AFH se conoce el ángulo de la intersección AHF, el lado AH y el ángulo FAH que es recto. Y así, todo el arco FHL de la eclíptica se da entre el grado del orto y el grado que divide por la mitad al cielo.

(18) Viceversa, si el grado que mide por la mitad al cielo hubiera sido dado primero como el arco FH, conoceríamos también el grado del orto; pues se conocerá la declinación AF y el arco AFB por el ángulo de declinación de la esfera, y el arco restante FB. Ahora bien, en el triángulo BFL es conocido por lo anterior el ángulo BFL, el lado FB y el ángulo FBL es recto; luego se da el lado buscado FHL. O de otra manera, como deduciremos más abajo.

Capítulo X

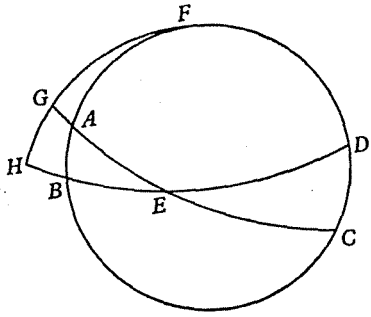
DEL ÁNGULO DE SECCIÓN DE LA ECLÍPTICA CON EL HORIZONTE

(25) El círculo de la eclíptica, por ser oblicuo al eje de la esfera, describe varios ángulos con el horizonte. El hecho de que la eclíptica se eleve dos veces con respecto al horizonte para los que habitan entre los trópicos, ya lo dijimos acerca de las diferencias de las sombras. Pero pienso que nos es suficiente haber mostrado por lo menos los ángulos que sirven a los habitantes heteroscios, esto es, a nosotros, a partir de tales ángulos la teoría general de éstos se entenderá fácilmente.

(30) En consecuencia, considero bastante claro, que en la esfera oblicua (cuando empieza el equinoccio, o sea en el principio de Aries) tanto más inclinada está la eclíptica y se eleva hacia el horizonte, cuanto aumenta la máxima declinación austral, la cual se manifiesta en el principio de Capricornio que se presenta entonces en medio del cielo, y a su vez la eclíptica produce el ángulo oriental de mayor elevación cuando emerge el principio de Libra, y el principio de Cáncer ocupa la mitad del cielo. Por lo que estos tres círculos: el ecuador, la eclíptica y el horizonte, convergen a

través de la misma intersección común en los polos del círculo meridiano, cuyos arcos, interceptados por aquellos, ponen de manifiesto aquel ángulo oriental, en cuanto sea valorado.

(39) Pero, para que quede también claro el proceso de medir otras partes de la eclíptica, tómese de nuevo el círculo meridiano
72 ABCD, el semicírculo del horizonte BED, el semicírculo de la eclíptica AEC, un grado de la cual se eleva en E. Nos proponemos hallar el ángulo AEB, determinar su medida teniendo en cuenta que cuatro rectos son CCCLX [grados]. Puesto que se da E, el grado del orto, se da también partiendo de lo anterior el grado que está en medio del cielo y el arco AE, junto con la altitud meridiana AB. Y, puesto que el ángulo ABE es recto, se da la razón de la cuerda del doble de AB como la cuerda de la mitad de la esfera [diámetro] es a la cuerda del doble del arco que mide el ángulo AEB: por lo tanto se da también el ángulo AEB.



(7) Pero, si no hubiera sido dado el grado del orto, sino un grado de la mitad del cielo, que sea A, no por eso el ángulo del orto hubiera podido ser menos medido. Pues, supuesto el polo en E, descríbase el cuadrante FGH de un círculo máximo, y sean completados los cuadrantes EAG, EBH. Puesto que se da la altitud meridiana AB, y AF la altitud restante del cuadrante, también se da el ángulo FAG según lo que antecede, y el ángulo FGA es recto, luego se da también el arco FG y el arco restante GH, que mide el ángulo del orto buscado.

(13) De donde se concluye de qué modo, con respecto al grado que está en medio del cielo, se conoce el del orto, porque la cuerda del doble de GH es a la cuerda del doble de AB, como el diámetro es a la cuerda del doble de AE, según sucede en los triángulos esféricos.

(16) Sobre estas cosas también añadiremos tres ejemplos de tablas. La primera será la de las ascensiones en la esfera recta, tomando el principio de Aries y el incremento de las seis partes de la eclíptica. La segunda será la de las ascensiones en la esfera oblicua, se procederá de un modo semejante cada seis grados desde el paralelo cuyo polo tiene una elevación de XXXIX grados, hasta el paralelo que tiene una elevación de LVII grados, señalando

los incrementos medios de tres en tres grados. La restante, trata de los ángulos del horizonte y procede de seis en seis grados bajo las mismas VII columnas. Y todo ello según la mínima oblicuidad de la eclíptica de XXIII grados, XXVIII minutos, con lo que casi se está de acuerdo en nuestro siglo.

TABLA DE LAS ASCENSIONES DE LOS SIGNOS EN LA REVOLUCION DE UNA ESFERA RECTA

Eclíptica		Ascensión		Un grado		Eclíptica		Ascensión		Un grado	
Sig.	º	Unid.	Min.	Unid.	Min.	Sig.	º	Unid.	Min.	Unid.	Min.
♈	6	5	30	0	55	♎	6	185	30	0	55
	12	11	0	0	55		12	191	0	0	55
	18	16	34	0	56		18	196	34	0	56
	24	22	10	0	56		24	202	10	0	56
	30	27	54	0	57		30	207	54	0	57
♉	6	33	43	0	58	♏	6	213	43	0	58
	12	39	35	0	59		12	219	35	0	59
	18	45	32	1	0		18	225	32	1	0
	24	51	37	1	1		24	231	37	1	1
	30	57	48	1	2		30	237	48	1	2
♊	6	64	6	1	3	♐	6	244	6	1	3
	12	70	29	1	4		12	250	29	1	4
	18	76	57	1	5		18	256	57	1	5
	24	83	27	1	5		24	263	27	1	5
	30	90	0	1	5		30	270	0	1	5
♋	6	96	33	1	5	♑	6	276	33	1	5
	12	103	3	1	5		12	283	3	1	5
	18	109	31	1	5		18	289	31	1	5
	24	115	54	1	4		24	295	54	1	4
	30	122	12	1	3		30	302	12	1	3
♌	6	128	23	1	2	♒	6	308	23	1	2
	12	134	28	1	1		12	314	28	1	1
	18	140	25	1	0		18	320	25	1	0
	24	146	17	0	59		24	326	17	0	59
	30	152	6	0	58		30	332	6	0	58
♍	6	157	50	0	57	♓	6	337	50	0	57
	12	163	26	0	56		12	343	26	0	56
	18	169	0	0	56		18	349	0	0	56
	24	174	30	0	55		24	354	30	0	55
	30	180	0	0	55		30	360	0	0	55

TABLA DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Eclíptica		Elevación del Polo													
		39		42		45		48		51		54		57	
		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.	
Sig.	o	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min
♈	6	3	34	3	20	3	6	2	50	2	32	2	12	1	49
	12	7	10	6	44	6	15	5	44	5	8	4	27	3	40
	18	10	50	10	10	9	27	8	39	7	47	6	44	5	34
	24	14	32	13	39	12	43	11	40	10	28	9	7	7	32
	30	18	26	17	21	16	11	14	51	13	26	11	40	9	40
♉	6	22	30	21	12	19	46	18	14	16	25	14	22	11	57
	12	26	39	25	10	23	32	21	42	19	38	17	13	14	23
	18	31	0	29	20	27	29	25	24	23	2	20	17	17	2
	24	35	38	33	47	31	43	29	25	26	47	23	42	20	2
	30	40	30	38	30	36	15	33	41	30	49	27	26	23	22
♊	6	45	39	43	31	41	7	38	23	35	15	31	34	27	7
	12	51	8	48	52	46	20	43	27	40	8	36	13	31	26
	18	56	56	54	35	51	56	48	56	45	28	41	22	36	20
	24	63	0	60	36	47	54	54	49	51	15	47	1	41	49
	30	69	25	66	59	64	16	61	10	57	34	53	28	48	2
♋	6	76	6	73	42	71	0	67	55	64	21	60	7	54	55
	12	83	2	80	41	78	2	75	2	71	34	67	28	62	26
	18	90	10	87	54	85	22	82	29	79	10	75	15	70	28
	24	97	27	95	19	92	55	90	11	87	3	83	22	78	55
	30	104	54	102	54	100	39	98	5	13	13	91	50	87	46
♌	6	112	24	110	33	108	30	106	11	103	33	100	28	96	48
	12	119	56	118	16	116	25	114	20	111	58	109	13	105	58
	18	127	29	126	0	124	23	122	32	120	28	118	3	115	13
	24	135	4	133	46	132	21	130	48	128	59	126	56	124	31
	30	142	38	141	33	140	23	139	3	137	38	135	52	133	52
♍	6	150	11	149	19	148	23	147	20	146	8	144	47	143	12
	12	157	41	157	1	156	19	155	29	154	38	153	36	153	24
	18	165	7	164	40	164	12	163	41	163	5	162	24	162	47
	24	172	34	172	21	172	6	171	51	171	33	171	12	170	49
	30	180	0	180	0	180	0	180	0	180	0	180	0	180	0

TABLA DE LAS ASCENSIONES EN UNA ESFERA OBLICUA

Eclíptica		Elevación del Polo													
		39		42		45		48		51		54		57	
		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.		Ascens.	
Sig.	º	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min	Unid	Min
♎	6	187	26	187	39	187	54	188	9	188	27	188	48	189	11
	12	194	53	195	19	195	48	196	19	196	55	197	36	198	23
	18	202	21	203	0	203	41	204	30	205	24	206	25	207	36
	24	209	49	210	41	211	37	212	40	213	52	215	13	216	48
	30	217	22	218	27	219	37	220	57	222	22	224	8	226	8
♏	6	224	56	226	14	227	38	229	12	231	1	233	4	235	29
	12	232	31	234	0	235	37	237	28	239	32	241	57	244	47
	18	240	4	241	44	243	35	245	40	248	2	250	47	254	2
	24	247	36	249	27	251	30	253	49	256	27	259	32	263	12
	30	255	6	257	6	259	21	261	52	264	47	268	10	272	14
♐	6	262	33	264	41	267	5	269	49	272	57	276	38	281	5
	12	269	50	272	6	274	38	277	31	280	50	284	45	289	32
	18	276	58	279	19	281	58	284	58	288	26	292	32	297	34
	24	283	54	286	18	289	0	292	5	295	39	299	53	305	5
	30	290	35	293	1	295	45	298	50	302	26	306	42	311	58
♑	6	297	0	299	24	302	6	305	11	308	45	312	59	318	11
	12	303	4	305	25	308	4	311	4	314	32	318	38	323	40
	18	308	52	311	8	313	40	316	33	319	52	323	47	328	34
	24	314	21	316	29	318	53	321	37	324	45	328	26	332	53
	30	319	30	321	30	323	45	326	19	329	11	332	34	336	38
♒	6	324	21	326	13	328	16	330	35	333	13	336	18	339	58
	12	329	0	330	40	332	31	334	36	336	58	339	43	342	58
	18	333	21	334	50	336	27	338	18	340	22	342	47	345	37
	24	337	30	338	48	340	3	341	46	343	35	345	38	348	3
	30	341	34	342	39	343	49	345	9	346	34	348	20	350	20
♓	6	345	29	346	21	237	17	348	20	349	32	350	53	352	28
	12	349	11	349	51	350	33	351	21	352	14	353	16	354	26
	18	352	50	353	16	353	45	354	16	354	52	355	33	356	20
	24	356	26	356	40	356	23	357	10	357	53	357	48	358	11
	30	360	0	360	0	360	0	360	0	360	0	360	0	360	0

TABLA DE LOS ANGULOS FORMADOS POR LA ECLIPTICA CON EL HORIZONTE

Eclíptica		Elevación del Polo														Eclíptica	
		39		42		45		48		51		54		57			
		Angulo		Angulo		Angulo		Angulo		Angulo		Angulo		Angulo			
Sig	o	o	'	o	'	o	'	o	'	o	'	o	'	o	'	o	Sig
♈	0	27	32	24	32	21	32	18	32	15	32	12	32	9	32	30	
	6	27	37	24	36	21	36	18	36	15	35	12	35	9	35	24	
	12	27	49	24	49	21	48	18	47	15	45	12	43	9	41	18	
	18	28	13	25	9	22	6	19	3	15	59	12	56	9	53	12	
	24	28	45	25	40	22	34	19	29	16	23	13	18	10	13	6	♓
	30	29	27	26	15	23	11	20	5	16	56	13	45	10	31	30	
♉	6	30	19	27	9	23	59	20	48	17	35	14	20	11	2	24	
	12	31	21	28	9	24	56	21	41	18	23	15	3	11	40	18	
	18	32	35	29	20	26	3	22	43	19	21	15	56	12	26	12	
	24	34	5	30	43	27	23	24	2	20	41	16	59	13	20	6	♒
	30	35	40	32	17	28	52	25	26	21	52	18	14	14	26	30	
♊	6	37	29	34	1	30	37	27	5	23	11	19	42	15	48	24	
	12	39	32	36	4	32	32	28	56	25	15	21	25	17	23	18	
	18	41	44	38	14	34	41	31	3	27	18	23	25	19	16	12	
	24	44	8	40	32	37	2	33	22	29	35	25	37	21	26	6	♑
	30	46	41	43	11	39	33	35	53	32	5	28	6	23	52	30	
♋	6	49	18	45	51	42	15	38	35	34	44	30	50	26	36	24	
	12	52	3	48	34	45	0	41	8	37	55	33	43	29	34	18	
	18	54	44	51	20	47	48	44	13	40	31	36	40	32	39	12	
	24	57	30	54	5	50	38	47	6	43	33	39	43	35	50	6	♐
	30	60	4	56	42	53	22	49	54	46	21	42	43	38	56	30	
♌	6	62	40	59	27	56	0	52	34	49	9	45	37	41	57	24	
	12	64	59	61	44	58	26	55	7	51	46	48	19	44	48	18	
	18	67	7	63	56	60	20	57	26	54	6	50	47	47	24	12	
	24	68	59	65	52	62	42	59	30	56	17	53	7	49	47	6	♏
	30	70	38	67	27	64	18	61	17	58	9	54	58	52	38	30	
♍	6	72	0	68	63	65	51	62	46	59	37	56	27	53	16	24	
	12	73	4	70	2	66	59	63	56	60	53	57	50	54	46	18	
	18	73	51	70	50	67	49	64	48	61	46	58	45	55	44	12	
	24	74	19	71	20	68	20	65	19	62	18	59	17	56	16	6	
	30	74	28	71	28	68	28	65	28	62	28	59	29	56	28	0	♎

Capítulo XI

77 SOBRE EL USO DE ESTAS TABLAS

(2) De lo ya demostrado se deduce el uso de estas tablas. Puesto que, conocido un grado del Sol, si tomáramos la ascensión recta y a ésta, por cada hora igual tomada desde mediodía, le añadiéramos quince «tempora», desechados los CCCLX grados del círculo entero si excedieran de ellos, lo que resulta mostrará el grado de la ascensión recta de la eclíptica que corresponde a la hora propuesta en medio del cielo. De igual modo, si hicieras lo mismo respecto a la ascensión oblicua de tu región, tendrás el grado del orto de la eclíptica para la hora tomada a partir de la salida del Sol. En cualquiera de las estrellas que están fuera del círculo de los signos [Zodíaco], de las cuales la ascensión recta se ha fijado (como demostramos más arriba), se dan por estas tablas los grados de la eclíptica que con ellas están en medio del cielo, a través de la misma ascensión recta a partir del principio de Aries, y también se da, a través de la ascensión oblicua de las mismas, el grado de la eclíptica que nace con ellas, además de que se muestran en las distintas zonas de las tablas las ascensiones y grados de la eclíptica. De igual modo, pero siempre por el lugar opuesto, se operará respecto al ocaso. Además, si a la ascensión recta, que está en medio del cielo, se añade un cuadrante de círculo, lo que de allí se calcula es la ascensión oblicua del orto. Por lo cual, a partir del grado de la mitad del cielo se da también el del orto y al revés.
(17) Sigue la tabla de los ángulos de la eclíptica con el horizonte, que son tomados por medio del grado del orto de la eclíptica; por los cuales se entiende a cuánto se eleva en el horizonte el nonagésimo grado de la eclíptica, lo que es necesario saber sobre todo en los eclipses Solares.

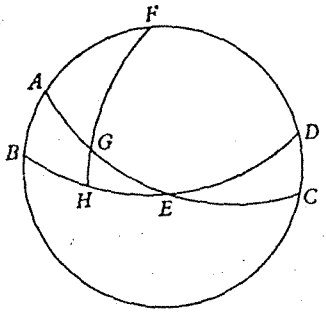
Capítulo XII

ACERCA DE LOS ÁNGULOS Y DE LOS ARCOS DE LOS CÍRCULOS QUE SE TRAZAN DESDE LOS POLOS DEL HORIZONTE AL CÍRCULO DE LA ECLÍPTICA

(24) Es preciso que expongamos la relación existente entre los án-

gulos y los arcos formados por la intersección de la eclíptica con los [arcos] que tienen el vértice en el horizonte; en los casos en que la altitud está por encima del horizonte. Aunque, más arriba ya se hizo una exposición acerca de la altitud meridiana del Sol, o de cualquier grado de la eclíptica que está en medio del cielo, y del ángulo de sección con el meridiano, siendo el círculo del meridiano uno de los que también pasan a través del vértice del horizonte. Ya precedió también el razonamiento acerca del ángulo del orto, cuyo complementario es aquel al que el cuadrante del círculo comprende por el vértice del horizonte con el orto de la eclíptica.

(32) Repetida la figura anterior, queda por tanto examinar las secciones medias, es decir, las intersecciones del círculo meridiano con los semicírculos de la eclíptica y del horizonte; tómese cualquier punto de la eclíptica entre el mediodía y el orto o el ocaso, por ejemplo sea éste G, por el cual desde el polo del horizonte F descienda el cuadrante del círculo FGH. Por lo tanto, en toda esa hora se conoce AGE, el arco de la eclíptica entre el meridiano y el horizonte, y AG por hipótesis; del mismo modo, también se da AF, a causa de ser conocida la altitud meridiana AB con el ángulo meridiano FAG, también se da FG por lo demostrado acerca de los triángulos esféricos, y la restante GH, altitud del punto G, con el ángulo FGA: lo que buscábamos.



(40) Todo eso, acerca de los ángulos y secciones con respecto a la eclíptica, lo tomamos en síntesis de Ptolomeo, refiriéndonos en 78
general a la tradición de los triángulos esféricos. Con lo que, si alguien quisiera ejercitarse, podría encontrar por sí mismo muchas más mediciones útiles además de éstas que hemos utilizado como ejemplo.

Capítulo XIII

DEL ORTO Y OCASO DE LOS ASTROS

(5) También parece depender de la revolución diaria el orto y el ocaso de los astros, no sólo el simple orto y ocaso de los que

acabamos de hablar, sino de qué manera se produce lo matutino y lo vespertino; lo cual, aunque acontece con el concurso de la revolución anual, sin embargo se hablará de ello aquí con más exactitud.

(9) Los matemáticos antiguos separan los verdaderos de los aparentes. Entre los verdaderos está la matutina salida del astro, cuando emerge al mismo tiempo el Sol, en cambio se produce un ocaso matutino cuando la estrella se pone al salir el Sol, porque todo el tiempo que media se le llamaba matutino. Por el contrario, el orto vespertino se produce cuando la estrella sale al ponerse el Sol, en cambio ocaso vespertino cuando el astro se pone al ponerse el Sol; pues también al tiempo que media se le llama vespertino, de la misma manera que queda establecido lo que sucede durante el día y aquello que sucede durante la noche. Entre los aparentes, el orto del astro matutino es cuando, en el alba y antes de la salida del Sol, se presenta para emerger y empieza a aparecer, pero ocaso matutino cuando la estrella parece ocultarse muy pronto, antes de que salga el Sol. El orto vespertino se produce cuando, en el crepúsculo, parece que va a salir primero el astro, y el ocaso vespertino cuando algún tiempo después de la puesta del Sol, el astro ya deja de aparecer, y con la llegada del Sol el astro se oculta, hasta que en la salida matutina aparezcan en el orden anterior.

(21) Todo esto acontece lo mismo con las estrellas fijas, incluso también con Saturno, Júpiter y Marte. En cambio, Venus y Mercurio realizan de otra manera el orto y el ocaso; en efecto, no anticipan [su ocaso] con la llegada del Sol como acontece con aquellos planetas [Saturno, Júpiter, Marte], ni son descubiertos con el alejamiento de éste [el Sol], sino que anticipándose se mezclan con el fulgor del Sol y se desvanecen. Aquellos, al hacer la salida vespertina y matutina no se obscurecen durante algún tiempo, de manera que pasan la noche casi con su propia luz; y éstos [Venus y Mercurio] se ocultan completamente desde el ocaso hasta el orto y no pueden ser vistos. Hay también otra diferencia, en aquéllos el orto y el ocaso matutinos verdaderos son anteriores a los aparentes, los vespertinos posteriores, además de que por la mañana preceden a la salida del Sol y por la tarde siguen a su ocaso. En cambio, en los planetas inferiores, la salida matutina y vespertina aparentes son posteriores a las verdaderas, pero los ocasos son anteriores.

(31) La manera según la cual se determinan [el orto y el ocaso], puede comprenderse por lo que se dijo más arriba, cuando expusimos la ascensión oblicua de cualquier astro que tenga una posición conocida y en coincidencia con qué grado de la eclíptica sale o

se pone; si entonces apareciera el Sol en ese grado o en su contrario, el astro realizará entonces un orto o un ocaso matutino o vespertino verdadero. De estos se diferencian los aparentes según la claridad y magnitud de cada estrella, de tal modo que las que brillan con mayor luz están menos tiempo obscurecidas por los rayos solares que aquellas que son más oscuras. Y los límites de aparición y ocultación se toman en arcos sub-horizonte de los círculos que pasan por los polos del horizonte, entre el mismo horizonte y el Sol. En las estrellas fijas de primera magnitud hay aproximadamente XII grados [de límite], para Saturno XI, para Júpiter X, para Marte XI y medio, para Venus cinco, para Mercurio X. Pero en todo [este período], en el que lo que queda de luz diurna cede ante la noche, que abarca el crepúsculo o el alba, hay XVIII grados del ya mencionado círculo, y cuando el Sol ha atravesado tales grados, también las estrellas menores empiezan a aparecer; y precisamente con esta distancia, algunos [astrónomos] toman un paralelo trazado por debajo del horizonte, al cual, mientras el Sol lo toca, dicen que amanece o que termina la noche. Así pues, sabiendo en qué grado de la eclíptica el astro sale o se pone, y conociendo en el mismo punto el ángulo de sección de la eclíptica con el horizonte, si entonces hubiéramos encontrado también entre el grado del orto y el Sol, tantos grados de la eclíptica cuántos sean suficientes y que conciernen a la profundidad del Sol en relación al horizonte, según los límites prescritos del astro propuesto, nosotros podremos decir que se produce su primera salida u ocultación. Pero lo que expusimos en la precedente demostración sobre la altitud del Sol respecto a la tierra, conviene también en todo su descenso bajo la tierra y no difiere de la otra posición; de qué modo los [astros] que se ponen en el hemisferio aparente, nacen en el oculto, y que son cosas inversas, es fácil de entender. Acerca del orto y ocaso de los astros y del movimiento cotidiano del globo terrestre es suficiente con lo dicho.

Capítulo XIIII

SOBRE LA BÚSQUEDA DE LA POSICIÓN DE LAS ESTRELLAS Y LA DESCRIPCIÓN CANÓNICA DE LAS ESTRELLAS FIJAS

(16) Después de haber expuesto el movimiento diario del globo

terrestre y sus consecuencias, ahora debían seguir las demostraciones del circuito anual. Pero, puesto que algunos matemáticos antiguos[18] juzgaron que los fenómenos de las estrellas no errantes antecedían, como lo primordial de este arte, juzgamos que se debía seguir esta decisión, porque entre los principios y las hipótesis habíamos supuesto que la esfera de las estrellas no errantes era inmóvil, alrededor de tal decisión se acumulaban los errores de todos los astros que se mueven.

(23) Pero, que nadie se admire porque hayamos aceptado este orden, habiendo estimado Ptolomeo en su Magna Construcción[19] que no podía realizarse la explicación de las estrellas fijas, si antes no precedían los conocimientos [de las posiciones] sobre el Sol y la Luna, y por tanto lo que atañe a las estrellas fijas pensó diferirlo a aquellos [conocimientos]; nosotros juzgamos que hay que oponerse a este juicio. Porque si entiendes los cálculos sobre los que se deduce el movimiento de la Luna y el Sol, la idea quizás se mantendría. En efecto, también el geómetra Menelao[20] determinó muchas estrellas y sus posiciones por medio de cálculos sobre las conjunciones lunares. Pero lo haremos mucho mejor si con la ayuda de instrumentos determinamos cualquier astro a través de las posiciones diligentemente examinadas del Sol y de la Luna, tal como mostraremos. También nos parece inútil el intento de aquellos que pensaron que podía delimitarse la magnitud del año solar a partir de los equinoccios o de los solsticios, y no a partir de las estrellas fijas; en lo cual nunca pudieron estar de acuerdo con nosotros, de tal manera que en ninguna parte la discrepancia fuera mayor. Esto lo había advertido Ptolomeo, quien habiendo considerado atentamente el año solar en su tiempo, no sin sospecha de
80 error que con el tiempo pudiera manifestarse, aconsejó a la posterioridad que se escrutase más tarde la ulterior certeza de este asunto. Así pues, nos pareció que es preciso saber, tal como mostramos en este libro, de qué modo, con la ayuda de instrumentos, se toman las posiciones del Sol y de la Luna, esto es, cuánto distan del equinoccio primaveral o de otros puntos cardinales del mundo, lo que nos proporcionará una serie de comodidades para escrutar los otros astros, con lo que incluso expondremos la esfera de las estrellas fijas entretejida de constelaciones y su representación.

(7) Pero, con qué instrumentos se podría tomar la distancia de los trópicos, la oblicuidad de la eclíptica y la inclinación de la esfera o la altitud del polo del ecuador, se expuso anteriormente. Del mismo modo podemos tomar cualquier otra altitud del Sol de

mediodía. Cuál sea la altitud, según su diferencia con respecto a la inclinación de la esfera, nos mostrará cuánto se inclina el Sol a partir del círculo equinoccial, y a través de esta declinación, se manifestará la posición del Sol al mediodía, tomada desde el equinoccio o desde el solsticio. El Sol parece atravesar aproximadamente un sólo grado en el espacio de XXIIII horas; II minutos y medio pasan por cada hora. De donde, en cualquier hora determinada se deducirá fácilmente su posición.

(16) Pero, para observar la posición de la Luna y de las estrellas fijas hay otro instrumento, al que Ptolomeo llama astrolabio[21]. Se fabrican dos órbitas circulares, o sea los márgenes cuadriláteros de las órbitas, de tal modo que las superficies de lados o caras planos, la cóncava y la convexa, estén orientadas hacia los ángulos rectos, iguales en todo y semejantes, que concuerden en magnitud, por supuesto que por un tamaño demasiado pequeño no se hagan menos manejables, teniendo en cuenta que la amplitud contribuye mejor que la pequeñez para dividirlo en grados. La anchura y su espesor sean como mínimo la trigésima parte del diámetro. Conéctense y pónganse en contacto juntos entre sí los ángulos rectos, coincidiendo entre sí los cóncavos y los convexos, como en la redondez de un sólo globo. Pero de ellos, uno obtenga el puesto de círculo de los signos, el otro el del que pasa por ambos polos (los llamaré equinoccial y de la eclíptica). Aquel círculo de los signos hay que dividirlo en partes iguales, en CCCLX a lo largo de los lados, según se suele hacer; los cuales se subdividirán a su vez según la capacidad del instrumento. También en el otro círculo (medidos los cuadrantes desde la eclíptica) señálense los polos de la propia eclíptica, y tomada la distancia desde éstos, según el módulo de oblicuidad de la eclíptica, anótense también los polos del círculo ecuatorial.

(31) Dispuestas así estas cosas, prepárense otras dos órbitas, construidas exactamente por los mismos polos de la eclíptica, en los cuales se moverán, una exterior y otra interior. Que éstos tengan igual grosor entre las dos superficies planas, pero la anchura de sus caras sea semejante a aquellos; colocados de tal modo que la superficie cóncava del mayor toque la convexa, y la convexidad del menor toque por todas partes la cóncava de la eclíptica, de modo que no se impida su giro, pero que dejen fácilmente pasar a la eclíptica con su meridiano, y a la vez libremente entre sí. Perforaremos con habilidad estas órbitas circulares en los polos de la eclíptica según su diámetro y colocaremos unos ejes, con los que se conecten y se puedan mover. Divídase también la órbita interior en

CCCLX partes iguales, de manera que en cada cuadrante salgan noventa hacia los polos.

81 (I) Además, en la cavidad de éste ha de ser colocado otro círculo, y este quinto círculo susceptible también de virar en el mismo plano, a cuyas superficies planas se fijan unos instrumentos [agujas con pínulas] que tengan posibilidad de pasar de una a otra parte, de acuerdo con el diámetro, y reflectores o espejillos, por donde la luz de la estrella pueda entrar y salir, tal como sucede en las dioptras[22], por el mismo diámetro de la órbita circular, al que también se han de ajustar ciertos resaltes o indicadores de números para observar las latitudes del círculo continente. Ha de añadirse un sexto círculo, que lo rodee por completo y sostenga el astrolabio suspendido en puntos de sujeción de los polos ecuatoriales, colocado en alguna columnilla y sostenido por ella, y levantado perpendicularmente al plano del horizonte; ajustados también los polos según la inclinación de la esfera, de modo que tenga un meridiano similar al natural y con respecto a éste muévase lo menos posible[23].

(II) Preparado así el instrumento, cuando queramos saber la posición de alguna estrella, hacia el atardecer, o sea cuando el Sol está a punto de irse, cuando ya tenemos ante la vista la Luna, ajustaremos el círculo exterior al grado de la eclíptica, en el que habremos determinado la posición del Sol en ese tiempo, conocido por los métodos precedentes, y giraremos la sección de las órbitas hacia el Sol, hasta que cada uno de ellos, me refiero a la eclíptica y a aquel círculo exterior que pasa a través de sus polos, se oscurezcan a sí mismos. Entonces giramos también el círculo interior hacia la Luna, y puesta la mirada en el plano de ella, donde veamos a la Luna bisecada desde el mismo plano o desde el opuesto, anotaremos la situación en la eclíptica del instrumento; esta será, pues, la situación de la Luna vista según la longitud. Porque sin ella no habría modo de captar las posiciones de las estrellas, puesto que entre todas es la única partícipe del día y de la noche. Después, al llegar la noche, cuando puede ser vista la estrella cuya posición buscamos, ajustaremos la órbita exterior a la posición de la Luna, por la cual, con respecto a la Luna, colocamos la posición del astrolabio, tal como hicimos con el Sol. Entonces viramos también el círculo interior hacia la estrella, hasta que ésta parezca tomar contacto con la parte plana de la órbita, y es vista a través de los espejillos, que están en el pequeño círculo interior. Y así tendremos averiguada la longitud con la latitud de la estrella. Mientras se hace todo esto, examínese con la mirada qué grado de la eclíptica está en mitad del

cielo, y a qué horas se ha llevado a cabo el experimento, y que conste en claro.

(29) Por ejemplo, Ptolomeo[24], en el año segundo del emperador Antonino Pío, en el noveno día de Pharmuthi, octavo mes de los Egipcios, queriendo observar en Alejandría, hacia el ocaso del Sol, la posición de la estrella que se llama Basiliscus o Régulo en el pecho de Leo, dispuesto ya el astrolabio hacia el ocaso del Sol, pasadas cinco horas equinocciales desde mediodía, cuando el Sol se encontraba a III grados y una veinticuatroaba parte de Piscis, al mover el círculo interior encuentra que la Luna sigue después [está al este] del Sol a XCII grados y un octavo; por lo que apareció entonces la posición de la Luna a V grados y una sexta parte de Géminis. Y después de media hora, cuando se cumplía la sexta a partir de mediodía y la estrella ya empezaba a aparecer, estando en mitad del cielo el cuarto grado de Géminis, viró el círculo exterior del instrumento hacia la ya tomada posición de la Luna. Continuando con el círculo interior, tomó la distancia de la estrella desde la Luna en LVII grados y una décima parte al este de los signos. Así pues, puesto que la Luna se descubría a partir del Sol poniente, como se ha dicho, a los XCII grados y una octava, los cuales determinan la posición de la Luna a V grados y un sexto de Géminis, pero era correcto que en la mitad del espacio de una hora [media hora] la Luna se había movido a través de un cuadrante de un sólo grado [un cuarto de grado], puesto que una porción horaria [una hora] en el movimiento lunar continuó más o menos medio 82
grado, pero a causa del paralaje en ese momento substractivo de la Luna debía haber sido un poco menor de un cuadrante, lo que fijó aproximadamente como una doceava parte: por lo tanto la Luna había estado a V grados y un tercio de Géminis. Pero, cuando hayamos tratado acerca de las conmutaciones [paralajes] lunares, aparecerá que no fue tanta la diferencia: de modo que puede quedar claro que la posición vista de la Luna excedía en más de un tercio o apenas menos de dos quintos los cinco grados de Géminis; añadidos a los cuales los LVII grados con una décima parte concluyen la posición de la estrella a II grados y medio de Leo, distante del solsticio de verano del Sol en XXXII grados y medio, con una latitud boreal de una sexta parte de grado. Esta era la posición de Basiliscus, a través de la cual estaba abierta la vía incluso para las demás estrellas no errantes. Esta observación de Ptolomeo fue hecha según el calendario romano en el año CXXXIX de Cristo, día XXIIII de Febrero, en el año primero de la Olimpíada CCXXIX.

(13) Pero aquel hombre, el más eminente de los matemáticos, anotó tantas posiciones como cada una de las estrellas había obtenido en ese tiempo del equinoccio de primavera, y expuso [catalogó] las constelaciones de animales celestes. Con lo que no ayudó *poco a este estudio nuestro* y nos relevó de una labor bastante ardua, de modo que quienes juzgamos que no son las posiciones de las estrellas las que cambian con el tiempo con respecto a los equinoccios, sino los equinoccios los que hay que referir a la esfera de las estrellas fijas, fácilmente podríamos deducir la descripción de los astros según cualquier otro principio inmutable. Así como pareció bien empezar desde Aries, como primer signo, y desde su primera estrella, la que está en su cabeza, así la misma configuración permanece siempre y absolutamente para las estrellas que brillan como fijas y en perpetua coherencia una vez captado su lugar. Están divididas por la admirable preocupación y maestría de los antiguos en XLVIII figuras, exceptuadas aquellas a las que siempre separaba el círculo de las ocultas desde el cuarto clima, aproximadamente por Rodas, y así quedaron estrellas informes [fuera de las figuras, de las constelaciones], como desconocidas para aquéllos. Y no por otra causa fueron las estrellas representadas en imágenes, según la opinión de Theón el Joven[25], en la exposición Aratea, a no ser para que tan gran multitud de ellas se distinguiera por partes, e individualmente pudieran ser designadas con algunas denominaciones, costumbre bastante antigua, puesto que leemos incluso en Hesíodo y Homero[26] que habían sido ya nombradas *Pleiades, Hyadas, Arcturo, Orión. En consecuencia,* en la descripción de éstas según la longitud, no utilizaremos doceavas partes [«dodekatemorías»], que se deducen de los equinoccios y de los giros, sino el simple y acostumbrado número de grados; por lo demás seguiremos a Ptolomeo, con pocas excepciones, en las que hayamos descubierto como alteradas o que son de otra manera[27]. En el siguiente libro enseñaremos hasta qué punto queda clara la distancia de ellas a aquellos puntos cardinales [puntos equinoccios...].

DESCRIPCION EN TABLAS DE LOS SIGNOS Y LAS ESTRELLAS[28] Y EN PRIMER LUGAR LAS QUE PERTENECEN A LA REGION SEPTENTRIONAL

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	′	°	′		
OSA MENOR O COLA DE PERRO						
En el extremo de la cola.	53	30	N.	66	0	3
Al este en la cola.	55	50	N.	70	0	4
En el comienzo de la cola.	69	20	N.	74	0	4
La que está más al Sur en el cuadrángulo al oeste.	83	0	N.	75	20	4
La del mismo lado que está más al norte.	87	0	N.	77	40	4
La más al Sur de las que están en el lado siguiente.	100	30	N.	72	40	2
La del mismo lado, que está más al Norte.	109	30	N.	74	50	2
Siete estrellas de las que 2 son de segunda magnitud, 1 de tercera, 4 de cuarta.						
Y una no agrupada que está más al Sur cerca de Cola de Perro en el lado siguiente en línea recta.	103	20	N.	71	10	4
OSA MAYOR A LA QUE LLAMAN «HELICE»						
La que está en el rostro.	78	40	N.	39	50	4
La que está al oeste en los ojos.	79	10	N.	43	0	5
Al este de ésta.	79	40	N.	43	0	5
De las dos que están en la frente la del oeste.	79	30	N.	47	10	5
La del este en la frente.	81	0	N.	47	0	5
La del oeste en la oreja derecha.	81	30	N.	50	30	5
De las dos que hay en el cuello, la del oeste.	85	50	N.	43	50	4
La del este.	92	50	N.	44	20	4
De las dos que hay en el pecho, la que está al Norte.	94	20	N.	44	0	4
La que está más al Sur.	93	20	N.	42	0	4
La que está en la rodilla izquierda anterior	89	0	N.	35	0	3
De las 2 que hay en el pie izquierdo, la que está al norte.	89	50	N.	29	0	3
La que está más al Sur.	88	40	N.	28	30	3
En la rodilla izquierda primera.	89	0	N.	36	0	4
La que está bajo la misma rodilla.	101	10	N.	33	30	4
La que está en el hombro.	104	0	N.	49	0	2
La que está en el vientre.	105	30	N.	44	30	2
La que está en el comienzo de la cola.	116	30	N.	51	0	3
En la pierna izquierda posterior.	117	20	N.	46	30	2
La del oeste de las 2 que hay en el pie izquierdo posterior.	106	0	N.	29	38	3
La del este a ésta.	107	30	N.	28	15	3
La que está en la cavidad izquierda.	115	0	N.	35	15	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
La del Norte de las dos que hay en el pie derecho posterior.	123	10	N.	25	50	3
La que está al Sur.	123	40	N.	25	0	3
La 1ª de las tres que hay en la cola desde su comienzo.	125	30	N.	53	30	2
La del medio de ellas.	131	20	N.	55	40	2
La última y en el extremo de la cola.	143	10	N.	54	0	2
27 estrellas de las que 6 son de 2ª magnitud, 8 de 3ª, 8 de 4ª y 5 de 5ª.						
Estrellas no agrupadas que están alrededor de «Hélice».						
Una hacia el sur, partiendo de la cola.	141	10	N.	39	45	3
Una más oscura y que precede a la anterior.	133	30	N.	41	20	5
Entre los pies anteriores de Osa y la cabeza de Leo.	98	20	N.	17	15	4
La más al Norte, partiendo de ésta.	96	40	N.	19	10	4
La última de las tres oscuras.	99	30	N.	20	0	oscura
La del oeste a ésta.	95	30	N.	22	45	oscura
La que está más al oeste.	94	30	N.	23	15	oscura
La que está entre los pies anteriores y Geminis.	100	20	N.	22	15	oscura
De las 8 no agrupadas: 1 de 3ª magnitud, 2 de 4ª, 1 de 5ª, 4 de oscuras.						
DRAGÓN						
La que está en la lengua.	200	0	N.	76	30	4
En la boca.	215	10	N.	78	30	4 mayor
Sobre el ojo.	216	30	N.	75	40	3
En la mejilla.	229	40	N.	75	20	4
Sobre la cabeza.	233	30	N.	75	30	3
La que está al norte en la 1ª inflexión del cuello.	258	40	N.	82	20	4
De esas mismas la que está al sur.	295	50	N.	78	15	4
La que está entre ellas.	262	10	N.	80	20	4
La más al este en la segunda vuelta.	282	50	N.	81	10	4
La del sur del lado del cuadrilatero del oeste.	331	20	N.	81	40	5
La del norte del mismo lado.	343	50	N.	80	15	4
Del lado siguiente, la del norte.	1	0	N.	78	50	4
Del mismo lado, la del sur.	346	10	N.	77	50	4
La del sur del triángulo de la 3ª vuelta.	4	0	N.	80	30	4
De las otras del rectángulo, la del oeste.	15	0	N.	81	40	5
La del este.	19	30	N.	80	15	5
De las 3 del triángulo, la del oeste.	66	20	N.	83	30	4
La del sur de las otras del mismo triángulo.	43	40	N.	83	30	4
La que está más al norte que las anteriores.	35	10	N.	84	50	4
De las 2 pequeñas, la que está al este del triángulo.	200	0	N.	87	30	6

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	′		°	′	
La del oeste de ellas.	195	0	N.	86	50	6
De las 3 en línea recta, la del sur.	152	30	N.	81	15	5
La del medio de las 3.	152	50	N.	83	0	5
De ellas la que está más al norte.	151	0	N.	84	50	3
De las 2 que después de éstas están hacia el ocaso, la que está más al norte.	153	20	N.	78	0	3
Más al Sur.	156	30	N.	74	40	1 mayor
De ahí, hacia el ocaso, en la vuelta de la cola.	156	0	N.	70	0	3
De las dos más distantes, la del oeste.	120	40	N.	64	40	4
La del este a ésa.	124	30	N.	65	30	3
La del este en la cola.	192	30	N.	61	15	3
En la punta (extremo) de la cola.	186	30	N.	56	15	3
31 estrellas, 8 de 3ª magnitud, 16 de 4ª, 5 de 5ª y 2 de 6ª.						
CEFEO						
En el pie derecho.	28	40	N.	75	40	4
En el pie izquierdo.	26	20	N.	64	15	4
En el lado derecho bajo el cinturón.	0	40	N.	71	10	4
La que está por encima del hombro derecho.	340	0	N.	69	0	3
La que toca la articulación derecha de la pierna.	332	40	N.	72	0	4
La del este a ésta, tocando la pierna.	333	20	N.	74	0	4
La que está en el pecho.	352	0	N.	65	30	5
En el brazo izquierdo.	1	0	N.	62	30	4 mayor
De las tres que están en la tiara, la austral.	339	40	N.	60	15	5
La del medio.	340	40	N.	61	15	4
La del norte de las tres.	342	20	N.	61	30	5
11 estrellas, 1 de 3ª magnitud, 7 de 4ª, 3 de 5ª.						
De las dos no agrupadas, la del oeste a la tiara.	337	0	N.	64	0	5
La del este.	344	40	N.	59	30	4
BOYERO O ARTOPHYLACIS						
La del oeste de las tres que hay en la mano derecha.	145	40	N.	58	40	5
La del medio de las tres, la más al sur.	147	30	N.	58	20	5
La del este de las tres.	149	0	N.	60	10	5
La que está en la articulación de la pierna izquierda	143	0	N.	54	40	5
En el hombro izquierdo.	163	0	N.	49	0	3
En la cabeza.	170	0	N.	53	50	4 mayor
En el hombro derecho.	179	0	N.	48	40	4
La más al sur de los dos que hay en la túnica.	179	0	N.	53	15	4
La que está más al norte en el extremo de la túnica.	178	20	N.	57	30	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
La que está el norte de las dos que hay bajo el hombro en la flecha.	181	0	N.	46	10	4 mayor
La más al sur de ellas.	181	50	N.	45	30	5
En el extremo de la mano derecha.	181	35	N.	41	20	5
La del oeste de las dos que hay en la palma de la mano.	180	0	N.	41	40	5
La del este.	180	20	N.	42	30	5
En el extremo de la manga de la túnica.	181	0	N.	40	20	5
En la pierna derecha.	173	20	N.	40	15	3
De las dos que hay en el cinturón, la del este	169	0	N.	41	40	4
La del oeste.	168	20	N.	42	10	4 mayor
La que está en el talón derecho.	178	40	N.	28	0	3
De las tres que hay en la pierna izquierda, la del norte.	164	40	N.	28	0	3
La del medio de las tres.	163	50	N.	26	30	4
La más al sur de ellas.	164	50	N.	25	0	4
22 estrellas, de las que 4 son de magnitud 3ª, 9 de 4ª y 9 de 5ª.						
1 no agrupada, entre las piernas, a la que llaman Arcturo.	170	20	N.	31	30	1
CORONA BOREAL						
La que brilla en la corona.	188	0	N.	44	30	2 mayor
La más al oeste de todas.	185	0	N.	46	10	4 mayor
La que está al este del norte.	185	10	N.	48	0	5
Al este más al norte.	193	0	N.	50	30	6
Al este de la que brille desde el sur.	191	30	N.	44	45	4
Al este, más cerca.	190	30	N.	44	50	4
Al este, la que le sigue más lejos.	194	40	N.	46	10	4
La más al este de todas en la corona.	195	0	N.	49	20	4
8 estrellas, de las que 1 es de magnitud 2ª, 5 de 4ª, 1 de 5ª, 1 de 6ª.						
EL ARRODILLADO O HÉRCULES						
En la cabeza.	221	0	N.	37	30	3
En la axila derecha.	207	0	N.	43	0	3
En el brazo derecho.	205	0	N.	40	10	3
En el costado derecho.	201	20	N.	37	10	4
En el hombro izquierdo.	220	0	N.	48	0	3
En el brazo izquierdo.	225	20	N.	49	30	4 mayor
En el costado izquierdo.	231	0	N.	42	0	4
Una de las tres que hay en la izquierda.	238	50	N.	52	50	4 mayor
De las dos que quedan, la del norte.	235	0	N.	54	0	4 mayor
La más al sur.	234	50	N.	53	0	4
En el lado derecho.	207	10	N.	56	10	3
En el lado izquierdo.	213	30	N.	53	30	4
En la nalga izquierda.	213	20	N.	56	10	5
En la salida de la misma pierna.	214	30	N.	58	30	5
De las tres que hay en la pierna izquierda, la del oeste.	217	20	N.	59	50	3
La del este a ésta.	218	40	N.	60	20	4
La tercera del este.	219	40	N.	61	15	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
En la rodilla izquierda.	237	10	N.	61	0	4
En la rabadilla.	225	30	N.	69	20	4
De las tres que hay en el pie izquierdo, la del oeste.	188	40	N.	70	15	6
La del medio de ellas.	220	10	N.	71	15	6
La del este de las tres.	223	0	N.	72	0	6
En la salida de la pierna derecha.	207	0	N.	60	15	4 mayor
La más al norte de la misma pierna.	198	50	N.	63	0	4
En la rodilla derecha.	189	0	N.	65	30	4 mayor
La más al sur de las dos que hay bajo la misma rodilla.	186	40	N.	63	40	4
La que está más al norte.	183	30	N.	64	15	4
En la tibia derecha.	184	30	N.	60	0	4
En el extremo del pie derecho, la misma que está en el extremo de la túnica de Boyero.	178	20	N.	57	30	4
Además de ésta, 28 estrellas, 6 de 3ª magnitud, 17 de 4ª, 2 de 5ª, 3 de 6ª.						
Una, no agrupada, la más al sur a partir del brazo derecho.	206	0	N.	38	10	5
LIRA						
Una brillante, a la que llaman Lyra o Fidicula.	250	40	N.	62	0	1
La más al norte de las dos que están a su lado.	253	40	N.	62	40	4 mayor
La que está más al sur.	253	40	N.	61	0	4 mayor
En medio del comienzo de los cuernos.	262	0	N.	60	0	4
De las dos que continuan hacia el orto, la del norte.	265	20	N.	61	20	4
La que está más al sur.	265	0	N.	60	20	4
De las dos al oeste en la unión, la del norte.	254	20	N.	56	10	3
La más al sur.	254	10	N.	55	0	4 menor
De las dos al este en el mismo grupo, la del norte.	257	30	N.	55	20	3
La que está más al sur.	258	20	N.	54	45	4 menor
De las 10 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 2 de 3ª, 7 de 4ª.						
CISNE O AVE						
En el pico.	267	50	N.	49	20	3
En la cabeza.	272	20	N.	50	30	5
En medio del cuello.	279	20	N.	54	30	4 mayor
En el pecho.	291	50	N.	56	20	3
La que luce en la cola.	302	30	N.	60	0	2
En la articulación del ala derecha.	282	40	N.	64	40	3
De las tres que hay en la planta derecha, la más al sur.	285	50	N.	69	40	4
La del medio.	284	30	N.	71	30	4 mayor
La última de las tres y en el extremo del ala.	310	0	N.	74	0	4 mayor

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
En el codo del ala izquierda.	294	10	N.	49	30	3
En medio de la misma ala.	298	10	N.	52	10	4 mayor
En el extremo de la misma.	300	0	N.	74	0	3
En el pie izquierdo.	303	20	N.	55	10	4 mayor
En la rodilla izquierda.	307	50	N.	57	0	4
La del oeste de las dos que hay en el pie derecho.	294	30	N.	64	0	4
La del este.	296	0	N.	64	30	4
Una más nebulosa, en la rodilla derecha.	305	30	N.	63	45	5
17 estrellas de las que hay 1 de 2ª magnitud, 5 de 3ª, 9 de 4ª, 2 de 5ª.						
Y dos no agrupadas alrededor de Cisne.						
La que está más al sur de las dos que hay bajo el ala izquierda.	306	0	N.	49	40	4
La que está más al norte.	307	10	N.	51	40	4
CASIOPEA						
En la cabeza.	1	10	N.	45	20	4
En el pecho.	4	10	N.	46	45	3 mayor
En el cinturón.	6	20	N.	47	50	4
Sobre la silla, junto a las piernas.	10	0	N.	49	0	3 mayor
Junto a las rodillas.	13	40	N.	45	30	3
En la pierna.	20	20	N.	47	45	4
En el extremo del pie.	355	0	N.	48	20	4
En el brazo izquierdo.	8	0	N.	44	20	4
En el cúbito izquierdo.	7	40	N.	45	0	5
En el cúbito derecho.	357	40	N.	50	0	6
En el pie de la silla.	8	20	N.	52	40	4
En medio del respaldo.	1	10	N.	51	40	3 menor
En el extremo.	27	10	N.	51	40	6
13 estrellas, de las que hay 4 de 3ª magnitud, 6 de 4ª, 1 de 5ª, 2 de 6ª.						
PERSEO						
Una nebulosa en el final de la mano derecha.	21	0	N.	40	30	nebulo
En el cúbito derecho.	24	30	N.	37	30	4
En el hombro derecho.	26	0	N.	34	30	4 menc
En el hombro izquierdo.	20	50	N.	32	20	4
En la cabeza como una nebula.	24	0	N.	34	30	4
En la escápula.	24	50	N.	31	10	4
La que brilla en el lado derecho.	28	10	N.	30	0	2
De las tres que hay en el mismo lado, la del oeste.	28	40	N.	27	30	4
La del medio.	30	20	N.	27	40	4
La que queda de las tres.	31	0	N.	27	30	3
En el codo izquierdo.	24	0	N.	27	0	4
La que brilla en la mano izquierda y en la cabeza de Medusa.	23	0	N.	23	0	2
La del este de la misma cabeza.	22	30	N.	21	0	4
La del oeste en la misma cabeza.	21	0	N.	21	0	4
La del oeste a ésta.	20	10	N.	22	15	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
En la rodilla derecha.	38	10	N.	28	15	4
La del oeste a ésta en la rodilla.	37	10	N.	28	10	4
De las dos que hay en el vientre, la del oeste.	35	40	N.	25	10	4
La del este.	37	20	N.	26	15	4
En el muslo derecho.	37	30	N.	24	30	5
En la pantorrilla derecha.	39	40	N.	28	45	5
En la pierna izquierda.	30	10	N.	21	40	4 mayor
En la rodilla izquierda.	32	0	N.	19	50	3
En la pierna izquierda.	31	40	N.	14	45	3 mayor
En el talón izquierdo.	24	30	N.	12	0	3 menor
En la parte más alta del pie izquierdo.	29	40	N.	11	0	3 mayor
26 estrellas, de las que 2 son de 2ª magnitud, 5 de 3ª, 16 de 4ª, 2 de 5ª, 1 nebulosa.						
No agrupados alrededor de Perseo						
La que mira al orto a partir de la rodilla izquierda.	34	10	N.	31	0	5
La que mira al norte a partir de la rodilla derecha.	38	20	N.	31	0	5
La que está delante de la cabeza de Medusa.	18	0	N.	20	40	oscura
De las 3 estrellas, 2 de 5ª magnitud, 1 oscura.						
EL COCHERO O EL AURIGA						
La más al sur de las dos que hay en la cabeza.	55	50	N.	30	0	4
La que está más al norte.	55	40	N.	30	50	4
La que brilla en el hombro izquierdo, a la que llaman Cabra.	78	20	N.	22	30	1
En el hombro derecho.	56	10	N.	20	0	2
En el codo derecho.	54	30	N.	15	15	4
En el ala derecha.	56	10	N.	13	30	4 mayor
En el codo izquierdo.	45	20	N.	20	40	4 mayor
La del oeste de las cabrillas.	45	30	N.	18	0	4 menor
En el ala izquierda de las cabrillas, la del este.	46	0	N.	18	0	4 mayor
En la pantorrilla izquierda.	53	10	N.	10	10	3 menor
En la pantorrilla derecha y en el extremo del cuerno de Tauro al N.	49	0	N.	5	0	3 mayor
En el tobillo.	49	20	N.	8	30	5
En la nalga.	49	40	N.	12	20	5
Una pequeña en el pie izquierdo.	24	0	N.	10	20	6
14 estrellas, de las cuales 1 de 1.ª magnitud, 1 de 2.ª, 2 de 3.ª, 7 de 4.ª, 2 de 5.ª, 1 de 6.ª.						
OFIUCO O SERPENTERIO						
En la cabeza.	228	10	N.	36	0	3
De las dos que hay en el hombro derecho, la del oeste.	231	20	N.	27	15	4 mayor

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
La del este.	232	20	N.	26	45	4
De las dos que hay en el hombro izquierdo, la del oeste.	216	40	N.	33	0	4
La del este.	218	0	N.	31	50	4
En el codo izquierdo.	211	40	N.	34	30	4
De las dos que hay en la mano izquierda, la del oeste.	208	20	N.	17	0	4
La del este.	209	20	N.	12	30	3
En el codo derecho.	220	0	N.	15	0	4
La del oeste en la mano derecha.	205	40	N.	18	40	4 menor
La del este.	207	40	N.	14	20	4
En la rodilla derecha.	224	30	N.	4	30	3
En la tibia.	227	0	N.	2	15	3 mayor
De las cuatro que hay en el pie derecho, la del oeste.	226	20	N.	2	15	4 mayor
La del este.	227	40	N.	1	30	4 mayor
Al este de la 3ª.	228	20	N.	0	20	4 mayor
La que queda al este.	229	10	N.	0	45	5 mayor
La que toca el talón.	229	30	N.	1	0	5
En la rodilla izquierda.	215	30	N.	11	50	3
De las tres que hay en la pierna izquierda, en línea recta la de N.	215	0	N.	5	20	5 mayor
La del medio.	214	0	N.	3	10	5
La de más al sur.	213	10	N.	1	40	5 mayor
En el talón izquierdo.	215	40	N.	0	40	5
La que toca la zapatilla del pie izquierdo.	214	0	N.	0	45	4
24 estrellas, de las que 5 son de 3ª magnitud, 13 de 4ª, 6 de 5ª.						
No agrupadas alrededor de Ofiuco.						
Desde el orto hacia el hombro derecho, la más al Norte de las 3.	235	20	N.	28	10	4
La del medio de las 3.	236	0	N.	26	20	4
La del sur de las tres.	233	40	N.	25	0	4
La que aquí sigue a las 3.	237	0	N.	27	0	4
Una, separada de las cuatro, hacia el norte.	238	0	N.	33	0	4
De las no agrupadas, todas son de cuarta magnitud.						
LA SERPIENTE DE OFIUCO						
En el cuadrilátero la que está en la mejilla.	192	10	N.	38	0	4
La que toca la nariz.	201	0	N.	40	0	4
En la sien.	197	40	N.	35	0	3
En la salida del cuello.	195	20	N.	34	15	3
La del medio del cuadrilátero y en la cara.	194	40	N.	37	15	4
A partir de la cabeza hacia el norte.	201	30	N.	42	30	4
En la primera vuelta del cuello.	195	0	N.	29	15	3
La más al norte de las tres que están al este.	198	10	N.	26	30	4
La del medio.	197	40	N.	25	20	3

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
La más al sur de las tres.	199	40	N.	24	0	3
La del oeste, de las dos que hay en la izquierda de Serpentario.	202	0	N.	16	30	4
La del este a esa, en la misma mano.	211	30	N.	16	15	5
La que está después del muslo derecho.	227	0	N.	10	30	4
La del norte, de las dos del este.	230	20	N.	8	30	4 mayor
La del norte.	231	10	N.	10	30	4
Detrás de la mano derecha en la inflexión de la cola.	237	0	N.	20	0	4
La del este en la cola.	242	0	N.	21	10	4 mayor
En la punta de la cola.	251	40	N.	27	0	4
18 estrellas, de las que 5 son de 3ª magnitud, 12 de 4ª y 1 de 5ª.						
SAGITA O FLECHA						
En la cúspide.	273	30	N.	39	20	4
De las tres que hay en la flecha, la del este.	270	0	N.	39	10	6
La mediana de ellas.	269	10	N.	39	50	5
La del oeste.	268	0	N.	39	0	5
En la muesca de atrás.	266	40	N.	38	45	5
5 estrellas, de las que 1 es de 4ª magnitud, 3 de 5ª, 1 de 6ª.						
AGUILA						
En medio de la cabeza.	270	30	N.	26	50	4
En el cuello.	268	10	N.	27	10	3
La que brilla en las espaldas, a la que llaman Aguila.	267	10	N.	29	10	2 mayor
La próxima a ésta, más al norte.	268	0	N.	30	0	3 menor
La del oeste, en el hombro izquierdo.	266	30	N.	31	30	3
La del este.	269	20	N.	31	30	5
La del oeste en el hombro derecho.	263	0	N.	28	40	5
La del este.	264	30	N.	26	40	5 mayor
La que toca el círculo lácteo, en la cola.	255	30	N.	26	30	3
9 estrellas, de las que 1 es de 2ª magnitud, 4 de 3ª, 1 de 4ª, 3 de 5ª.						
No agrupadas alrededor de Aguila.						
La del oeste, partiendo de la cabeza, al sur.	272	0	N.	21	40	3
La del este.	272	10	N.	29	10	3
Partiendo del hombro derecho hacia Africo.	259	20	N.	25	0	4 mayor
Hacia el sur.	261	30	N.	20	0	3
Más hacia el sur.	263	0	N.	15	30	5
La más al oeste de todas.	254	30	N.	18	10	3
6 no agrupadas, de las que 4 son de 3ª magnitud, 1 de 4ª y 1 de 5ª.						
DELFÍN						
De las tres que hay en la cola, la del oeste.	281	0	N.	29	10	3 menor
De las otras dos, la del oeste hacia	282	0	N.	29	0	4 menor

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	′		°	′	
La más al sur.	282	0	N.	26	40	4
La más al sur del lado al oeste en el romboide.	281	50	N.	32	0	3 menor
La más al norte del mismo lado.	283	30	N.	33	50	3 menor
La más al sur del lado siguiente.	284	40	N.	32	0	3 menor
La más al norte del mismo lado.	286	50	N.	33	10	3 menor
De los tres que hay entre la cola y el rombo, la más al sur.	280	50	N.	34	15	6
De las otras dos la del oeste hacia el norte.	280	50	N.	31	50	6
La del este.	282	20	N.	31	30	6
10 estrellas, 5 de 3ª magnitud, 2 de 4ª, 3 de 6ª.						
SECCIÓN DEL CABALLO						
De las dos que hay en la cabeza, la del oeste.	289	40	N.	20	30	oscura
La del este.	292	20	N.	20	40	oscura
La del oeste de las dos que hay en la cabeza.	289	40	N.	25	30	oscura
La del este.	291	0	N.	25	0	oscura.
4 estrellas, todas oscuras.						
CABALLO ALADO O PEGASO						
En la abertura de la boca.	298	40	N.	21	30	3 mayor
La que está más al N, de las dos más cercanas en la cabeza.	302	40	N.	16	50	3
La que está más al sur.	301	20	N.	16	0	4
La que está más al sur de las dos que hay en la crin.	314	40	N.	15	0	5
La que está más al norte.	313	50	N.	16	0	5
De las dos que hay en la cerviz, la del oeste.	312	10	N.	18	0	3
La del este.	313	50	N.	19	0	4
En el jarrete izquierdo.	305	40	N.	36	40	4 mayor
En la rodilla izquierda.	311	0	N.	34	15	4 mayor
En el jarrete derecho.	317	0	N.	41	10	4 mayor
La del oeste de las dos contiguas en el pecho.	319	30	N.	29	0	4
La del este.	320	20	N.	29	30	4
La del N de las dos que hay en la rodilla derecha.	322	20	N.	35	0	3
La del sur.	321	50	N.	24	30	5
La que está más al N de las 2 que hay en el cuerpo bajo el ala.	327	50	N.	25	40	4
La que está más al sur.	328	20	N.	25	0	4
En las espaldas y la juntura del ala.	350	0	N.	19	40	2 menor
En el hombro derecho y en la salida de la pata.	325	30	N.	31	0	2 menor
En el extremo del ala.	335	30	N.	12	30	2 menor

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
En el ombligo, una que también es común con la cabeza de Andromeda.	341	10	N.	26	0	2 menor
20 estrellas, 1 de 2ª magnitud, 1 de 3ª, 9 de 4ª, 3 de 5ª.						
ANDRÓMEDA						
La que está en la espalda.	348	40	N.	24	30	3
En el hombro derecho.	349	40	N.	27	0	4
En el hombro izquierdo.	347	10	N.	23	0	4
La más al sur de las tres que hay en el brazo derecho.	347	0	N.	32	0	4
La más al norte.	348	0	N.	33	30	4
La del medio de las tres.	348	20	N.	32	20	5
La más al S de las 3 que hay en la parte mayor de la mano derecha.	343	0	N.	41	0	4
La del medio de ellas.	344	0	N.	42	0	4
La más al norte.	345	30	N.	44	0	4
En el brazo izquierdo.	347	30	N.	17	30	4
En el codo izquierdo.	349	0	N.	15	50	3
La del sur de las tres que hay en el cinturón.	357	10	N.	25	20	3
La mediana.	355	10	N.	30	0	3
La del norte de las tes.	355	20	N.	32	30	3
En el pie izquierdo.	10	10	N.	23	0	3
En el pie derecho.	10	30	N.	37	20	4 mayor
La más al sur de ellas.	8	30	N.	35	20	4 mayor
La que está al norte, de las dos que hay bajo la cara.	5	40	N.	29	0	4
La que está al sur.	5	20	N.	28	0	4
En la rodilla derecha.	5	30	N.	35	30	5
La más al norte de las dos que hay en la túnica.	6	0	N.	34	30	5
La más al sur.	7	30	N.	32	30	5
La que sale de la mano derecha, no agrupada.	5	0	N.	44	0	3
23 estrellas, 7 de 3ª, 12 de 4ª, 4 de 5ª.						
TRIÁNGULO						
En el vértice del triángulo.	4	20	N.	16	30	3
De las 3 que hay en la base del triángulo, la del oeste.	9	20	N.	20	40	3
La del medio.	9	30	N.	20	20	4
De las tres, la de este.	10	10	N.	19	0	3
4 estrellas, 3 de 3ª magnitud, 1 de 4ª.						
Así pues, en esta región septentrional, hay en total 360 estrellas: 3 son de 1ª magnitud, 18 de 2ª, 81 de 3ª, 177 de 4ª, 58 de 5ª, 13 de 6ª, 1 nebulosa y 9 oscuras.						

DE LAS QUE ESTAN EN MEDIO Y ALREDEDOR DEL CIRCULO DEL ZODIACO

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
ARIES						
De las dos que hay en el cuerno la del oeste, que es la 1ª de todas.	0	0	N.	7	20	3 menor
La del este en los cuernos.	1	0	N.	8	20	3
De las dos que hay en la abertura de la boca, la del norte.	4	20	N.	7	40	5
La que está más al sur.	4	50	N.	6	0	5
En la cerviz.	9	50	N.	5	30	5
En la nariz.	10	50	N.	6	0	6
La que está en el principio de la cola.	14	40	N.	4	50	5
De las tres que hay en la cola, la del oeste.	17	10	N.	1	40	4
La del medio.	18	40	N.	2	30	4
La que está al este.	20	20	N.	1	50	4
En el muslo.	13	0	N.	1	10	5
En la corva.	11	20	N.	1	30	5
En el extremo del pie posterior.	8	10	N.	5	15	4 mayor
13 estrellas, de las que 2 son de 3ª magnitud, 4 de 4ª, 6 de 5ª, 1 de 6ª.						
No agrupadas alrededor de Aries.						
La que brilla sobre la cabeza.	3	50	N.	10	0	3 mayor
La más al sur sobre la espalda.	15	0	N.	10	10	4
La del norte de las otras tres pequeñas.	14	40	N.	12	40	5
La mediana.	13	0	N.	10	40	5
La del sur.	12	30	N.	10	40	5
5 estrellas, 1 de 3ª magnitud, 1 de 4ª, 5 de 5ª.						
TAURO						
La más al norte de las cuatro que hay en el corte.	19	40	sur	6	0	4
La después de esa.	19	20	sur	7	15	4
La tercera.	18	0	sur	8	30	4
La cuarta, la más al sur.	17	50	sur	9	15	4
En la articulación derecha.	23	0	sur	9	30	5
En el pecho.	27	0	sur	8	0	3
En la rodilla derecha.	30	0	sur	12	40	4
En el corvejón derecho.	26	20	sur	14	50	4
En la rodilla izquierda.	35	30	sur	10	0	4
En el corvejón izquierdo.	36	20	sur	13	30	4
De las cinco que hay en la cara, a las que llaman Succulas, la que está en la nariz.	32	0	sur	5	45	3 menor
Entre ésta y el ojo que está al norte.	33	40	sur	4	15	3 menor
Entre la misma y el ojo que está al sur.	34	10	sur	0	50	3 menor
La que brilla en el mismo ojo, llamada por los romanos Palilicium.	36	0	sur	5	10	1

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
En el ojo del norte.	35	10	sur	3	0	3 menor
La que está al sur entre el comienzo del cuerno y la oreja.	40	30	sur	4	0	4
La más al sur de las dos que hay en el mismo cuerno.	43	40	sur	5	0	4
La que está más al norte.	43	20	sur	3	30	5
En el extremo del mismo.	50	30	sur	2	30	3
La del norte en el comienzo del cuerno.	49	0	sur	4	0	4
En el extremo del mismo, y que está en el pie derecho de Cochero.	49	0	N.	5	0	3
De las dos que hay en la oreja del norte, la que está al norte.	35	20	N.	4	30	5
De esas, la más al sur.	35	0	N.	4	0	5
De las dos pequeñas que hay en la cerviz, la del oeste.	30	20	N.	0	40	5
La del este.	32	20	N.	1	0	6
La más al sur de las del oeste en el cuello del cuadrilátero.	31	20	N.	5	0	5
La más al norte del mismo lado.	32	10	N.	7	10	5
La más al sur del lado este.	35	20	N.	3	0	5
La más al norte de ese mismo lado.	35	0	N.	5	0	5
El término norte del lado al oeste de las Pleyades.	25	30	N.	4	30	5
Del mismo lado el término sur.	25	50	N.	4	40	5
El término más extremo del este de las Pleyades.	27	0	N.	5	20	5
La más pequeña de las Pleyades y cortadas por los extremos.	26	0	N.	3	0	5
32 estrellas, y además de la que está en el extremo del cuerno del norte, 1 es de 1ª magnitud, 6 de 3ª, 11 de 4ª, 13 de 5ª, 1 de 6ª.						
Las no agrupadas que están alrededor de Tauro.						
Entre el pie y la articulación de abajo.	18	20	sur	17	30	4
De las 3 que hay alrededor del cuerno del N, la del oeste.	43	20	sur	2	0	5
La del medio de las tres.	47	20	sur	1	45	5
La del este.	49	20	sur	2	0	5
De las 2 que hay en el extremo del mismo cuerno, la del norte.	52	20	sur	6	20	5
La del sur.	52	20	sur	7	40	5
De las 5 que hay en el cuerno del norte, la que va delante.	50	20	N.	2	40	5
La otra del este.	52	20	N.	1	0	5
La tercera del este.	54	20	N.	1	20	5
De las dos que quedan la que está al norte.	55	40	N.	3	20	5
La que está al sur.	56	40	N.	1	15	5
De las 11 estrellas no agrupadas, 1 de 4ª magnitud, 10 de 5ª.						

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
GÉMINIS						
En la cabeza al oeste de Géminis, Castor.	76	40	N.	9	30	2
Una roja en la cabeza al este de Géminis, Polux	79	50	N.	6	15	2
En el codo izquierdo del Gemelo del oeste.	70	0	N.	10	0	4
En el mismo brazo.	72	0	N.	7	20	4
En la espalda del mismo Gemelo.	75	20	N.	5	30	4
En el hombro derecho del mismo.	77	20	N.	4	50	4
En el hombro izquierdo del Gemelo del este.	80	0	N.	2	40	4
En el lado derecho del Gemelo del oeste.	75	0	N.	2	40	5
En el lado izquierdo del Gemelo del este.	76	30	N.	3	0	5
En la rodilla izquierda del Gemelo del oeste.	66	30	N.	1	30	3
En la rodilla izquierda del Gemelo del este.	71	35	sur	2	30	3
En la ingle izquierda del mismo.	75	0	sur	0	30	3
En la cavidad derecha del mismo.	74	40	sur	0	40	3
La del oeste en el pie del Gemelo del oeste.	60	0	sur	1	30	4 mayor
La del este en el mismo pie.	61	30	sur	1	15	4
En el extremo del pie del Gemelo del oeste.	63	30	sur	3	30	4
En la parte alta del pie del este.	65	20	sur	7	30	3
En la parte baja del mismo pie.	68	0	sur	10	30	4
18 estrellas, de las que 2 son de 2ª magnitud, 5 de 3ª, 9 de 4ª, 2 de 5ª.						
Estrellas no agrupadas alrededor de Géminis						
Una al oeste a partir de la parte alta del pie del Gemelo del oeste.	57	30	sur	0	40	4
Una que brilla al oeste de la rodilla del mismo.	59	50	N.	5	50	4 mayor
Una del oeste de la rodilla izquierda del Gemelo del este.	68	30	sur	2	15	5
De las tres del este, de la mano derecha del Gemelo del este, la del norte.	81	40	sur	1	20	5
La del medio.	79	40	sur	3	20	5
De las dos que hay alrededor del brazo derecho, la del sur.	79	20	sur	4	30	5
Una lúcida que va detrás de las tres.	84	0	sur	2	40	4
7 estrellas no agrupadas, 3 de magnitud 4ª y 4 de 5ª.						
CÁNCER						
Una nebulosa en medio del pecho que se llama Praesepe.	93	40	N.	0	40	nebulosa
De las dos al oeste del cuadrilátero, la más al norte.	91	0	N.	1	15	4 menor
La más al sur.	91	20	sur	1	10	4 menor
De las dos del este, a las que se llama Asnos, la más al norte.	93	40	N.	2	40	4 mayor
La Asinus al sur.	94	40	sur	0	10	4 mayor
En la pinza o brazo del sur.	99	50	sur	5	30	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
En el brazo del norte.	91	40	N.	11	50	4
En el extremo del pie del norte.	86	0	N.	1	0	5
En el extremo del pie del sur.	90	30	sur	7	30	4 mayor
De las 9 estrellas, 7 de 4.ª magnitud, 1 de 5.ª, 1 nebulosa.						
No agrupadas alrededor de Cáncer.						
Cheles, «Pinza» al sur sobre el codo.	103	0	sur	2	40	4 menor
Cheles, «Pinza» al este desde el extremo del mismo.	105	0	sur	5	40	4 menor
La del oeste de las dos sobre una nubecilla.	97	20	N.	4	50	5
La del este de la anterior.	100	20	N.	7	15	5
De las 4 no agrupadas, 2 de 4ª, 4 de 5ª.						
LEO						
En las narices.	101	40	N.	10	0	4
En la boca.	104	30	N.	7	30	4
De las dos que hay en la cabeza, la del norte.	107	40	N.	12	0	3
La del sur.	107	30	N.	9	30	3 mayor
De las tres que hay en la cerviz, la del norte.	113	30	N.	11	0	3
La del medio.	115	30	N.	8	30	2
De las tres, la del sur.	114	0	N.	4	30	3
En el corazón, la que llaman Basilisco o Regulo.	115	50	N.	0	10	1
De las dos que hay en el pecho, la del sur.	116	50	sur	1	50	4
La que está un poco al oeste de la que está en el corazón.	113	20	sur	0	15	5
En la rodilla derecha del oeste.	110	40	sur	0	0	5
En la muñeca derecha.	117	30	sur	3	40	6
En la rodilla izquierda anterior.	122	30	sur	4	10	4
En la muñeca izquierda.	115	50	sur	4	15	4
En la axila izquierda.	112	30	sur	0	10	4
De las tres que hay en el vientre, la del oeste.	120	20	N.	4	0	6
La más al norte de las dos del este.	126	20	N.	5	20	6
La que está más al sur.	125	40	N.	2	20	6
De las dos que hay en el lomo, la del oeste.	124	40	N.	12	15	5
La del este.	127	30	N.	13	40	2
De las dos que hay en la grupa, la más al norte.	127	40	N.	11	30	5
La más al sur.	129	40	N.	9	40	3
En el muslo posterior.	133	40	N.	5	50	3
En la cavidad.	135	0	N.	1	15	4
En el codo posterior.	135	0	sur	0	50	4
En el pie posterior.	134	0	sur	3	0	5
En el extremo de la cola.	137	50	N.	11	50	1 menor
De las 27 estrellas, 2 de la 1ª magnitud, 2 de 2ª, 6 de 3ª, 8 de 4ª, 5 de 5ª, 4 de 6ª.						

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
No agrupadas alrededor de Leo.						
De las dos que hay sobre la espalda, la del oeste.	119	20	N.	13	20	5
La del este.	121	30	N.	15	30	5
De las tres que hay bajo el vientre la del norte.	129	50	N.	1	10	4 menor
La del medio.	130	30	sur	0	30	5
La más al sur de las tres.	132	20	sur	2	40	5
Entre los extremos de Leo y de Osa, de involución nebulosa, una cola que llaman cabellera de Berenice, que está más al norte.	138	10	N.	30	0	luminosa
De las dos del sur, la que está al oeste.	133	50	N.	25	0	oscura
La del este en figura de hoja de hiedra.	141	50	N.	25	30	oscura
De las 8 no agrupadas, 1 de 4ª magnitud, 4 de 5ª, 1 luminosa, 2 oscuras.						
VIRGO						
De las dos que hay en lo alto de la cabeza, la del oeste más al sur.	139	40	N.	4	15	5
La del este más al norte.	140	20	N.	5	40	5
De las dos que hay en la cara, la del norte.	144	0	N.	8	0	5
La del sur.	143	30	N.	5	30	5
En el extremo del ala izquierda y al sur.	142	20	N.	6	0	3
De las 4 que hay en el ala izquierda, la del oeste.	151	35	N.	1	10	3
La otra del este.	156	30	N.	2	50	3
La tercera.	160	30	N.	2	50	5
La del este, la última de las cuatro.	164	20	N.	1	40	4
En el costado derecho, bajo el cinturón.	157	40	N.	8	30	3
La del oeste, de las 3 que hay en el ala derecha del norte.	151	30	N.	13	50	5
De las otras dos, la del sur.	153	30	N.	11	40	6
De ellas, la del norte, la llamada Vindemiator.	155	30	N.	15	10	3 mayor
En la mano izquierda la que se llama Spica.	170	0	N.	2	0	1
Bajo el cinturón y en la nalga derecha.	168	10	N.	8	40	3
En el muslo izquierdo, de las del oeste del cuadrilátero, la más al N.	169	40	N.	2	20	5
La más al sur.	170	20	N.	0	10	6
De las dos del este, la del norte.	173	20	N.	1	30	4
La del sur.	171	20	N.	0	20	5
En la rodilla izquierda.	175	0	N.	1	30	5
En el final del muslo derecho.	171	20	N.	8	30	5
En la túnica, la que está en el medio.	180	0	N.	7	30	4
La que está al sur.	180	40	N.	2	40	4
La que está al norte.	181	40	N.	11	40	4
En el pie izquierdo, la que está al sur.	183	20	N.	0	30	4
En el pie derecho, la que está al norte.	186	0	N.	9	50	3
De las 26 estrellas, 1 de 1ª, 7 de 3ª, 6 de 4ª, 10 de 5ª, 2 de 6ª.						

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS.	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
No agrupadas alrededor de Virgo.						
En el brazo izquierdo, la del oeste de las tres.	158	0	sur	3	30	5
La del medio.	162	20	sur	3	30	5
La del este.	165	35	sur	3	20	5
De las 3 que hay bajo Spica en línea recta, la del oeste.	170	30	sur	7	20	6
La del medio, que es doble.	171	30	sur	8	20	5
La del este de las tres.	173	20	sur	7	50	6
De las 6 no agrupadas, 4 de 5ª, 2 de 6ª.						
LIBRA						
De las dos que hay en la pinza extrema al sur, la que brilla.	191	20	N.	0	40	2 mayor
La más oscura, al norte.	190	20	N.	2	30	5
De las dos que hay en la pinza extrema al norte, la que brilla.	195	30	N.	8	30	2
La más oscura al oeste de ésta.	191	0	N.	8	30	5
En medio de la pinza del sur.	197	20	N.	1	40	4
En la misma, la del oeste.	194	40	N.	1	15	4
En la pinza que está en el medio, al norte.	200	50	N.	3	45	4
En la misma, la del este.	206	20	N.	4	30	4
8 estrellas, de las que 2 son de 2ª magnitud, 4 de 4ª, 2 de 5ª.						
No agrupadas alrededor de Cheles, «Libra».						
De las 3 que hay hacia el norte desde Cheles, la del oeste.	199	30	N.	9	0	5
De las dos del este, la del sur.	207	0	N.	6	40	4
La del norte, de ellas.	207	40	N.	9	15	4
De las tres que hay entre las Cheles, la del este.	205	50	N.	5	30	6
La del norte, de las dos del oeste.	203	40	N.	2	0	4
La del sur.	204	30	N.	1	30	5
De las tres que hay bajo la pinza del sur, la del oeste.	196	20	sur	7	30	3
De las otras dos del este, la del norte.	204	30	sur	8	10	4
La del sur.	205	20	sur	9	40	4
De las 9 no agrupadas, 1 de 3ª magnitud, 5 de 4ª, 2 de 5ª, 1 de 6ª.						
ESCORPIÓN						
De las tres que brillan en la frente, la del norte.	209	40	N.	1	20	3 mayor
La del medio.	209	0	sur	1	40	3
La del sur de las tres.	209	0	sur	5	0	3
La que está más al sur y en el pie.	209	20	sur	7	50	3

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
De las dos que están juntas, la que brilla al norte.	210	20	N.	1	40	4
La del sur.	210	40	N.	0	30	4
De las tres que brillan en el cuerpo, la del oeste.	214	0	sur	3	45	3
La que brilla en el medio, a la que llaman Antares.	216	0	sur	4	0	2 mayor
De las tres, la del este.	217	50	sur	5	30	3
De las dos que hay en la última concavidad la del oeste.	212	40	sur	6	10	5
La del este.	213	50	sur	6	40	5
En el primer segmento del cuerpo.	221	50	sur	11	0	3
En el segundo segmento.	222	10	sur	15	0	4
En el tercero, la doble del norte.	223	20	sur	18	40	4
La doble del sur.	223	30	sur	18	0	3
En el cuarto segmento.	226	30	sur	19	30	3
En el quinto segmento.	231	30	sur	18	50	3
En el sexto segmento.	233	50	sur	16	40	3
En el séptimo, que está próximo al aguijón.	232	20	sur	15	10	3
En el mismo aguijón, de las dos, la del este.	230	50	sur	13	20	3
La del oeste.	230	20	sur	13	30	4
21 estrellas, de las que 1 es de 2ª magnitud, 13 de 3ª, 5 de 4ª, 2 de 5ª.						
Agrupadas alrededor de Escorpión.						
Una nebulosa al este del aguijón.	234	30	sur	13	15	nebulosa
De las dos que van desde el aguijón hacia el norte, la del oeste.	228	50	sur	6	10	5
La del este.	232	50	sur	4	10	5
De las 3 no agrupadas, 2 de 5ª magnitud, 1 nebulosa.						
SAGITARIO						
En la cúspide de la flecha.	237	50	sur	6	30	3
En el mango de la mano izquierda.	241	0	sur	6	30	3
En la parte del sur del arco.	241	20	sur	10	50	3
De las dos que hay en la del norte, la más al sur.	242	20	sur	1	30	3
Más al norte, en la extremidad del arco.	240	0	N.	2	50	4
En el hombro izquierdo.	248	40	sur	3	10	3
La que antecede a ésta en el dardo.	246	20	sur	3	50	4
Una doble nebulosa en el ojo.	248	30	N.	0	45	nebulosa
De las tres que hay en la cabeza, la del oeste.	249	0	N.	2	10	4
La del medio.	251	0	N.	1	30	4 mayor
La del este.	252	30	N.	2	0	4
En el contacto norte de las tres, la más al sur.	254	40	N.	2	50	4
La del medio.	255	40	N.	4	30	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
De las tres, la del norte.	256	10	N.	6	30	4
Una oscura que sigue a las tres.	259	0	N.	5	30	6
De las dos que hay en el contacto sur, la del norte.	262	50	N.	5	50	5
La del sur.	261	0	N.	2	0	6
En el hombro derecho.	255	40	sur	1	50	5
En el codo derecho.	258	10	sur	2	50	5
En la espalda.	253	20	sur	2	30	5
En la articulación.	251	0	sur	4	30	4 mayor
Bajo la axila.	249	0	sur	6	45	3
En el primer jarrete izquierdo.	251	0	sur	23	0	2
En la rodilla de la primera pierna.	250	20	sur	18	0	2
En el primer jarrete derecho.	240	0	sur	13	0	3
En la espalda derecha.	260	40	sur	13	30	3
En la rodilla derecha.	260	0	sur	20	10	3
En la salida de la cola, de las cuatro del lado del norte, la del oeste.	261	10	sur	4	50	5
Del mismo lado, la del este.	261	10	sur	4	50	5
Del mismo lado del sur, la del oeste.	261	50	sur	5	50	5
De ese lado, la del este.	263	0	sur	6	30	5
31 estrellas, de las que 2 son de 2ª magnitud, 9 de 3ª, 9 de 4ª, 8 de 5ª, 2 de 6ª, 1 nebulosa.						
CAPRICORNIO						
De las tres que hay en el cuerno del oeste, la del norte.	270	40	N.	7	30	3
La del pecho.	271	0	N.	6	40	6
De las tres, la del sur.	270	40	N.	5	0	3
En el extremo del cuerno del este.	272	20	N.	8	0	6
De las tres que hay en la boca, la del sur.	272	20	N.	0	45	6
De las otras dos, la del oeste.	272	0	N.	1	45	6
La del este.	272	10	N.	1	30	6
Bajo el ojo derecho.	270	30	N.	0	40	5
De las dos que hay en la cerviz, la del norte.	275	0	N.	4	50	6
La del sur.	275	10	sur	0	50	5
En la rodilla derecha.	274	10	sur	6	30	4
En la rodilla izquierda.	275	0	sur	8	40	4
En el hombro izquierdo.	280	0	sur	7	40	4
Bajo el vientre, de las dos contiguas, la del oeste.	283	30	sur	6	50	4
La del este.	283	40	sur	6	0	5
De las tres que hay en la mitad del cuerpo, la del este.	282	0	sur	4	15	5
De las dos del oeste, la del sur.	280	0	sur	4	0	5
De ellas, la del norte.	280	0	sur	2	50	5
De las dos que hay en la espalda, la del oeste.	280	0	sur	0	0	4
La del este.	284	20	sur	0	50	4
De las dos que hay en la espalda del sur, la del oeste.		40	sur	4	45	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
La del este.	288	20	sur	4	30	4
De las dos que hay en la salida de la cola, la del oeste.	288	10	sur	2	10	3
La del este.	289	40	sur	2	0	3
De las 4 que hay en la parte norte de la cola, la del oeste.	290	10	sur	2	20	4
De las otras tres, la del sur.	292	0	sur	5	0	5
La del medio.	291	0	sur	2	50	5
La del norte que está en el extremo de la cola.	292	0	N.	4	20	5
28 estrellas, de las que 4 son de 3ª magnitud, 9 de 4ª, 9 de 5ª, 6 de 6ª.						
ACUARIO						
En la cabeza.	293	40	N.	15	45	5
Una que es más clara.	299	44	N.	11	0	3
Una que es más oscura.	298	30	N.	9	40	5
En el hombro izquierdo.	290	0	N.	8	50	3
Bajo la axila.	290	40	N.	6	15	5
De las 3 que hay bajo la mano izquierda en el vestido, la del este.	280	0	N.	5	30	3
La del medio.	279	30	N.	8	0	4
La del oeste de las tres.	278	0	N.	8	30	3
En el codo derecho.	302	50	N.	8	45	3
En la mano derecha, la que está al norte.	303	0	N.	10	45	3
De las dos del sur, la del oeste.	305	20	N.	9	0	3
La del este.	306	40	N.	8	30	3
En el muslo derecho, de las dos cercanas, la del oeste.	299	30	N.	3	0	4
La del este.	300	20	N.	2	10	5
En la nalga derecha.	302	0	sur	0	50	4
De las dos que hay en la nalga izquierda, la del sur.	295	0	sur	1	40	4
La más al norte.	295	30	N.	4	0	6
En la tibia derecha, la del sur.	305	0	sur	7	30	3
La del norte.	304	40	sur	5	0	4
En la pierna izquierda.	301	0	sur	5	40	5
En la tibia izquierda, de las dos, la del sur.	300	40	sur	10	0	5
La que hay al norte, bajo la rodilla.	302	10	sur	9	0	5
En la salida del agua, de la mano primera.	303	20	N.	2	0	4
La del este más al sur.	308	10	N.	0	10	4
La del este en la primera curva del agua.	311	0	sur	1	10	4
La del este a ésta.	313	20	sur	0	30	4
En la otra curva del sur.	313	50	sur	1	40	4
De las dos al este, la del norte.	312	30	sur	3	30	4
La del sur.	312	50	sur	4	10	4
Apartada hacia el sur.	314	10	sur	8	15	5
Después de ésta, de las dos que hay juntas, la del oeste.	316	0	sur	11	0	5
La del este.	316	30	sur	10	50	5
De las dos que hay en la 3ª curva del agua, la del norte.	315	0	sur	14	0	5

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
La del medio.	316	0	sur	14	45	5
De las tres, la del este.	316	30	sur	15	40	5
De las tres al este, con similar formación, la del norte.	310	20	sur	14	10	4
La del medio.	310	50	sur	15	0	4
De las tres, la del sur.	311	40	sur	15	45	4
De las tres que hay en la última inflexión, la del oeste.	305	10	sur	14	50	4
De las dos al este, la del sur.	306	0	sur	15	20	4
La del norte.	306	30	sur	14	0	4
La última en el agua y en la boca del pez del sur.	300	20	sur	23	0	1
42 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 9 de 3ª, 18 de 4ª, 13 de 5ª, 1 de 6ª.						
No agrupadas alrededor de Acuario.						
De las dos al este del curso del agua, la del oeste.	320	0	sur	15	30	4
De las otras dos, la del norte.	323	0	sur	14	20	4
De ellas, la del sur.	322	20	sur	18	15	4
3 estrellas mayores que la 4.ª magnitud.						
PISCIS						
En la boca del pez que está al oeste.	315	0	N.	19	15	4
De las dos que hay en la cabeza, la del sur.	317	30	N.	7	30	4 mayor
La del norte.	321	30	N.	9	30	4
De las dos que hay en la espalda, la del oeste.	319	20	N.	9	20	4
La del este.	324	0	N.	7	30	4
En la espalda, la del oeste.	319	20	N.	4	30	4
La del este.	323	0	N.	2	30	4
En la cola del mismo pez.	329	20	N.	6	20	4
En su red, la primera desde la cola.	334	20	N.	5	45	6
La del este.	336	20	N.	2	45	6
De las tres brillantes que hay detrás de éstas, la del oeste.	340	30	N.	2	15	4
La del medio.	343	50	N.	1	10	4
La del este.	346	20	sur	1	20	4
De las dos pequeñas que hay en la curva, la del norte.	345	40	sur	2	0	6
La del sur.	346	20	sur	5	0	6
De las 3 que hay al oeste de la inflexión, la del oeste.	350	20	sur	2	20	4
La del medio.	352	0	sur	4	40	4
La del este.	354	0	sur	7	45	4
En la unión de ambas redes.	356	0	sur	8	30	3
En la red del norte, desde la unión, la del oeste.	354	0	sur	4	20	4
Después de ésta, de las tres, la del sur.	353	30	N.	1	30	5

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
La del medio.	353	40	N.	5	20	3
De las tres, la del norte, y última en la red.	353	50	N.	9	0	4
AL ESTE DE PISCIS						
De las dos que hay en la boca, la del norte.	355	20	N.	21	45	5
La del sur.	355	0	N.	21	30	5
De las tres pequeñas que hay en la cabeza, la del este.	352	0	N.	20	0	6
La del medio.	351	0	N.	19	50	6
De las tres, la del oeste.	350	20	N.	23	0	6
En la espina del sur, de las tres, la del oeste, cerca del codo izqdo. de Andrómeda.	349	0	N.	14	20	4
La del medio.	349	40	N.	13	0	4
De las tres, la del este.	351	0	N.	12	0	4
De las dos que hay en el vientre, la que está al norte.	355	30	N.	17	0	4
La que está más al sur.	352	40	N.	15	20	4
En la espina al este, cerca de la cola.	353	20	N.	11	45	4
34 estrellas, 2 de 3ª magnitud; 22 de 4ª, 3 de 5ª, 7 de 6ª.						
Estrellas no agrupadas que hay alrededor de Piscis.						
En el cuadrilátero, bajo el pez que está delante, al oeste en el lado del norte.	324	30	sur	2	40	4
La del este.	325	35	sur	2	30	4
La del oeste en el lado del sur.	324	0	sur	5	50	4
La del este.	325	40	sur	5	30	4
4 no agrupadas de 4ª magnitud.						

Por tanto, hay 346 estrellas en el Zodíaco. Así, son: 5 de 1ª magnitud, 9 de 2ª, 64 de 3ª, 133 de 4ª, 105 de 5ª, 27 de 6ª, 3 nebulosas, y además de éstas, Coma, la que más arriba dijimos que se llamaba, según el matemático Conón, «Cabellera de Berenice».

LAS QUE ESTAN EN LA REGION AUSTRAL

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
BALLENA						
En el extremo de la nariz.	11	0	N.	7	45	4
De las tres de la mandíbula, la del este.	11	0	N.	11	20	3
La del medio, en medio de la cara.	6	0	N.	11	30	3
La del oeste, de las tres de la mejilla.	3	50	N.	14	0	3
En el ojo.	4	0	N.	8	10	4
En la barba, la del norte.	5	30	N.	6	20	4
La del oeste de ella.	1	0	N.	4	10	4
De las cuatro del oeste en el pecho, la del norte.	355	20	N.	24	30	4
La del sur.	356	40	N.	28	0	4
De las del este, la del norte.	0	0	N.	25	10	4
La del sur.	0	20	N.	27	30	3
De las tres que hay en el cuerpo, la del medio.	345	20	N.	25	20	3
La del sur.	346	20	N.	30	30	4
De las tres, la del norte.	348	20	N	20	0	3
De las dos que hay junto a la cola, la del este.	343	0	N.	15	20	3
La del oeste.	338	20	N.	15	40	3
Del cuadrilátero de las del este en la cola, la del norte.	335	0	N.	11	40	5
La del sur.	334	0	N.	13	40	5
De las otras del oeste, la del norte.	332	40	N.	13	0	5
La del sur.	332	20	N.	14	0	5
En la extremidad septentrional de la cola.	327	40	N.	9	30	3
En la extremidad austral de la cola.	329	0	N.	20	20	3
22 estrellas, de las que 10 son de 3ª magnitud, 8 de 4ª, 4 de 5ª.						
ORIÓN						
Una nebulosa en la cabeza.	50	20	N.	16	30	nebulosa
Una brillante y rojiza en el hombro derecho.	55	20	N.	17	0	1
En el hombro izquierdo.	43	40	N.	17	30	2 mayor
La del este a ésta.	48	20	N.	18	0	4 menor
En el codo derecho.	57	40	N.	14	30	4
En el antebrazo derecho.	59	40	N.	11	50	6
De las 4 del sur que hay en la mano derecha, la del este.	59	50	N.	10	40	4
La del oeste.	59	20	N.	9	45	4
Del lado del norte, la del este.	60	40	N.	8	15	6
Del mismo lado la del oeste.	59	0	N.	8	15	6
De las dos de la túnica, la del oeste.	55	0	N.	3	45	5
La del este.	57	40	N.	3	15	5
De las 4 que hay en línea recta en la espalda, la del este.	50	50	N.	19	40	4
La del oeste en segundo lugar.	49	40	N.	20	0	6
La del oeste en tercer lugar.	48	40	N.	20	20	6

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
La del oeste en cuarto lugar.	47	30	N.	20	30	5
En el escudo, la más al norte de las nueve.	43	50	sur	8	0	4
La segunda.	42	40	sur	8	10	4
La tercera.	41	20	sur	10	15	4
La cuarta.	39	40	sur	12	50	4
La quinta.	38	30	sur	14	15	4
La sexta.	37	50	sur	15	50	3
La séptima.	38	10	sur	17	10	3
La octava.	38	40	sur	20	20	3
De ellas, la del oeste, la más al sur.	39	40	sur	21	30	3
De las tres que brillan en el cinturón, la del oeste.	48	40	sur	24	10	2
La del medio.	50	40	sur	24	50	2
De las tres, la del este en línea recta.	52	40	sur	25	30	2
En la empuñadura de la espada.	47	10	sur	25	50	3
De las tres de la espada, la del norte.	50	10	sur	28	40	4
La del medio.	50	0	sur	29	30	3
La del sur.	50	20	sur	29	50	3 menor
De las dos del extremo de la espada, la del este.	51	0	sur	30	30	4
La del oeste.	49	30	sur	30	50	4
Una clara y común con Fluvio en el pie izquierdo.	42	30	sur	31	30	1
En la tibia izquierda.	44	20	sur	30	15	4 mayor
En el talón.	46	40	sur	31	10	4
En la rodilla derecha.	53	30	sur	33	30	3
38 estrellas, 2 de 1ª magnitud, 4 de 2ª, 8 de 3ª, 15 de 4ª, 3 de 5ª, 5 de 6ª y 1 nebulosa.						
FLUVIO						
Una que hay en el principio de Fluvio, partiendo del pie izq. de Orion.	41	40	sur	31	50	4
En la curva, junto a la pierna de Orion, la más al norte.	42	10	sur	28	15	4
De las dos que hay al este de ésta, la del este.	41	20	sur	29	50	4
La del oeste.	38	0	sur	28	15	4
La del este de esas dos.	36	30	sur	25	15	4
La del oeste.	33	30	sur	25	20	4
De las tres que hay al este de éstas, la del este.	29	40	sur	26	0	4
La del medio.	29	0	sur	27	0	4
La del oeste de las tres.	26	10	sur	27	50	4
De las cuatro que hay al este de un intervalo, la del este.	20	20	sur	32	50	3
La del oeste a ésta.	18	0	sur	31	0	4
La del oeste en tercer lugar.	17	30	sur	28	50	3
La cuarta, la del oeste a todas.	15	30	sur	28	0	3
Otra vez, del mismo modo, la del este de las cuatro.	10	30	sur	25	30	3
La del oeste de ésta.	8	10	sur	23	50	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
Más al oeste de ésta.	5	30	sur	23	10	3
La cuarta, la del oeste a ésas.	3	50	sur	23	15	4
Una que en la vuelta de Fluvio, toca el pecho de Ballena.	358	30	sur	32	10	4
Al este de ésta.	359	10	sur	34	50	4
De las tres al este, la del oeste.	2	10	sur	38	30	4
La del medio.	7	10	sur	38	10	4
De las tres, la del este.	10	50	sur	39	0	5
De las 2 al oeste en el cuadrilátero, la del norte.	14	40	sur	41	30	4
La del sur.	14	50	sur	42	30	4
Del lado al este, la del oeste.	15	30	sur	43	20	4
La del este, de esas cuatro.	18	0	sur	43	20	4
De las dos unidas junto al orto, la del norte.	27	30	sur	50	20	4
La más al sur.	28	20	sur	51	45	4
De las dos que hay en el giro, la del este.	21	30	sur	53	50	4
La del oeste.	19	10	sur	53	10	4
De las 3 que hay en la distancia restante, la del este.	11	10	sur	53	0	4
La del medio.	8	10	sur	53	30	4
La del oeste.	5	10	sur	52	0	4
Una que brilla en el extremo de Flumen.	353	30	sur	53	30	1
34 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 5 de 3ª, 27 de 4ª 1 de 5ª.						
LIEBRE						
De las del oeste del cuadrilátero en las orejas, la del norte.	43	0	sur	35	0	5
La del sur.	43	10	sur	36	30	5
La del norte del lado del este.	44	40	sur	35	30	5
La del sur.	44	40	sur	36	40	5
En la barba.	42	30	sur	39	40	4 mayor
En el extremo del pie izquierdo del oeste.	39	30	sur	45	15	4 mayor
En medio del cuerpo.	48	50	sur	41	30	3
Bajo el vientre.	48	10	sur	44	20	3
De las 2 que hay en los pies posteriores, la del norte.	54	20	sur	44	0	4
La que está más al sur.	52	20	sur	45	50	4
En el lomo.	53	20	sur	38	20	4
En el extremo de la cola.	56	0	sur	38	10	4
12 estrellas, 2 de 3ª magnitud, 6 de 4ª, 4 de 5ª.						
PERRO (CAN)						
En la cara, una brillantísima llamada can.	71	0	sur	39	10	1 máxima
En las orejas.	73	0	sur	35	0	4
En la cabeza.	74	40	sur	36	30	5
De las dos que hay en el cuello, la del norte.	76	40	sur	37	45	4
La del sur.	78	40	sur	40	0	4
En el pecho.	73	50	sur	42	30	5

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
De las dos de la rodilla derecha, la del norte.	69	30	sur	41	15	5
La del sur.	69	20	sur	42	30	5
En el extremo del pie del oeste.	64	20	sur	41	20	3
De las dos de la rodilla izquierda, la del oeste.	68	0	sur	46	30	5
Al este de la anterior.	69	30	sur	45	50	5
De las dos del hombro izquierdo, la del este.	78	0	sur	46	0	4
La del oeste.	75	0	sur	47	0	5
En el muslo izquierdo.	80	0	sur	48	45	3 menor
Bajo el vientre, entre los muslos.	77	0	sur	51	30	3
En la cavidad del pie derecho.	76	20	sur	55	10	4
En el extremo del mismo pie.	77	0	sur	55	40	3
En el extremo de la cola.	85	30	sur	50	30	3 menor
18 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 5 de 3ª, 5 de 4ª, 7 de 5ª.						
Estrellas no agrupadas junto a Can.						
Una desde el norte junto a la cabeza de Can.	72	50	sur	25	15	4
Una al sur, bajo los pies posteriores en línea recta.	63	20	sur	60	30	4
Una más al norte.	64	40	sur	58	45	4
Una más al norte que ésta.	66	20	sur	57	0	4
De esas cuatro, la que queda más al norte.	67	30	sur	56	0	4
De las tres que hay en línea recta hacia el ocaso, la del oeste.	50	20	sur	55	30	4
La del medio.	53	40	sur	57	40	4
De las tres, la del este.	55	40	sur	59	30	4
De las dos que brillan bajo éstas, la del oeste.	52	20	sur	59	40	2
Una más al oeste.	49	20	sur	57	40	2
Otra más al sur que las antedichas.	45	30	sur	59	30	4
11 estrellas, 2 de 2ª magnitud, 9 de 4ª.						
CANÍCULA O PROCIÓN (ANTECANIS)						
En la cerviz.	78	20	sur	14	0	4
La misma Procion o Canícula que brilla en la pierna.	82	30	sur	16	10	1
De las 2, 1 de 1ª magnitud, 1 de 4ª.						
NAVÍO O ARGOS						
De las dos que hay en el extremo de la nave, la del oeste.	93	40	sur	42	40	5
La del este.	97	40	sur	43	20	3
De las dos de la popa, la del norte.	92	10	sur	45	0	4
La que está más al sur.	92	10	sur	46	0	4
Una al oeste de las dos.	88	40	sur	45	30	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
Una que brilla en medio del escudo.	89	40	sur	47	15	4
De las tres que hay bajo el escudo, la del oeste.	88	40	sur	49	45	4
La del este.	92	40	sur	49	50	4
De las tres, la del medio.	91	50	sur	49	15	4
En el extremo del timón.	97	20	sur	49	50	4
La del norte de las dos que hay en la quilla de la popa.	87	20	sur	53	0	4
La del sur.	87	20	sur	58	30	3
La del norte en el asiento de popa.	93	30	sur	55	30	5
De las tres que hay en el mismo asiento, la del oeste.	95	30	sur	58	30	5
La del medio.	96	40	sur	57	15	4
La del este.	99	50	sur	57	45	4
Una que brilla al este en el asiento de remeros.	104	30	sur	58	20	2
De las dos oscuras bajo ésta, la del oeste.	101	30	sur	60	0	5
La del este.	104	20	sur	59	20	5
De las dos oscuras al este de la brillante anterior, la del oeste.	106	30	sur	56	40	5
La del este.	107	40	sur	57	0	5
Entre los cilindros y en la posición del mástil, de las tres, la del N.	119	0	sur	51	30	4 mayor
La del medio.	119	30	sur	55	30	4 mayor
De las tres, la del sur.	117	20	sur	57	10	4
De dos juntas que hay bajo ellas, la del norte.	122	30	sur	60	0	4
La más al sur.	122	20	sur	61	15	4
De las dos que hay en medio del mástil, la del sur.	113	30	sur	51	30	4
La del norte.	112	40	sur	49	0	4
De las dos en lo más alto de la vela, la del oeste.	111	20	sur	43	20	4
La del este.	112	20	sur	43	30	4
Bajo la tercera, una al este del escudo.	98	30	sur	54	30	2 menor
En la parte no cubierta.	100	50	sur	51	15	2
Entre los remos, en la quilla.	95	0	sur	63	0	4
Una oscura, al este de ésta.	102	20	sur	64	30	6
Una lúcida, al este de ésta.	113	20	sur	63	50	2
Una que brilla, hacia el sur, bajo la quilla.	121	50	sur	69	40	2
De las tres que siguen a ésta, la del oeste.	128	30	sur	65	40	3
La del medio.	134	40	sur	65	50	3
La del este.	139	20	sur	65	50	2
De las dos del este a ésta en la parte no cubierta, la del oeste.	144	20	sur	62	50	3
La del este.	151	20	sur	62	15	3
En el timón del norte, la del oeste.	57	20	sur	65	50	4 mayor
La del este.	73	30	sur	65	40	3 mayor
La que hay en el otro timón, la del oeste, Canobo.	70	30	sur	75	0	1
Otra al este de ésta.	82	20	sur	71	50	3 mayor

45 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 6 de 2ª, 8 de 3ª, 22 de 4ª, 7 de 5ª, 1 de 6ª.

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	o	'		o	'	
HIDRA						
De las cinco de la cabeza, la del sur, de las dos al oeste en la nariz.	97	20	sur	15	0	4
La del sur, en el ojo.	98	40	sur	13	40	4
La del norte de las dos al este, en el occipucio.	99	0	sur	11	30	4
La del sur, en la boca.	98	50	sur	14	45	4
Una al este de todas éstas, en la mejilla.	100	50	sur	12	15	4
De las dos que hay en el nacimiento de la cerviz, la del oeste.	103	40	sur	11	50	5
La del este.	106	40	sur	13	30	4
De las tres de la flexión del cuello, la del medio.	111	40	sur	15	20	4
La del este.	114	0	sur	14	50	4
La más al sur.	111	40	sur	17	10	4
A partir del sur, de dos juntas, una oscura al norte.	112	30	sur	19	45	6
De ellas, la del este, lúcida y al sur.	113	20	sur	20	30	2
La del oeste de las tres, después de la flexión del cuello.	119	20	sur	26	30	4
La del este.	124	30	sur	23	15	4
La del medio.	122	0	sur	26	0	4
Una al oeste de las tres que hay en línea recta.	131	20	sur	24	30	3
La del medio.	133	20	sur	23	0	4
La de atrás.	136	20	sur	22	10	3
De las dos que hay bajo la base de «Copa», la del norte.	144	50	sur	25	45	4
La del sur.	145	40	sur	30	10	4
Después de éstas, la que precede en el triángulo.	155	30	sur	31	20	4
La del sur.	157	50	sur	34	10	4
La del oeste a esas tres.	159	30	sur	31	40	3
Al este de «Cuervo», próxima a la cola.	173	20	sur	13	30	4
En el extremo de la cola.	186	50	sur	17	30	4
25 estrellas, 1 de 2ª magnitud, 3 de 3ª, 19 de 4ª, 1 de 5ª, 1 de 6ª.						
Estrellas no agrupadas junto a Hidra.						
A partir de la cabeza, hacia el sur.	96	0	sur	23	15	3
Una al este de las que están en el cuello.	124	20	sur	26	0	3
2 no agrupadas de 3ª magnitud.						
COPA						
En la base de Copa, que es común a Hidra.	139	40	sur	23	0	4
De las dos que hay en la mitad de Copa, la del sur.	146	0	sur	19	30	4
La del norte.	143	30	sur	18	0	4
En el círculo sur del orificio.	150	20	sur	18	30	4 mayor

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
En el círculo del norte.	142	40	sur	13	40	4
En el asa del sur.	152	30	sur	16	30	4 menor
En el asa del norte.	145	0	sur	11	50	4
7 estrellas de 4ª magnitud.						
CUERVO						
En el pico y común a Hidra.	158	40	sur	21	30	3
En la cerviz.	157	40	sur	19	40	3
En el pecho.	160	0	sur	18	10	5
En el ala derecha y al oeste.	160	50	sur	14	50	3
De las dos del ala del este, la del oeste.	160	0	sur	12	30	3
La del este.	161	20	sur	11	45	4
En el extremo del pie, común a Hidra.	163	50	sur	18	10	3
De las 7 estrellas, 5 de 3ª magnitud, 1 de 4ª y 1 de 5ª.						
CENTAURO						
De las cuatro de la cabeza, la más al sur.	183	50	sur	21	20	5
La más al norte.	183	20	sur	13	50	5
De las dos del medio, la del oeste.	182	30	sur	20	30	5
La del este, la que queda de las cuatro.	183	20	sur	20	0	5
En el hombro izquierdo.	179	30	sur	25	30	3
En el hombro derecho.	189	0	sur	22	30	3
En la articulación del hombro izquierdo.	182	30	sur	17	30	4
La del norte, de las dos que hay al oeste de las 5 del escudo.	191	30	sur	22	30	4
La del sur.	192	30	sur	23	45	4
De las otras dos, la que está en la parte alta del escudo.	195	20	sur	18	15	4
La que está más al sur.	196	50	sur	20	50	4
De las tres del costado derecho, la del oeste.	186	40	sur	28	20	4
La del medio.	187	20	sur	29	20	4
La de detrás.	188	30	sur	28	0	4
En el brazo derecho.	189	40	sur	26	30	4
En el codo.	196	10	sur	25	15	3
En el extremo de la mano derecha.	200	50	sur	24	0	4
Una que brilla en el nacimiento del cuerpo humano.	191	20	sur	33	30	3
De dos oscuras, la del este.	101	0	sur	31	0	5
La del oeste.	189	50	sur	30	20	5
En la dirección de la espalda.	185	30	sur	33	50	5
La que antecede a ésta en la espalda del caballo.	182	20	sur	37	30	5
De las tres del lomo la del este.	179	10	sur	40	0	3
La del medio.	178	20	sur	40	20	4
La del oeste.	176	0	sur	41	0	5
De dos juntas en la pierna derecha, la del oeste.	176	0	sur	46	10	2
La del este.	176	40	sur	46	45	4
En el pecho, bajo el ala del caballo.	191	40	sur	40	45	4
De las dos bajo el vientre, la del oeste.	179	50	sur	43	0	2

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	*Longitud*		*Latitud*			*Magnitud*
	°	′		°	′	
La del este.	181	0	sur	43	45	3
En el hueco del pie derecho.	183	20	sur	51	10	2
En la pierna del mismo lado.	188	40	sur	51	40	2
En el hueco del pie izquierdo.	188	40	sur	55	10	4
En el músculo del mismo.	184	30	sur	55	40	4
En el extremo del pie derecho del oeste.	181	40	sur	41	10	1
En la rodilla izquierda.	197	30	sur	45	20	2
Por fuera, bajo la pierna derecha.	188	0	sur	49	10	3
37 estrellas, 1 de 1ª magnitud, 5 de 2ª, 7 de 3ª, 15 de 4ª, 9 de 5ª.						
EL ANIMAL QUE TIENE CENTAURO						
En el pie posterior, junto a la mano de Centauro.	201	20	sur	24	50	3
En el hueco del mismo pie.	199	10	sur	20	10	3
De las dos de la articulación, la del oeste.	204	20	sur	21	15	4
La que está al este.	207	30	sur	21	0	4
En medio del cuerpo.	206	20	sur	25	10	4
En el vientre.	203	30	sur	27	0	5
En la pierna.	204	10	sur	29	0	5
De las dos que hay en la dirección de la pierna, la del norte.	208	0	sur	28	30	5
La del sur.	207	0	sur	30	0	5
En lo alto del lomo.	208	40	sur	33	10	5
De las tres que hay en el extremo de la cola, la del sur.	195	20	sur	31	20	5
La del medio.	195	10	sur	30	0	4
De las tres, la del norte.	196	20	sur	29	20	4
De las dos de la garganta, la del sur.	212	10	sur	17	0	4
La del norte.	212	40	sur	15	20	4
De las dos de la boca, la del oeste.	209	0	sur	13	30	4
La que está al este.	210	0	sur	12	50	4
De las dos del pie de delante, la más al sur.	240	40	sur	11	30	4
La más al norte.	239	50	sur	10	0	4
19 estrellas, 2 de 3ª magnitud, 11 de 4ª, 6 de 5ª.						
ALTAR O INCENSARIO						
De las dos de la base, la del norte.	231	0	sur	22	40	5
La del sur.	233	40	sur	25	45	4
En la mitad del Ara pequeña.	229	30	sur	26	30	4
De las tres del fuego, la del norte.	224	0	sur	30	20	5
De las otras dos juntas, la del sur.	228	30	sur	34	10	4
La del norte.	228	20	sur	33	20	4
En medio de la llama.	224	10	sur	34	10	4
7 estrellas, 5 de 4ª magnitud, 2 de 5ª.						
CORONA AUSTRAL						
Una fuera, que está delante, junto al círculo del sur.	242	30	sur	21	30	4

AGRUPACIONES DE ESTRELLAS	Longitud		Latitud			Magnitud
	°	'		°	'	
Al este de ésta, en la corona.	245	0	sur	21	0	5
Al este de ésta.	246	30	sur	20	20	5
Al este de ésta también.	248	10	sur	20	0	4
Al este de ésta, al oeste de la rodilla de Sagitario.	249	30	sur	18	30	5
Una al norte, que luce en la rodilla.	250	40	sur	17	10	4
Una más al norte.	250	10	sur	16	0	4
Hasta aquí, la más al norte.	249	50	sur	15	20	4
De las dos del círculo del sur, la del este.	248	30	sur	15	50	6
La del oeste.	248	0	sur	14	50	6
A partir del intervalo, la del oeste a éstas.	245	10	sur	14	40	5
Una al oeste también a ésta.	243	0	sur	15	50	5
Otra más al sur.	242	30	sur	18	30	5
13 estrellas, 5 de 4ª magnitud, 6 de 5ª y 2 de 6ª.						
PISCIS AUSTRAL						
En la boca, la misma que en el extremo del agua.	300	20	sur	23	0	1
De las tres de la cabeza, la del oeste.	294	0	sur	21	20	4
La del medio.	297	30	sur	22	15	4
La del este.	299	0	sur	22	30	4
Una junto a la agalla.	297	40	sur	16	15	4
En la espina del sur, y en la espalda.	288	30	sur	19	30	5
De las dos del vientre, la del este.	294	30	sur	15	10	5
La del oeste.	292	10	sur	14	30	4
En la espina del norte, de las tres, la del este.	288	30	sur	15	15	4
La del medio.	285	10	sur	16	30	4
La del oeste.	284	20	sur	18	10	4
En el extremo de la cola.	289	20	sur	22	15	4
Exceptuada la 1ª, 11 estrellas, 9 de 4ª magnitud, 2 de 5ª.						
No agrupadas, alrededor del Pez Austral.						
Una al oeste de las lúcidas que preceden a Pez.	271	20	sur	22	20	3
La del medio.	274	30	sur	22	10	3
De las tres, la del este.	277	20	sur	21	0	3
Una oscura, al oeste de ésta.	275	20	sur	20	50	5
La más al sur, de las otras que están hacia el norte.	277	10	sur	16	0	4
La más al norte.	277	10	sur	14	50	4
6 estrellas, 3 de 3ª magnitud, 2 de 4ª, 1 de 5ª.						

En esta parte austral, hay 316 estrellas, de las que 7 son de 1ª magnitud, 18 de 2ª, 30 de 3ª, 167 de 4ª, 54 de 5ª, 9 de 6ª, 1 nebulosa; y así, hay en total 1.022 estrellas, de las que 15 son de 1ª magnitud, 45 de 2ª, 208 de 3ª, 474 de 4ª, 216 de 5ª, 50 de 6ª, 9 oscuras y 5 nebulosas.

LIBRO TERCERO

Capítulo Primero

SOBRE LA PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS Y SOLSTICIOS

(6) Descrita la configuración de las estrellas fijas con respecto a la revolución anual, seguiremos avanzando y trataremos en primer lugar del cambio de los equinoccios, por cuya causa consideraron [los antiguos] que se movían incluso las estrellas fijas[1]. 115

(7) En efecto, encontramos que los matemáticos antiguos no habían distinguido el año rotatorio, o sea el natural, el que se mide a partir de un equinoccio o de un solsticio, de aquél que se determina en relación a alguna de las estrellas fijas. De aquí se deriva el que juzgasen los años Olímpicos[2], los que empezaban a partir de salida de Canícula[3], iguales a los que empiezan en solsticio (no era todavía conocida la diferencia entre uno y otro). Pero Hiparco de Rodas[4], hombre de admirable sagacidad, fue el primero en advertir que éstos eran diferentes; el cual, mientras observaba con más atención la duración del año, halló que era mayor el medido con respecto a las estrellas fijas que el de los equinoccios o solsticios. De donde estimó, que también en las estrellas fijas había algún movimiento hacia el este, aunque hasta tal punto lentísimo que no era perceptible de inmediato. Pero ahora, con el paso del tiempo, se ha hecho muy evidente, por lo que ya hace algún tiempo distinguimos el nacimiento y ocaso de los signos y de las estrellas como distinto del prescrito por los antiguos. Pero las doce partes del círculo de los signos [eclíptica] se distanciaron a su vez con un intervalo bastante grande de los signos de las estrellas inmóviles, aunque primitivamente coincidían a la vez en nombre y en posición.

(21) Además, se encontró desigual este movimiento, y queriendo encontrar la causa de esta diversidad, aportaron diversas opiniones. Algunos opinaron que había un cierto balanceo del mundo suspendido, como el movimiento que encontramos en los planetas con respecto a sus latitudes, y de ahí que, dentro de ciertos límites, cuanto avanzase [en un sentido], tendría que retrocederlo [en sentido opuesto] en algún momento, y la desviación hacia una u otra parte no era, a partir del punto medio, superior a VIII grados. Pero esta opinión anticuada no pudo permanecer, sobre todo porque ya ha quedado claro que la cabeza de la constelación Aries dista más de tres veces ocho grados del equinoccio de primavera; y porque, de un modo semejante en otras estrellas, no ha sido percibido ningún vestigio de regresión en tantos siglos. Otros opinaron que la esfera de las estrellas fijas se movía, pero con pasos desiguales, sin embargo no lo decidieron de ninguna manera segura. Sucedió después otra maravilla de la naturaleza, el que la oblicuidad de la eclíptica no nos parece tan grande como se consideraba antes de Ptolomeo, según ya dijimos.

(33) Unos imaginaron como causa de estos acontecimientos la novena esfera[5], otros la décima, mediante las cuales pensaron se explicaban aquellos hechos, pero no podían defender lo que prometían. Ya había empezado también a salir a la luz la undécima
116 esfera. Tal número de círculos lo refutaremos fácilmente como superfluo al tratar del movimiento de la tierra. Pues, según ya expusimos en parte en el libro primero, las dos revoluciones, me refiero a la de la declinación anual y la del centro de la tierra, no son en absoluto iguales, pues es evidente que la vuelta al punto de origen en la declinación, se anticipa en una pequeña cantidad al ciclo del centro. De donde necesariamente se sigue que los equinoccios y los solsticios parecen adelantarse, no porque la esfera de las estrellas fijas se mueva hacia el este, sino más bien por el movimiento del círculo equinoccial hacia el oeste, siendo oblicuo al plano de la eclíptica, conforme al grado de inclinación del globo terráqueo. Pues está más de acuerdo con las cosas decir que el círculo equinoccial es oblicuo a la eclíptica, que la eclíptica al equinoccial (en comparación de menor a mayor)[6]. Con mucho es mayor la eclíptica, descrita por la distancia del Sol y de la tierra en un circuito anual, que el círculo equinoccial, el cual (según se dijo) es trazado por el movimiento diario alrededor del eje de la tierra. Y de este modo, los cortes equinocciales con la oblicuidad de la eclíptica, al pasar el tiempo, se advierte que se adelantan, sin embargo las estrellas se retrasan. Pero la medida y la proporción de

este movimiento se ocultó a los antepasados, porque se ignoraba cuán grande pudiera ser el período de revolución a causa de su interminable tardanza, puesto que éste [período de revolución], después de tantos siglos, para los mortales que lo conocieron por primera vez, había recorrido la quinceava parte de un círculo. Sin embargo, establecemos con más certeza cuanto sabemos a través de lo recibido de éstos [antepasados], desde la historia de las observaciones hasta nuestra propia época.

Capítulo II

HISTORIA DE LAS OBSERVACIONES QUE COMPRUEBAN LA IRREGULAR PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS Y LOS SOLSTICIOS

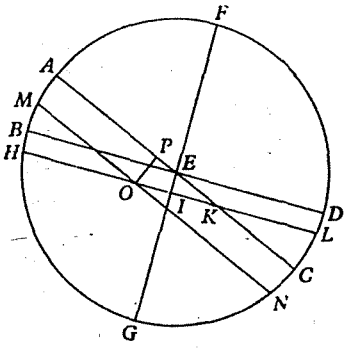
(24) En consecuencia, en el año XXXVI del primer período de LXXVI años, según la división de Calippo[7], que era el año XXX después de la muerte de Alejandro Magno, Timócaris de Alejandría, a quien por primera vez sirvió de preocupación la posición de las estrellas fijas, descubrió que Spica, que está en la constelación de Virgo, tiene desde el punto del solsticio una elongación de LXXXII grados y un tercio, con una latitud sur de dos grados; y la [estrella] que está en la frente de Escorpión, de las tres [que están en la cabeza de Scorpio] la más al norte, y la primera en el orden de formación del propio signo, había tenido una latitud de I grado y un tercio, y una longitud de XXXII grados desde el equinoccio de otoño. Pero, a su vez, en el año IIL del mismo período, encontró que Spica, en Virgo, con una longitud de LXXXI grados y medio desde el solsticio de verano, mantenía la misma latitud. Por otra parte, Hiparco, en el año L del tercer período de Calippo, en el año CIIIIC de Alejandro, encontró que la estrella que se llama Régulo, en el pecho de Leo, estaba al este a XXIX grados y medio y un tercio [5/6] desde el solsticio de verano. Después, Menelao, geómetra romano, en el año primero del emperador Trajano, que fue el IC a partir del nacimiento de Cristo y el CCCCXXII desde la muerte de Alejandro, manifestó que Spica en Virgo, distaba en longitud desde el equinoccio de otoño 117
LXXXVI grados y un cuarto, en cambio, la que está en la frente de Scorpio, XXXVI grados, menos una dozava parte. Siguiendo éstos, Ptolomeo,

según se dijo, en el año II de Antonino Pío conoció que Régulo, en Leo, tenía XXXII grados y medio desde el solsticio; Spica, LXXXVI grados y medio, y la citada en la frente de Scorpio, XXXVI grados y un tercio, los grados tomados en longitud, no habiendo variado de ninguna manera la latitud, según más arriba se expresó en la exposición de la Tabla. Y estas cosas las examinamos según fueron publicadas por aquéllos.

(8) Pero, después de mucho tiempo, en el año MCCII después de la muerte de Alejandro, aconteció la observación de Albatenio el Aratense, al que conviene dar muchísima confianza. En aquel año, pareció que Régulo o Basiliscus, en Leo, había llegado a XLIIII grados y V minutos desde el solsticio, y la que está en la frente de Scorpio a IIIL grados y L minutos desde el equinoccio de otoño, en todas ellas su latitud siempre permaneció la misma, de tal modo que no parece que sobre esta parte quepa algo más de duda.

(14) Por lo cual, también nosotros en el año MDXXV de Cristo, el primero después del intercalado [bisiesto] según el calendario romano[8], que es el MDCCCIL de los años de los egipcios después de la muerte de Alejandro, observamos a menudo la llamada Spica desde Frauenburg, en Prusia, y su altitud máxima parecía en el círculo meridiano como de XXVII grados aproximadamente. Pero encontramos que la latitud del lugar [Frauenburg] era de LIIII grados, XIX minutos y medio. Por lo cual su declinación desde el ecuador constaba de VIII grados, XL minutos, de donde se manifestó su posición según se sigue.

(21) En efecto, describamos un círculo meridional a través de los polos de uno y otro [círculo], eclíptica y ecuador, que sea ABCD, en los cuales las secciones comunes y diámetros serían: AEC el diámetro del ecuador y BED el diámetro de la eclíptica, cuyo polo boreal sería F, el eje FEG, y sea B el principio de Capricornio y D el de Cáncer. Se toma también el arco BH, que sea igual a la latitud austral de la estrella, de dos grados, y desde el punto H trácese la paralela HL a BD, que corte al eje de la eclíptica en I, al ecuatorial en K. Tómese también, de acuerdo con la declinación austral de la estrella, el arco MA de VIII grados, XL minutos, y desde el punto M trácese la paralela MN a AC, que cortará a la paralela de la eclíptica HIL; luego la cortará en el punto O, y la línea recta OP, perpen-



dicular será igual a la mitad de la cuerda del doble de la declinación AM. Pero los círculos, cuyos diámetros FG, HL y MN son perpendiculares al plano ABCD, y sus secciones comunes, por la proposición XIX del undécimo libro de los Elementos de Euclides, son perpendiculares al mismo plano en los puntos O, I; las mismas [secciones comunes], por la sexta proposición del mismo libro, son paralelas entre sí. Y puesto que I es el centro del círculo, cuyo diámetro es HL, así pues, OI será igual a la mitad de la cuerda de un arco doble en un círculo de diámetro HL, y buscamos un arco similar a éste, por el cual está la estrella alejada del principio de Libra según la longitud.

(38) Se encontró de este modo. Los ángulos que están bajo OKP y AEB son iguales, el exterior es igual al interior y opuesto, y el OPK es recto. Por lo que están en la misma proporción OP a OK, como la mitad de la cuerda del doble de AB es a BE, y co- 118
mo la mitad de la cuerda del doble de AH es a HIK[9]: pues comprenden triángulos semejantes al OPK. Pero AB es de XXIII grados, XXVIII minutos y medio; y la mitad de la cuerda del doble de ese arco [AB] es de 39.832 unidades, de las que BE está dividido en 100.000; y ABH tiene XXV grados, XXVIII minutos y medio, la mitad de la cuerda del doble de ese arco [ABH] 43.010 unidades, pero MA es la mitad de la cuerda del doble de la declinación, de 15.069 unidades: de todo esto se sigue que toda HIK es de 107.978 unidades, OK de 37.831 unidades y la restante HO de 70.147. Pero, el doble de HOI es la cuerda del segmento del círculo HGL de CLXXVI grados; la misma HOI será de 99.939 unidades, de las que BE tenía 100.000, y por lo tanto la restante OI de 29.792 unidades. Pero, en tanto en cuanto HOI es la mitad del diámetro de 100.000 unidades, OI será de 29.810 unidades, a la que corresponde un arco de XVII grados, XXI minutos aproximadamente, en lo que distaba Spica de Virgo desde el principio de Libra: y esta era la posición de la propia estrella.

(13) También un decenio antes, esto es, en el año MDXV, nosotros encontramos que la misma se desviaba [su declinación] en VIII grados, 36 minutos, y su posición estaba a XVII grados, 14 minutos de Libra. Ptolomeo, en cambio, declaró que ésta se había desviado solamente medio grado, luego su posición hubiera tenido que estar a XXVI grados, XL minutos de Virgo: lo cual parece ser más cierto en comparación con las observaciones precedentes.

(18) De todo ello parece que ha quedado bastante claro, que en todo el tiempo desde Timócaris hasta Ptolomeo, en CCCCXXXII años, han cambiado los equinoccios y los solsticios, adelantando

generalmente un grado cada cien años, tomada siempre la relación entre el tiempo y la longitud del avance de situación de ellos [cantidad de predecesión], la cual *en total* era de IIII grados y un tercio. Pues en lo que concierne al triunfo del verano [solsticio de verano], con respecto a Basiliscus de Leo, desde Hipparco a Ptolomeo, en CCLXVI años, avanzaron dos grados con tres cuartos, de modo que esto también manifestaba en la relación del tiempo, que cada cien años se había anticipado un grado. Más adelante, la estrella que está en primer lugar en la frente de Scorpio, desde [la observación de] Albatenio hasta la de Menelao, mediando DCCLXXXII años, habiendo adelantado XI grados, LV minutos, de ninguna manera parecerá que hay que atribuirle a un sólo grado cien años, sino LXVI, sin embargo desde Ptolomeo, en DCCXLI años, a un grado solamente corresponden LXV. Si, finalmente, se comparan el restante espacio de años, DCXLV, con la diferencia de IX grados, XI minutos de nuestra observación, se obtendrá un grado por los LXXI años. De donde queda claro, que la precesión de los equinoccios en aquellos CCCC años antes de Ptolomeo, había sido más lenta que desde Ptolomeo a Albatenio, y que ésta fue más rápida desde Albatenio a nuestra época.

(34) También en el movimiento de oblicuidad se encuentra una diferencia, puesto que Aristarco de Samos encontró la oblicuidad entre la eclíptica y el ecuador en XXIII grados, LI minutos, XX segundos, la misma que Ptolomeo, Albatenio en XXIII grados XXXVI minutos, Arzaquel el Hispano[10], CXC años después de
119 aquél, en XXIII grados, XXXIIII minutos; y también, después de CCXXX años, Prophatius el Judío[11] la encontró menor en casi dos minutos; pero en nuestro tiempo no viene a ser mayor de XXIII grados, XXVIII minutos y medio, de modo que de aquí también se manifiesta que el cambio fue el mínimo de Aristarco a Ptolomeo y el mayor desde Ptolomeo hasta Albatenio.

Capítulo III

HIPÓTESIS CON LAS QUE SE DEMUESTRA LA VARIACIÓN DE LOS EQUINOCCIOS Y DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLÍPTICA Y DEL ECUADOR

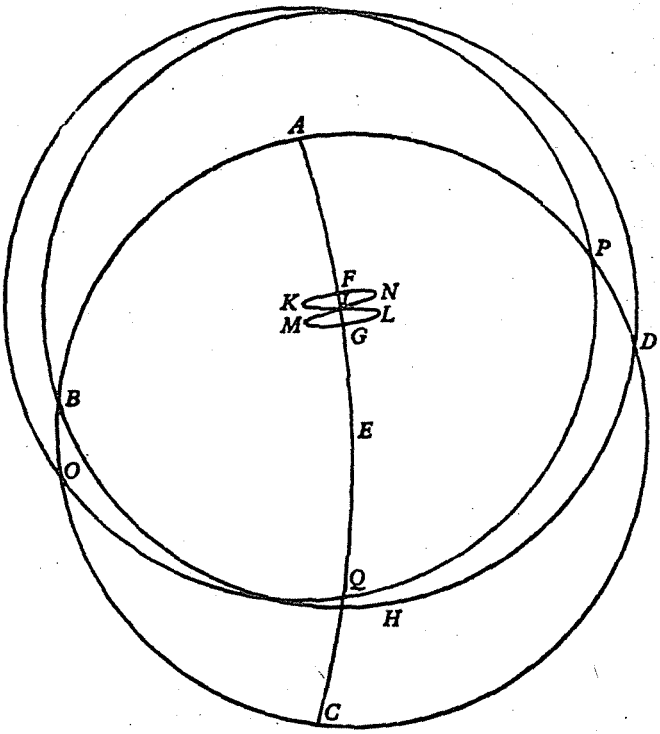
(9) De todo esto parece que ha quedado de manifiesto que los equinoccios y los solsticios varían con un movimiento desigual

Sobre lo cual, quizás nadie podría aportar una causa mejor, sino una pequeña inclinación del eje de la tierra y de los polos del círculo equinoccial. En efecto, esto parece seguirse de la hipótesis del movimiento de la tierra, puesto que es manifiesto que el círculo, que pasa a través de los signos, permanece perennemente inmutable (atestiguando esto las latitudes constantes de las estrellas fijas), mientras el círculo ecuatorial varía. Puesto que, si el movimiento del eje de la tierra [movimiento de rotación] se correspondiera simple y exactamente con el movimiento del centro [traslación], no aparecería, según dijimos, ningún adelanto de los equinoccios y de los solsticios. Pero, diferenciándose entre sí, aunque con diferencia desigual, fue necesario también que los solsticios y equinoccios adelantasen a las posiciones de las estrellas con un movimiento irregular. Del mismo modo sucede con respecto al movimiento de declinación, según el cual cambia desigualmente la oblicuidad de la eclíptica, atribuyéndose tal oblicuidad más correctamente al círculo ecuatorial.

(21) Por esta causa, conviene que se entiendan los dos movimientos recíprocos de los polos como semejantes a oscilaciones vacilantes, puesto que los polos y los círculos en la esfera encajan mutuamente y coinciden. Así pues, habrá un movimiento que cambia la inclinación de aquellos círculos llevando los polos arriba y abajo con respecto al ángulo de sección, y otro que aumenta y disminuye alternativamente las precesiones solsticiales y equinocciales, realizada la conmoción en sentido transversal. Nosotros llamamos a estos movimientos libraciones, porque se producen a semejanza de los pendulares, entre dos límites por el mismo camino, más rápidos en el centro, lentísimos en los extremos, tal como generalmente sucede con respecto a las latitudes de los planetas (según veremos en su lugar). Se diferencian también en sus giros, porque la desigualdad de los equinoccios se restablece dos veces por una sóla restitución de la oblicuidad. Pero, así como en todo movimiento aparente irregular, conviene pensar un cierto valor medio, por el cual pueda determinarse la razón de la desigualdad, así también aquí era necesario imaginar polos medios y círculo ecuatorial medio, también secciones equinocciales y puntos medios de los giros, por los cuales desviándose los polos y el círculo ecuatorial terrestre, establecidos sin embargo unos límites, hagan aparecer aquellos movimientos regulares como irregulares. Y así se producen aquellas dos libraciones coincidentes entre sí, de modo que los polos de la tierra con el tiempo describan ciertas líneas semejantes a un pequeño bucle entrelazado.

(39) Pero, puesto que esto no es fácil de explicar suficientemente

120 con palabras, y menos aún, según me temo, que se perciban de oido, si no se ven también con los ojos, describamos, pues, en una esfera el círculo de la eclíptica ABCD; su polo boreal sea E, el



origen de Capricornio A, el de Cáncer C, el de Aries B, el de Libra D, y a través de los puntos A,C, y del polo E trácese el círculo AEC; la máxima distancia de los polos boreales de la eclíptica y del ecuador sea EF, la mínima EG, y por tanto el polo I esté en el lugar medio, desde el cual descríbase el círculo ecuatorial BHD, que se llame medio, y B, D, los puntos equinocciales medios. Todo lo cual se desplace alrededor del polo E con un movimiento regular hacia el oeste, esto es contrario al orden de los signos, bajo la esfera de las estrellas fijas, con un movimiento lento, según se dijo. Ya se han discernido dos movimientos de *los polos terrestres, alternativos, semejantes* a los pendulares: uno entre los límites F,

G, que será llamado *movimiento* de anomalía, esto es, de desigualdad, de declinación; el otro, transversalmente, de oeste a este y de este a oeste, al cual llamaremos anomalía de los equinoccios, doblemente más veloz que el primero.

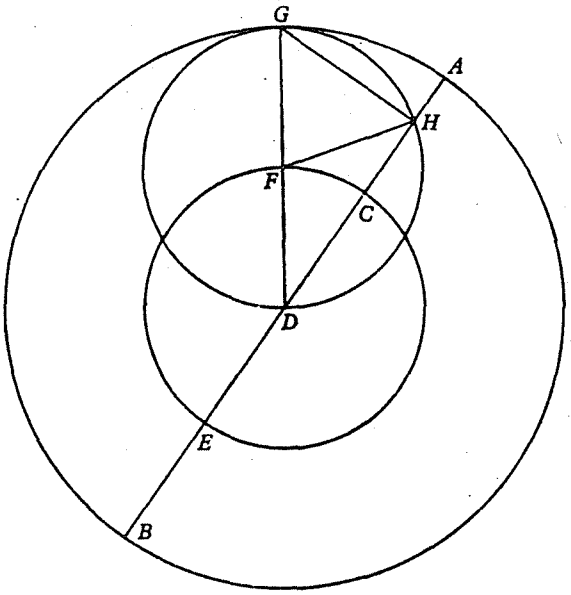
(13) Estos dos movimientos, que coinciden en los polos de la tierra, los desvían de modo admirable. En efecto, con respecto al primero el círculo ecuatorial descrito bajo F, constituido en polo boreal de la tierra, pasará por las secciones B, D, esto es, por los polos del círculo AFEC; pero realizará ángulos de oblicuidad mayores en proporción al arco FI. A partir de haber emprendido este movimiento, al sobrevenir el *otro movimiento* no deja al polo de la tierra, que pasaría hacia la oblicuidad media en I, incidir en línea recta por FI, sino que lo conduce a través de un círculo y la extrema latitud hacia el oeste que está en K. En cuya posición la intersección del ecuador aparente descrito OQP no estará en B, sino detrás de la misma [más al este] en O; y por tanto disminuye la 121
precesión de los equinoccios, tanto cuanto valga BO. Girando desde aquí el polo y tendiendo hacia el oeste, retrocede, por ambos movimientos coincidentes a la vez, a una posición media I, y el ecuador aparente se identifica en todo al regular, o sea al medio, y pasando por él el polo de la tierra se traslada al oeste, y separa al ecuador aparente del medio e incrementa la precesión de los equinoccios hasta el otro límite L. Regresando de allí [del punto L], se aleja, aunque sólo lo que había añadido a los equinoccios, hasta que situado en el punto G consiga la mínima oblicuidad en la intersección B, donde de nuevo aparecerá un movimiento lentísimo de los equinoccios y solsticios, del mismo modo casi que en F. En este tiempo, consta que la desigualdad de éstos [los equinoccios] ha llevado a cabo su giro, cuando desde el medio haya pasado a cada uno de los extremos, mientras el movimiento de la oblicuidad, desde la máxima declinación hasta la mínima, nada más ha recorrido medio circuito. Continuando desde allí, el polo repite el camino hacia el este, hasta el límite extremo en M, e invertida su dirección de nuevo se une con el punto medio I, e inclinándose de nuevo hacia el este, recorriendo el límite N, cierra finalmente, como dijimos, la línea entrelazada FKILGMINF. Y así queda de manifiesto, que en un sólo giro de oblicuidad, el polo de la tierra alcanza dos veces el límite de los puntos al oeste y dos veces el de los puntos al este.

Capítulo IIII

CÓMO EL MOVIMIENTO RECÍPROCO, O SEA DE LIBRACIÓN, SE COMPONE DE MOVIMIENTOS CIRCULARES

(19) Ahora mostraremos, por qué este movimiento se corresponde con los aparentes. Entretanto, alguien preguntará de qué modo puede entenderse la igualdad de aquellás libraciones, habiendo dicho desde el principio que el movimiento celeste era regular o compuesto de movimientos regulares o circulares. Pero, he aquí que en ambos casos, los dos movimientos aparecen como en uno sólo entre dos límites, en los cuales es necesario que sobrevenga la interrupción. Más aún, reconocemos que son gemelos. Sin embargo, a partir de movimientos regulares se han demostrado de este modo.

(25) Sea la línea recta AB, que es cortada en cuatro partes por los puntos C, D, E y desde el centro D descríbanse los círculos homocéntricos en el mismo plano ADB y CDE, y en la circunferencia del círculo interior tómese un punto cualquiera F, y desde dicho punto F como centro, pero con la distancia FD, descríbase el círculo GHD, que corte a la línea recta AB en el punto H, y



trácese el diámetro DFG. Hay que demostrar que en los movimientos gemelos coincidentes entre sí de los círculos GHD y CFE, el punto móvil H se desliza marchando atrás y adelante a través de la línea AB. Lo que acontecerá si se entiende que H se mueve en una dirección distinta y doblemente mayor que F, puesto que el ángulo CDF, que está colocado en el centro del círculo CFE y en la circunferencia del GHD, comprende a los dos arcos de círculos iguales, el GH doble que el FC, supuesto que cuando en la conjunción de las líneas rectas ACD y DFG el punto móvil H está en G coincidiendo con A, y F en C. Pero ahora, el centro F se ha movido hacia la derecha a través de FC, y el H hacia la izquierda por el arco GH doblemente mayor que CF, o al contrario; en consecuencia H se deslizará a lo largo de la línea AB: de otra manera sucedería que la parte sería mayor que el todo, lo que creo 122
se entiende fácilmente. Pero, desde la anterior posición se retira, retrocediendo según la longitud AH por la línea quebrada DFH, igual a AD, en el intervalo en que el diámetro DFG excede a la cuerda DH. Y de este modo se conducirá H hasta el centro D, que estará en el punto de contacto del círculo DHG con la línea recta AB, mientras GD se mantenga en ángulo recto con AB, y después llegará al otro límite B, desde el que volverá de nuevo con un proceso igual[12]. En consecuencia, queda claro que el movimiento a lo largo de una línea recta se compone de dos movimientos circulares y que coinciden entre sí de este modo, y que es recíproco e irregular partiendo de movimientos regulares, que era lo que había que demostrar.

(10) De ello también se sigue que la línea recta GH será perpendicular a AB; pues las líneas [DH y HG] en el semicírculo DHG comprenden un ángulo recto. Y por esto, GH será la mitad de la cuerda del doble del arco AG, y DH la mitad de la cuerda del doble del arco del cuadrante del círculo menos AG[13], porque el círculo ABG es el doble del HGD según el diámetro.

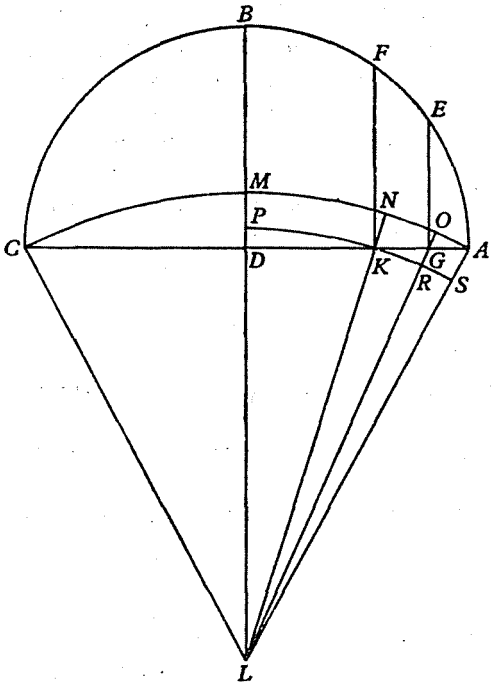
Capítulo V

DEMOSTRACIÓN DE LA IRREGULARIDAD EN LA PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS Y EN LA OBLICUIDAD 123

(4) Por esta causa algunos llaman a dicho movimiento del círculo movimiento en latitud, esto es, a lo largo del diámetro, del cual

toman el período y la regularidad de la periferia [circunferencia], sin embargo su dimensión de las líneas subtendidas [cuerdas]. Por todo ello se demuestra fácilmente que este movimiento aparece irregular, más rápido alrededor del centro y más lento junto a la circunferencia.

(8) Sea, pues, el semicírculo ABC, su centro D, su diámetro ADC, y córtese por la mitad en el punto B. Tómense también los arcos AE y BF iguales, y desde los puntos E y F trácense EG, FK, perpendiculares a ADC. En consecuencia, puesto que el doble de DK subtiende al doble de BF y el doble de EG al doble de AE, por tanto son iguales DK y EG. Pero AG, por la séptima proposición del libro tercero de los Elementos de Euclides, es menor que GE, también será menor que DK. Pero, en un tiempo igual, atravesaron GA y KD por los arcos iguales AE y BF; luego el movimiento es más lento alrededor del arco A, que alrededor del centro D.

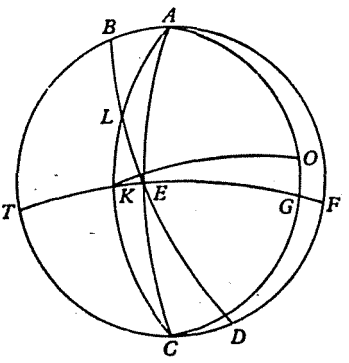


(16) Demostrado esto, supóngase el centro de la tierra en L, de tal modo que la línea recta LD sea perpendicular al plano ABC del semicírculo, y por los puntos A, C, descríbase con centro en L la circunferencia del círculo AMC, y trácese LDM en línea recta. Por tanto estará en M el polo del semicírculo ABC y ADC será la sección común de los círculos, y únase LA, LC, y de igual modo LK, LG, extendidas las cuales en línea recta cortarán al arco AMC en N, O. En consecuencia, puesto que el ángulo LDK es recto, será agudo el LKD. También, puesto que la línea LK es más larga que LD, tanto más en los triángulos obtu-
124 sángulos el lado LG es mayor que el lado LK, y LA mayor que el LG.

(4) Descrito el círculo con centro en L, con la distancia [radio] LK, caerá fuera de LD, pero cortará a las restantes LG y LA; descríbase y sea PKRS. Y, puesto que el triángulo LDK es menor que el sector LPK, pero el triángulo LGA es mayor que el sector LRS, y por tanto la proporción del triángulo LDK al sector LPK es menor que la del triángulo LGA al sector LRS, estará a su vez el triángulo LDK al triángulo LGA en menor proporción que el sector LPK al sector LRS: pero por la primera proposición del libro sexto de los Elementos de Euclides, tal como el triángulo LDK es al triángulo LGA, así la base DK es a la base AG. Pero la proporción de sector a sector es como la del ángulo DLK al ángulo RLS, o sea del arco MN al OA[14]. Pero ya demostramos que entre DK y GA hay una proporción menor que entre MN y OA, que se entienden descritos en intervalos iguales de tiempo a través de los polos de la tierra, según AE y BF arcos iguales de anomalías: esto era lo que había que demostrar.

(17) Pero en verdad, siendo pequeña la diferencia entre la máxima y la mínima oblicuidad, que no excede las dos quintas partes de un grado, será también insensible la diferencia entre la curva AMC y la recta ADC, por lo que no saldría ningún error si hubiéramos operado con la línea ADC y el semicírculo ABC. Lo mismo casi acontece con respecto al otro movimiento de los polos, el que se refiere a los equinoccios, puesto que no asciende ni a medio grado, como aparecerá más abajo.

(23) Sea, de nuevo, el círculo ABCD a través de los polos de la eclíptica y del ecuador medio, al que podríamos llamar coluro medio de Cáncer. Sea DEB la parte central del zodíaco, y el ecuador medio AEC, cortándose entre sí en el punto E, en el que estará el medio equinoccial. Sea el polo ecuatorial F, por el que descríbase el círculo máximo FET; el mismo será por tanto el coluro de los equinoccios medios, o sea regulares. Separemos ya la libración de los equinoccios, por ser de más fácil demostración, de la [libración de la] oblicuidad de la eclíptica, tomando en el coluro EF el arco FG, por medio de éste entiéndase a G como polo ecuatorial separado del polo medio F, y teniendo a G como polo descríbase el semicírculo ALKC del ecuador aparente



que cortará al zodíaco [eclíptica] en L. Será, pues, L el equinoccio aparente, distando del medio a través del arco LE, al cual produce EK que es igual a FG. Porque, si con K convertido en polo hubiéramos descrito el círculo AGC, y se entendiera que el polo ecuatorial, en el tiempo en que se realiza la libración FG, no hubiera permanecido entre tanto como polo verdadero en el punto G, sino que por el impulso de la otra libración hubiera avanzado hacia la oblicuidad de la eclíptica por el arco GO: en consecuencia, permaneciendo el zodíaco BED, se cambiaría el ecuador verdadero por el aparente, de acuerdo con la trasposición del polo a O. Y del mismo modo, el movimiento de la sección L del equinoccio aparente será más rápido alrededor del punto medio E, lentísimo en los extremos, casi proporcional a la libración de los polos, ya demostrada. Lo que era preciso advertir.

Capítulo VI

125 ACERCA DE LOS MOVIMIENTOS REGULARES DE LA PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS Y DE LA DECLINACIÓN DEL ZODÍACO

(4) Todo movimiento circular, aparentemente irregular, se realiza dentro de cuatro puntos límites: uno cuando aparece lento, otro cuando aparece veloz, por ejemplo en los extremos, otro cuando aparece mediano como en los puntos medios, puesto que desde el fin de la disminución [de velocidad] y del principio del incremento pasa a una [velocidad] media, desde la media aumenta, de nuevo desde la veloz tiende a la media, y desde allí, en lo que queda, de la uniforme vuelve a la primitiva lentitud. Con lo que puede comprenderse en qué parte del círculo ha estado la posición de la diversidad o anomalía, según el tiempo [dado], e incluso con esos indicios se percibe la renovación de la anomalía[15].

(11) Así, en un círculo dividido en cuatro partes, sea A la posición de la máxima lentitud, B la media creciente, C el final del aumento y el principio de la disminución, D la media decreciente. En consecuencia, tal como se explicó más arriba, desde Timócaris a Ptolomeo, en comparación con los restantes tiempos, el movimiento aparente de precesión de los equinoccios se descubrió más lento, y puesto que en alguna ocasión aparecía igual y uniforme,

según muestran las observaciones de Aristilo, Hiparco, Agripa y Menelao, en un tiempo medio [realizadas hacia la mitad del anterior período]: prueba simplemente que el movimiento aparente de los equinoccios había sido lentísimo, y en el período intermedio, en el principio del aumento, cuando cesando la disminución unida al aumento incipiente, por compensación mutua, se realiza de tal manera que el movimiento aparece como uniforme. Por lo tanto, hay que restablecer la observación de Timócaris hacia la última parte del círculo, bajo DA, y la de Ptolomeo cae dentro del primer cuadrante, bajo AB. Por el contrario, puesto que en el segundo intervalo, de Ptolomeo a Albatenio el Aratense, el movimiento se descubre más veloz que en el tercero, muestra que la máxima velocidad, esto es el punto C, ha pasado ya el segundo intervalo de tiempo y que la anomalía ha llegado ya al tercer cuadrante del círculo, bajo CD, y desde el tercer intervalo hasta nosotros se ha completado poco más o menos la restauración de la anomalía y hemos vuelto al principio de Timócaris. Pues, si dividimos todo el período de MDCCCXIX años, desde Timócaris hasta nosotros[16], en los CCCLX grados que se acostumbra, tendremos proporcionalmente para CCCCXXXII años un arco de XVC grados y medio, pero para DCCXLII años CXLVI grados, LI minutos, y para los DCVL restantes el arco restante de CXXVII grados, XXXIX minutos. En busca de la simplicidad admitimos estas conjeturas, pero examinándolo con un cálculo más estricto, en cuanto coincidieran más exactamente con las observaciones, encontramos que el movimiento de anomalía en MDCCCXIX años egipcios había excedido ya su revolución completa en XXI grados y XXIIII minutos, y el tiempo del período sólo contenía MDCCXVII años egipcios: por lo que se puso de manifiesto que el primer segmento del círculo tiene XC grados, XXXV minutos; el otro CLV grados, XXXIIII minutos; y el tercero en DXLIII años, contendrá los restantes grados del círculo, CXIII, LI minutos.

(39) Establecido así ésto, también se manifestó el movimiento medio de la precesión de los equinoccios, y que era de XXIII grados, LVII minutos, en los MDCCXVII años, en los que toda la irregularidad volvió a su primitivo estado, puesto que en MDCCCXIX años tuvimos un movimiento aparente de XXV 126
grados y casi un minuto. Pero desde Timócaris, en los CII años que existen de diferencia entre MDCCCXIX y MDCCXVII años, convenía que el movimiento aparente hubiera sido aproximadamente de I grado, IIII minutos, y por ésto, el que entonces hubiera sido algo mayor es verosímil, ya que cada cien años mediría un

grado, mientras decrecía hasta el fin de la disminución, no habiéndola conseguido aún. Por tanto, si quitamos un grado y una quinceava parte [4 minutos] de los XXV grados, I minuto, quedará lo que dijimos, en MDCCXVII años egipcios un movimiento medio y regular de XXIII grados, LVII minutos, igualado ahora con el irregular y aparente, con lo que la íntegra y regular revolución de la precesión de los equinoccios se eleva a $\overline{XXV}$ DCCCXVI años, en cuyo tiempo se producen XV circuitos de anomalía con casi XXVIII partes [1/28 del circuito].

(12) También se acomoda a esta proporción el movimiento de oblicuidad, cuyo retorno, señalábamos, es doblemente más lento que la precesión de los equinoccios. Pues, lo que Ptolomeo presentó, que la oblicuidad de XXIII grados, LI minutos, XX segundos, había variado lo mínimo en CCCC años desde Aristarco de Samos, indica que la misma se había mantenido entonces en el límite de la máxima oblicuidad, cuando a su vez la precesión de los equinoccios se producía con el movimiento más lento. Pero también ahora, mientras llega la restauración de la lentitud, la inclinación del eje no tiende al máximo, sino hacia lo mínimo; la cual, en un período intermedio, Albatenio (según se dijo) descubrió como de XXIII grados, XXXV minutos, CXC años después de éste, Arzaquel el Hispano en XXIII grados, XXXIIII minutos, y CCXXX años después, Prophatius el Judío aproximadamente en dos minutos menos.

(23) Finalmente, en lo que concierne a nuestro tiempo, nosotros, después de XXX años de frecuente observación, encontramos XXIII grados, XXVIII minutos y casi dos quintas partes de minuto, de los que poco difieren Georg Peurbach y Johann Regiomontanus, que próximamente nos precedieron. Donde de nuevo aparece clarísimo, que el cambio de oblicuidad desde Ptolomeo hasta CM años después, ha resultado mayor que en cualquier otro intervalo de tiempo. Así pues, teniendo ya el circuito de anomalías de precesión en MDCCXVII años, tendremos también en ese tiempo la mitad del período de oblicuidad, y en MMMCCCCXXXIIII años su restitución completa. Por lo que, si CCCLX hubieran sido repartidos entre el mismo número de $\overline{III}$ CCCCXXXIIII años, o CLXXX grados entre MDCCXVII, mostrará el movimiento anual de la anomalía simple en VI minutos, XVII segundos, XXIIII terceros, IX cuartos. Estos a su vez, distribuidos entre los CCCLXV días, dan un movimiento diario de I segundo, II terceros, II cuartos. De la misma manera, distribuyendo la precesión media de los equinoccios entre los MDCCXVII años, que era

de XXIII grados, LVII minutos, mostrará el movimiento anual en 127
L segundos, XII terceros, V cuartos, y el movimiento diario a través de los CCCLXV días, en VIII terceros, XV cuartos.

(3) Para que estos movimientos se hagan más accesibles y se tengan a la mano, cuando sea oportuno, expondremos las tablas o cánones de ellos mediante una continua e igual adición del movimiento anual, reduciendo siempre LX a la fracción superior o a grados, si hubieran excedido esa cantidad; y completaremos las tablas hasta un orden de LX años para mayor comodidad, puesto que cada sesenta años los números presentan el mismo aspecto[17], transponiendo sólo las denominaciones de grados y minutos, de manera que aparezcan como minutos lo que antes eran segundos, y así sucesivamente: en tal compendio, por medio de estas tablas, se podrá por lo menos, con doble entrada, encontrar y calcular por debajo de $\overline{\text{III}}$ DC años los movimientos regulares en los años propuestos. Del mismo modo se realiza también con el número de los días.

(12) Usaremos también en el cálculo de los movimientos celestes los años egipcios[18], que son los únicos que se han encontrado iguales entre los pueblos. Pues convenía que la medida coincidiera con lo medido, porque en los años de los Romanos, de los Griegos y de los Persas, no sólo no coincidían, sino que a éstos, y no de un modo único, se le agrega según le place a cada uno de los pueblos. En efecto el año egipcio no comporta ambigüedad con respecto a un número fijo de CCCLXV días, en los cuales (a los que ellos por orden llaman con sus nombres: Thoth, Phaophi, Athyr, Choiac, Tybi, Mechir, Phamenoth, Pharmuthi, Pachon, Payni, Epiphi, Mesori) por igual están comprendidos seis grupos de sesenta días, y a los cinco días restantes los llaman intercalares. Y por eso los años de los egipcios son los que mejor se acomodan al cálculo de los movimientos regulares, a los que se reducen con mucha facilidad otros años cualesquiera por la reducción de los días.

MOVIMIENTO REGULAR DE PRECESION DE LOS EQUINOCCIOS EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	0	50	12	31	0	0	25	56	14
2	0	0	1	40	24	32	0	0	26	46	26
3	0	0	2	30	36	33	0	0	27	36	38
4	0	0	3	20	48	34	0	0	28	26	50
5	0	0	4	11	0	35	0	0	29	17	2
6	0	0	5	1	12	36	0	0	30	7	15
7	0	0	5	51	24	37	0	0	30	57	27
8	0	0	6	41	36	38	0	0	31	47	39
9	0	0	7	31	48	39	0	0	32	37	51
10	0	0	8	22	0	40	0	0	33	28	3
11	0	0	9	12	12	41	0	0	34	18	15
12	0	0	10	2	25	42	0	0	35	8	27
13	0	0	10	52	37	43	0	0	35	58	39
14	0	0	11	42	49	44	0	0	36	48	51
15	0	0	12	33	1	45	0	0	37	39	3
16	0	0	13	23	13	46	0	0	38	29	15
17	0	0	14	13	25	47	0	0	39	19	27
18	0	0	15	3	37	48	0	0	40	9	40
19	0	0	15	53	49	49	0	0	40	59	52
20	0	0	16	44	1	50	0	0	41	50	4
21	0	0	17	34	13	51	0	0	42	40	16
22	0	0	18	24	25	52	0	0	43	30	28
23	0	0	19	14	37	53	0	0	44	20	40
24	0	0	20	4	50	54	0	0	45	10	52
25	0	0	20	55	2	55	0	0	46	1	4
26	0	0	21	45	14	56	0	0	46	51	16
27	0	0	22	35	26	57	0	0	47	41	28
28	0	0	23	25	38	58	0	0	48	31	40
29	0	0	24	15	50	59	0	0	49	21	52
30	0	0	25	6	2	60	0	0	50	12	5

MOVIMIENTO REGULAR DE PRECISION DE LOS EQUINOCCIOS EN DIAS Y PERIODOS DE SESENTA DIAS

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	0	0	8	31	0	0	0	4	15
2	0	0	0	0	16	32	0	0	0	4	24
3	0	0	0	0	24	33	0	0	0	4	32
4	0	0	0	0	33	34	0	0	0	4	40
5	0	0	0	0	41	35	0	0	0	4	48
6	0	0	0	0	49	36	0	0	0	4	57
7	0	0	0	0	57	37	0	0	0	5	5
8	0	0	0	1	6	38	0	0	0	5	13
9	0	0	0	1	14	39	0	0	0	5	21
10	0	0	0	1	22	40	0	0	0	5	30
11	0	0	0	1	30	41	0	0	0	5	38
12	0	0	0	1	39	42	0	0	0	5	46
13	0	0	0	1	47	43	0	0	0	5	54
14	0	0	0	1	55	44	0	0	0	6	3
15	0	0	0	2	3	45	0	0	0	6	11
16	0	0	0	2	12	46	0	0	0	6	19
17	0	0	0	2	20	47	0	0	0	6	27
18	0	0	0	2	28	48	0	0	0	6	36
19	0	0	0	2	36	49	0	0	0	6	44
20	0	0	0	2	45	50	0	0	0	6	52
21	0	0	0	2	53	51	0	0	0	7	0
22	0	0	0	3	1	52	0	0	0	7	9
23	0	0	0	3	9	53	0	0	0	7	17
24	0	0	0	3	18	54	0	0	0	7	25
25	0	0	0	3	26	55	0	0	0	7	42
27	0	0	0	3	42	57	0	0	0	7	50
28	0	0	0	3	51	58	0	0	0	7	58
29	0	0	0	3	59	59	0	0	0	8	6
30	0	0	0	4	7	60	0	0	0	8	15

MOVIMIENTO DE ANOMALIA DE LOS EQUINOCCIOS EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	6	17	24	31	0	3	14	59	28
2	0	0	12	34	48	32	0	3	21	16	52
3	0	0	18	52	12	33	0	3	27	34	16
4	0	0	25	9	36	34	0	3	33	51	41
5	0	0	31	27	0	35	0	3	40	9	5
6	0	0	37	44	24	36	0	3	46	26	29
7	0	0	44	1	49	37	0	3	52	43	53
8	0	0	50	19	13	38	0	3	59	1	17
9	0	0	56	36	37	39	0	4	5	18	42
10	0	1	2	54	1	40	0	4	11	36	6
11	0	1	9	11	25	41	0	4	17	53	30
12	0	1	15	28	49	42	0	4	24	10	54
13	0	1	21	46	13	43	0	4	30	28	18
14	0	1	28	3	38	44	0	4	36	45	42
15	0	1	34	21	2	45	0	4	43	3	6
16	0	1	40	38	26	46	0	4	49	20	31
17	0	1	46	55	50	47	0	4	55	37	55
18	0	1	53	13	14	48	0	5	1	55	19
19	0	1	59	30	38	49	0	5	8	12	43
20	0	2	5	48	3	50	0	5	14	30	7
21	0	2	12	5	27	51	0	5	20	47	31
22	0	2	18	22	51	52	0	5	27	4	55
23	0	2	24	40	25	53	0	5	33	22	20
24	0	2	30	57	39	54	0	5	39	39	44
25	0	2	37	15	3	55	0	5	45	57	8
26	0	2	43	32	27	56	0	5	52	14	32
27	0	2	49	49	52	57	0	5	58	31	56
28	0	2	56	7	16	58	0	6	4	49	20
29	0	3	2	24	40	59	0	6	11	6	45
30	0	3	8	42	4	60	0	6	17	24	9

MOVIMIENTO DE ANOMALIA DE LOS EQUINOCCIOS EN DIAS Y PERIODOS DE SESENTA DIAS

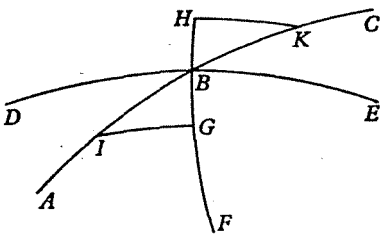
Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	0	1	2	31	0	0	0	32	3
2	0	0	0	2	4	32	0	0	0	33	5
3	0	0	0	3	6	33	0	0	0	34	7
4	0	0	0	4	8	34	0	0	0	35	9
5	0	0	0	5	10	35	0	0	0	36	11
6	0	0	0	6	12	36	0	0	0	37	13
7	0	0	0	7	14	37	0	0	0	38	15
8	0	0	0	8	16	38	0	0	0	39	17
9	0	0	0	9	18	39	0	0	0	40	19
10	0	0	0	10	20	40	0	0	0	41	21
11	0	0	0	11	22	41	0	0	0	42	23
12	0	0	0	12	24	42	0	0	0	43	25
13	0	0	0	13	26	43	0	0	0	44	27
14	0	0	0	14	28	44	0	0	0	45	29
15	0	0	0	15	30	45	0	0	0	46	31
16	0	0	0	16	32	46	0	0	0	47	33
17	0	0	0	17	34	47	0	0	0	48	35
18	0	0	0	18	36	48	0	0	0	49	37
19	0	0	0	19	38	49	0	0	0	50	39
20	0	0	0	20	40	50	0	0	0	51	41
21	0	0	0	21	42	51	0	0	0	52	43
22	0	0	0	22	44	52	0	0	0	53	45
23	0	0	0	23	46	53	0	0	0	54	47
24	0	0	0	24	48	54	0	0	0	55	49
25	0	0	0	25	50	55	0	0	0	56	51
26	0	0	0	26	52	56	0	0	0	57	53
27	0	0	0	27	54	57	0	0	0	58	55
28	0	0	0	28	56	58	0	0	0	59	57
28	0	0	0	28	56	58	0	0	0	59	57
29	0	0	0	29	58	59	0	0	1	0	59
30	0	0	0	31	1	60	0	0	1	2	2

Capítulo VII

132 CUÁL PUEDE SER LA MÁXIMA DIFERENCIA ENTRE LA PRECESIÓN REGULAR Y LA APARENTE DE LOS EQUINOCCIOS

(4) Expuestos de este modo los movimientos medios, se ha de investigar ahora cuánta pueda ser la diferencia máxima entre el movimiento regular y el aparente de los equinoccios, o sea, el diámetro del pequeño círculo a través del cual gira el movimiento de anomalía. Pues, conocido ésto, será fácil distinguir otras cualesquiera diferencias de los mismos movimientos. Puesto que, según se dijo más arriba, entre la primera [observación] de Timócaris y la de Ptolomeo, bajo el segundo año de Antonino [Pío], hubo CDXXXII años, en cuyo tiempo el movimiento medio fue de VI grados, sin embargo el aparente era de IIII grados, XX minutos, la diferencia entre ellos era de un grado, XL minutos; también el movimiento de anomalía doble[19] fue de XC grados, XXXV minutos, y pareció que en medio de este tiempo, o próximo a él, el movimiento aparente había alcanzado el hito de máxima lentitud, en el que es necesario que coincidiese con el movimiento medio y que en la misma sección de los círculos[20] hubiera estado el [movimiento] verdadero y el medio de los equinoccios. Por lo que, hecha la distribución en dos partes del movimiento y del tiempo, en cada parte las diferencias del movimiento irregular y del regular será de cinco sextos de un grado, que en una y otra parte están comprendidos en XLV grados, XVII minutos y medio del arco del círculo de anomalía.

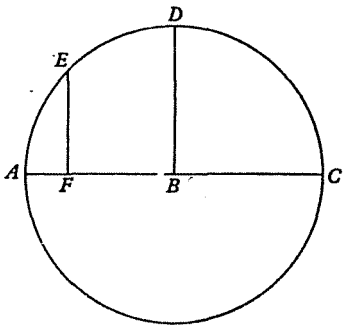
(19) Constituido ésto así, sea ABC el arco de la eclíptica, DBE el arco medio del ecuador, y sea B la sección media de los equinoccios aparentes, o bien de Aries o bien de Libra, y por los polos de DBE descienda FB. Tómense también en ABC, a ambos lados, los arcos BI, BK, de cinco sextos de grado, de modo que IBK sea de un grado XL minutos. Introdúzcanse también dos arcos de los círculos equinocciales, IG y HK, formando ángulos rectos [perpendiculares] con FB, que se ha extendido hasta FBH. Pero digo en ángulos rectos, aunque sin embargo los polos de IG y HK generalmente es-



tán fuera del círculo BF, tomando parte en el movimiento de declinación, según se vio en la hipótesis, pero por una distancia muy pequeña, que cuando fuera la máxima no excedería una CCCCLava parte de un recto [90°/450], sin embargo usamos aquellos como ángulos rectos para la percepción: pues ningún error aparecerá por esta causa. En consecuencia, puesto que en el triángulo IBG se conoce el ángulo IBG de LXVI grados, XX minutos, pues lo que falta para un recto [ángulo complementario] el DBA de XXIII grados, XL minutos, era el ángulo de la oblicuidad media de la eclíptica, y el ángulo BGI es recto, y también se conoce el BIG, aproximadamente igual a su alterno IBD, y el lado IB tiene L minutos: luego se da que BG, arco de la distancia de los polos del [ecuador] medio y aparente, es igual a XX minutos. De modo semejante, en el triángulo BHK los ángulos BHK y HBK son iguales a los dos ángulos IBG e IGB, y el lado BK igual al lado BI: igual será por tanto BH a BG, que tiene XX minutos. 133

(3) Pero, puesto que todo esto se refiere a cantidades mínimas, de modo que no alcanzan un grado y medio de la eclíptica, en las que las líneas rectas subtendidas [cuerdas] igualan casi a sus arcos y apenas aparece alguna diversidad en las terceras [divisiones (''')], no cometeremos ningún error si utilizamos líneas rectas en vez de arcos. Serán, pues, GB y BH proporcionales a IB y BK, y los movimientos estarán en una proporción semejante en unos y otros, tanto en los polos como en las intersecciones.

(9) Sea ABC la porción del círculo de los signos [eclíptica], en la que el equinoccio medio sea B, tomado éste como polo descríbase el semicírculo ADC, que corte al círculo de los signos en los puntos A, C; también hágase bajar DB desde el polo del zodíaco, que en D bisecará al semicírculo descrito, en el que se entiende está el mayor límite de lentitud y el principio del aumento. En el cuadrante AD, tómese el arco DE de XLV grados, XVII minutos y medio, y por el punto E desde el polo del zodíaco baje EF, y sea BF de L minutos; nuestro propósito es, partiendo de estos datos, hallar BFA completa. En consecuencia, está claro que el doble de BF subtiende al segmento doble de DE; pero así como BF[21] de 7107 unidades es a las 10.000 unidades de AFB, así los 50 minutos de BF son a los 70 de AFB: luego AB tiene un grado, X minutos,



y tal es la máxima diferencia entre el movimiento medio y aparente de los equinoccios que buscábamos, y de la que se sigue la máxima desviación de los polos de XXVIII minutos.

Capítulo VIII

SOBRE LAS DIFERENCIAS PARTICULARES DE LOS MISMOS MOVIMIENTOS Y SU EXPOSICIÓN CANÓNICA

(24) Habiendo sido dado AB de LXX minutos, tal arco no parece diferir en nada de la recta subtensa [de la cuerda] según la longitud, no será difícil mostrar otras cualesquiera diferencias particulares entre los movimientos medios y los aparentes, a las que los griegos llaman «prostaféresis»[22], los modernos «aequationes», que con sumas o restas ajustan las apariencias. Nosotros usaremos mejor el vocablo griego como el más adecuado.

(30) En consecuencia, si ED hubiera sido de tres grados, con respecto a la proporción de AB a la cuerda BF, tendremos la prostaféresis BF de IIII minutos; si seis grados, serán VII minutos, 34 por nueve grados, 11 minutos, y así sucesivamente. Con respecto al cambio de oblicuidad juzgamos que también debe hacerse con una proporción similar. Cuando entre la máxima y la mínima oblicuidad se encontraron, según dijimos, XXIIII minutos, que subtienden un semicírculo de anomalía simple cada MDCCXVII años, y la diferencia media subtendiendo un cuadrante del círculo será de XII minutos, entonces el polo del círculo pequeño de esta anomalía estará bajo una oblicuidad de XXIII grados, XL minutos. Y, según dijimos, de este modo extraeremos las restantes unidades de diferencia casi proporcionales a las predichas, según se contiene en la próxima tabla.

(8) Aunque los movimientos aparentes pueden componerse de varios modos a través de estas demostraciones, gustó más aquel procedimiento por el que se toman por separado cada una de las prostaféresis particulares, con lo que se hace más fácil de comprensión el cálculo de los movimientos y concuerda mejor con las explicaciones de lo que ha sido demostrado. En consecuencia, hemos construido una tabla de LX líneas con incrementos de tres en tres grados. Así, ni ocupará una amplitud vasta, ni parecerá tener una brevedad demasiado ficticia, lo haremos de manera semejante a las demás. De este modo tendrá cuatro columnas, las dos

primeras de las cuales contienen los grados de uno y otro semicírculo, a los que llamamos número común, y esto porque la oblicuidad del círculo de los signos se toma por medio de un número simple, y duplicado servirá como la prostaféresis [del movimiento] de los equinoccios, cuyo principio [el de los números] se toma desde el comienzo del aumento [de velocidad].

(19) En tercer lugar, se colocarán las prostaféresis de los equinoccios correspondientes a los tres grados simples, que hay que sumar o restar al movimiento medio, que medimos desde la primera estrella de la cabeza de Aries hasta el equinoccio de primavera; las prostaféresis substractivas se corresponden con el semicírculo menor, o sea con la primera columna, las aditivas con la segunda columna y semicírculo siguiente.

(24) Finalmente, en último lugar están los minutos, llamados [las] diferencias en las proporciones de oblicuidad, que ascienden hasta la suma de sesenta, pues en lugar del máximo y mínimo exceso de oblicuidad de XXIIII minutos, ponemos LX, con los que ajustamos las unidades en proporción similar con respecto a la proporción de las otras diferencias [de oblicuidad], y por eso en el principio y fin de la anomalía ponemos LX; pero cuando se llega a un exceso de XXII minutos, como en la anomalía de XXXIII grados, en su lugar ponemos LV. Así L en lugar de XX minutos, como en la anomalía de XLVIII grados, y según este método en las otras, como en la próxima fórmula.

TABLA DE LA PROSTAFERESIS EQUINOCCIAL Y DE LA OBLICUIDAD DE LA ECLIPTICA

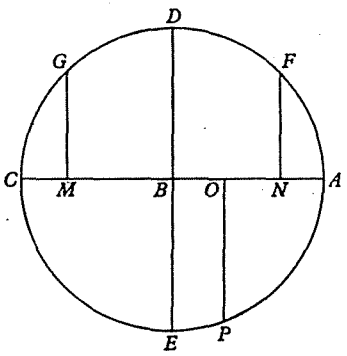
Números comunes		Prostaferesis Equinoccial		Minutos proporcionales de Oblicuidad	Números comunes		Prostaferesis Equinoccial		Minutos proporcionales de Oblicuidad
o	o	o	'		o	o	o	'	
3	357	0	4	60	93	267	1	10	28
6	354	0	7	60	96	264	1	10	27
9	351	0	11	60	99	261	1	9	25
12	348	0	14	59	102	258	1	9	24
15	345	0	18	59	105	255	1	8	22
18	342	0	21	59	108	252	1	7	21
21	339	0	25	58	11	249	1	5	19
24	336	0	28	57	114	246	1	4	18
27	333	0	32	56	120	240	1	1	15
30	330	0	35	56	120	240	1	1	15
33	327	0	38	55	123	237	0	59	14
39	321	0	44	53	129	231	0	54	11
42	318	0	47	52	132	228	0	52	10
45	315	0	49	51	135	225	0	49	9
48	312	0	52	50	138	222	0	47	8
51	309	0	54	49	141	219	0	44	7
54	306	0	56	48	144	216	0	41	6
57	303	0	59	46	147	213	0	38	5
60	300	1	1	45	150	210	0	35	4
63	297	1	2	44	153	207	0	32	3
66	294	1	4	42	156	204	0	28	3
69	291	1	5	41	159	201	0	25	2
72	288	1	7	39	162	198	0	21	1
75	285	1	8	38	165	195	0	18	1
78	282	1	9	36	168	192	0	14	1
81	279	1	9	35	171	189	0	11	0
84	276	1	10	33	174	186	0	7	0
87	273	1	10	32	177	183	0	4	0
90	270	1	10	30	180	180	0	0	0

Capítulo IX

SOBRE EL EXÁMEN Y CORRECCIÓN DE LO QUE CON RESPECTO A LA PRECESIÓN DE LOS EQUINOCCIOS SE EXPUSO 136

(5) Puesto que, por una conjetura admitimos que el inicio del aumento en el movimiento irregular [de anomalía] había sucedido en una época intermedia entre el año XXXVI del primer período según Calippo hasta el segundo año de Antonino, a partir de este principio medimos el movimiento de anomalía: por lo que ahora conviene que nosotros experimentemos si procedimos correctamente y si coincide con los datos observados. Repitamos aquellas tres observaciones sobre las estrellas hechas por Timócaris, Ptolomeo y Albatenio el Aratense: y quedó claro que en el primer intervalo hubo CCCCXXXII años egipcios, en el segundo DCCXLII años. El movimiento regular en el primer espacio de tiempo era de VI grados, el irregular de IIII grados, XX minutos, el de anomalía doble de XC grados, XXXV minutos, restando I grado, XL minutos al movimiento regular. En el segundo, el movimiento regular fue de X grados, XXI minutos, el irregular de XI grados y medio, el de anomalía doble de CLV grados, 34 minutos, añadiéndole I grado, IX minutos al movimiento regular.

(17) Sea ahora el arco del zodíaco, como antes, ABC, y en B, que es el equinoccio medio de primavera, tómese el polo, y siendo el arco AB de un grado, X minutos, descríbase el circulito ADCE. El movimiento regular de B entiéndase hacia A, esto es hacia el oeste, y sea A el límite occidental, en el que el equinoccio irregular está más al oeste, y C el límite oriental, en el que se alcanza el límite máximo. También desde el polo del zodíaco, por el punto B, descienda DBE, que junto con el círculo del zodíaco cortará al pequeño círculo ADCE en cuatro partes, puesto que se cortan en ángulos rectos al ser trazadas ambas a través de los polos. Habiendo sido el movimiento en el hemiciclo ADC hacia el este, y en el restante CEA hacia el oeste, el punto medio de la lentitud del equinoccio aparente estará en D, a causa de la resistencia al avance del B, pero la máxima velocidad estará en E para los movimientos que avanzan



hacia la misma dirección. Tómense también a un lado y otro de D los arcos FD, DG, ambos de XLV grados, XVII minutos y medio. Sea F el primer término de la anomalía que observó Timócaris, G el segundo que observó Ptolomeo, y P el tercero que observó Albatanio. Por tales puntos desciendan círculos máximos a través de los polos de la eclíptica FN, GM y OP, que todos son semejantes a líneas rectas en el pequeño círculo. En consecuencia, el arco FDG será de 90 grados, XXXV minutos, de los que el círculo ADCE tiene CCCLX, restando del movimiento medio MN un grado, XL minutos, de los que ABC tiene II grados, XX minutos, y GCEP tiene CLV grados, XXXIIII minutos, añadiendo a MO I grado, IX minutos: por lo que la restante PAF de CXIII grados, LI minutos, añade a la restante ON XXXI minutos, de donde igualmente AB es de LXX minutos. Pero siendo todo el arco DGCEP
137 de CC grados, LI minutos y medio, y EP el exceso del semicírculo de XX grados, LI minutos y medio, en consecuencia BO, considerado como una recta, por la tabla de las líneas subtendidas en un círculo [cuerdas], tendrá 356 unidades, de las que AB tiene 1.000: pero si AB tiene LXX minutos, BO tendrá aproximadamente XXIIII minutos, y BM se estableció en L minutos. En consecuencia, toda MBO tiene LXXIIII minutos y la restante NO de XXVI minutos. Pero, en lo anteriormente establecido tenía MBO I grado, IX minutos, y la restante NO XXXI minutos. Faltan aquí V minutos, los que sobran allí. Por lo tanto, hay que girar el círculo hasta que se realice la compensación de una y otra parte. Y esto se habrá realizado si tomamos el arco DG de XLII grados y medio, teniendo la restante DF de XLVIII grados, V minutos. Pues, por esto quedará claro, que se ha dado satisfacción a uno y a otro error, y a todos los demás, puesto que tomado el principio en D, límite máximo de la lentitud, será el límite de anomalía en el primer intervalo todo el arco DGCEPAF de CCCXI grados, LV minutos, en el segundo DG de XLII grados y medio, en el tercero DGCEP de CIIC grados, IIII minutos. Y siendo AB de LXX minutos, en el primer término será añadida la prostaféresis BN de LII minutos, según las demostraciones precedentes, en el segundo se quita MB de IIIL minutos y medio. Y en el tercer término, de nuevo se añade BO de casi XXI minutos. En consecuencia, todo MN comprende en el primer intervalo un grado XL minutos, también todo MBO en el segundo comprende un grado IX minutos: todo lo cual coincide bastante con los datos observados. Con lo que también se manifiesta que la anomalía simple en el primer término es de CLV grados, LVII minutos y medio, en el segundo de XXI grados, XV

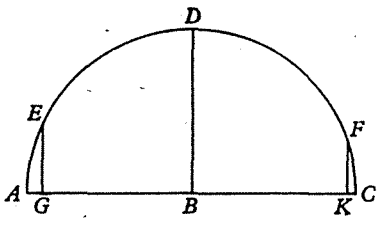
minutos, en el tercero de IC grados, II minutos[23]: lo que debíamos demostrar.

Capítulo X

CUÁL PUEDE SER LA MÁXIMA DIFERENCIA ENTRE LAS INTERSECCIONES DEL ECUADOR Y DEL ZODÍACO [ECLÍPTICA]

(24) Del mismo modo comprobaremos y descubriremos que se tomó correctamente todo lo expuesto acerca del cambio de la oblicuidad de la eclíptica y del ecuador. Tuvimos, pues, hasta el año segundo de Antonino, según Ptolomeo, una anomalía simple corregida de XXI grados y un cuarto, bajo la cual se halló una oblicuidad máxima de XXIII grados, LI minutos, XX segundos. Desde este momento hasta nuestra observación, hay alrededor de MCCCLXXXVII años, en los que la posición de la anomalía simple se calcula en CXLIIII grados, IIII minutos: y en ese tiempo aparece una oblicuidad de XXIII grados, XXVIII minutos, con casi dos quintos de minuto.

(32) Acerca de ésto, repítase el arco ABC del zodíaco, o en lugar de él, por su exigüidad, una recta, y sobre la recta el hemiciclo de anomalía simple con el polo en B, como antes. Sea A el límite máximo de la declinación, C el mínimo, cuya diferencia averiguaremos. Tómese, pues, un arco AE del círculo pequeño de XXI grados, XV minutos, y ED, lo que queda del cuadrante, será de LXVIII grados, XLV minutos, y toda EDF, según el cálculo, de 138
CXLIIII grados, IIII minutos, y el resto DF de LXXV grados, XIX minutos. Trácense EG y FK, perpendiculares al diámetro ABC. Y el arco GK del círculo máximo, a causa de la diferencia de las oblicuidades desde Ptolomeo a la conocida por nosotros, será de XXII minutos, LVI segundos. Pero GB, similar a una recta, es la mitad de la cuerda del doble de ED, o igual a 932 unidades de las que AC sería a manera de diámetro de 2.000 unidades, de las que también KB, la mitad de la cuerda del doble



de DF, sería de 967 unidades; toda GK es conocida como de 1899 unidades de éstas, de las que AC tiene 2.000. Pero teniendo GK XXII minutos, LVI segundos, AC tendrá aproximadamente XXIIII minutos, la diferencia entre la máxima y la mínima oblicuidad que estamos examinando. Con lo que consta que la máxima oblicuidad entre Timócaris y Ptolomeo fue de XXIII grados, LII minutos completos, y ahora tiende a una oblicuidad mínima de XXIII grados, XXVIII minutos. Así, pues, se encuentra que cualesquiera inclinaciones medias de estos círculos se relacionan en la misma proporción que expusimos acerca de las precesiones.

Capítulo XI

SOBRE LA DETERMINACIÓN DE LAS POSICIONES DE LOS MOVIMIENTOS REGULARES DE LOS EQUINOCCIOS Y DE LA ANOMALÍA

(19) Expuestas así todas estas cosas, falta que determinemos las posiciones de los movimientos del equinoccio primaveral, llamadas raíces por algunos, de las que, en cualquier tiempo propuesto, se han deducido cálculos. Ptolomeo coloca el hito más alejado de esta cuestión al principio del reinado de Nabonasar de los Caldeos, al que muchos, equivocados por la afinidad del nombre, creyeron que era Nabucodonosor[24], a éste la razón de los tiempos y la suposición de Ptolomeo declara muy posterior, todo lo cual, según los historiadores, coincide con el rey de los Caldeos Salmanasar. Pero nosotros pensamos que seguiríamos una cronología bastante más conocida, empezando desde la primera Olimpíada, la cual está mostrado que precedió a Nabonasar en XXVIII años, tomada la señal desde el solsticio de verano, en cuyo tiempo Canícula empezaba a surgir para los griegos, y se celebraban los juegos Olímpicos, según manifestaron Censorio[25], y otros probados autores. De donde, según un cálculo más exacto de los tiempos, que es necesario en el cómputo de los movimientos celestes, desde la primera Olimpíada, desde el mediodía del día primero del mes *Hecatombeano de los Griegos*, hasta Nabonasar, hasta el mediodía del primer día del mes Thot según los egipcios, hay XXVII años y CCXLVII días. Desde aquí hasta la muerte de Alejandro hay CCCCXXIIII años egipcios, desde la muerte de Alejandro al principio

de los años de Julio César hay CCLXXVIII años egipcios, CXVIII y medio días hasta la media noche anterior a las Calendas de Enero [1 de enero], donde Julio César tomó el principio del año constituido por él, que como Pontífice Máximo en su tercer consulado que compartía con M. Emilio Lépido instituyó tal año. Así, a partir de este año ordenado por Julio César, los siguientes se llaman Julianos y éstos para los romanos son ciertamente XVIII desde el cuarto consulado de César hasta Octavio 139
Augusto, los mismos que Calendas de Enero, aunque el día XVI antes de las Calendas de Febrero [mitad de Enero] Augusto fuera nombrado Emperador e hijo del divino Julio César por el senado y por los demás ciudadanos, según la opinión de Numatius[26] Plancus, siendo cónsules él por séptima vez y M. Vipsanus. Pero los egipcios, que habían caído un bienio antes bajo el poder de los romanos, después de la muerte de Antonio y Cleopatra, tienen XV años, CCXLVI días y medio al mediodía del primer día del mes Thoth, que para los romanos es el tercero antes de las Calendas de Septiembre [30 de Agosto]. Por lo que, desde Augusto hasta los años de Cristo, que empiezan de igual modo desde Enero, hay según los romanos XXVII años, pero según los egipcios XXVIIII de sus años y CXXX días y medio. Desde aquí hasta el segundo año de Antonino, en el que C. Ptolomeo describió las posiciones de las estrellas observadas por él, hay CXXXVIII años romanos, LV días, los cuales años añaden XXXIIII días a los egipcios. Desde la primera Olimpíada hasta aquí se calculan CMXIII años, CI días.

(14) En dicho tiempo, la precesión regular de los equinoccios es de XII grados, XLIIII minutos; XCV grados, XLIIII minutos de anomalía simple. Pero en el año segundo de Antonino, según se manifestó, el equinoccio de primavera estaba al oeste de la primera de las estrellas que están en la cabeza de Aries, en VI grados y XL minutos, y siendo la anomalía doble de XLII grados y medio, la diferencia substractiva del movimiento regular y el aparente fue de XLVIII minutos, la cual cuando hubiera sido restituida al movimiento aparente de VI grados, XL minutos, determina la posición media del equinoccio primaveral en VII grados, XXVIII minutos. A los que, si hubiéramos añadido CCCLX grados de un círculo, y de la suma hubiéramos quitado XII grados, XLIIII minutos, tendríamos con respecto a la primera Olimpíada, que comenzó a mediodía del primer día del mes Hecatombaeon para los atenienses, la posición media del equinoccio primaveral a CCCLIIII grados, XLIIII minutos, es decir que entonces estaba al este de la primera estrella de Aries en V grados, XVI minutos. De igual modo, si a los XXI grados, XV minutos, de anomalía simple, se les

sustraen VC grados, XLV minutos, quedarán, para el mismo principio de la Olimpíada, CCXVC grados, XXX minutos, como posición de la anomalía simple. Pero a su vez, por adición hecha de los movimientos en relación a la distancia de los tiempos, desdeñándose siempre CCCLX grados cada vez que se hayan excedido, tendremos las posiciones o raíces del movimiento regular, el de [la muerte de] Alejandro de I grado, II minutos, de anomalía simple CCCXXXII grados, LII minutos, para el movimiento medio en la época de César corresponden IIII grados, LV minutos, de anomalía II grados, II minutos, para la posición media al principio de los años de Cristo V grados, XXXII minutos, de anomalía VI grados, XLV minutos. Y así determinaremos las raíces de los movimientos de los demás con respecto a cualquier punto de partida de tiempo tomado.

Capítulo XII

140 SOBRE EL CÁLCULO DE LA PRECESIÓN DEL EQUINOCCIO DE PRIMAVERA Y DE LA OBLICUIDAD

(3) En consecuencia, cada vez que queramos determinar la posición del equinoccio de primavera, si desde el principio supuesto hasta el tiempo dado fueran los años desiguales, como son los de los romanos que usamos vulgarmente, los convertiremos en años iguales, o sea egipcios. Y así, no usaremos en el cálculo de los movimientos regulares otros años nada más que los egipcios, por la causa que dijimos. Distribuiremos el número de años en grupos de sesenta, en la medida en que el número sea mayor de sesenta, y cuando hayamos introducido en la tabla de los movimientos a los grupos de sesenta, entonces omitiremos la primera columna que se presenta en los movimientos como lo que excede, y empezando desde la segunda columna, tomaremos los grupos de sesenta grados, si los hubiera, con los restantes grados y minutos que siguen. Después, en una segunda entrada, y desde la primera columna, tal como están, tomaremos con respecto a los restantes años los grupos de sesenta grados, los grados y minutos que concurran. Igualmente haremos con los días y con los grupos de sesenta días. Los cuales podríamos conectarlos con los movimientos regulares de acuerdo con las tablas de días y minutos (aunque en este lugar los

minutos de día podrían despreciarse sin perjuicio, o incluso los propios días, por la lentitud de esos movimientos, ya que en el movimiento diario no se trata sino con respecto a fragmentos segundos y terceros), en consecuencia cuando hayamos agregado estas cosas a su raíz, añadiendo cada una a su correspondiente de la misma especie, y desechados seis grupos de sesenta grados, si excedieran, tendríamos con respecto al tiempo propuesto la posición media del equinoccio primaveral, en la distancia al oeste de la primera estrella de Aries, o en la distancia de esa estrella al este del equinoccio.

(22) Del mismo modo determinaremos también la anomalía. Pero encontraremos los minutos de las proporciones correspondientes a la anomalía simple colocados en la última columna de la tabla de la diversidad [prostaféresis], los cuales conservaremos aparte. Después, en la tercera columna de la misma tabla correspondiendo a la anomalía doble encontraremos la prostaféresis, esto es los grados y minutos en los que el verdadero movimiento difiere del medio. Y esta misma prostaféresis la restaremos del movimiento medio, si la anomalía doble fuera menor que un semicírculo. Pero si excediera al semicírculo, teniendo más de CXXC grados, la añadiremos al movimiento medio, y así lo que resulta, como suma o como resta, contendrá la precesión verdadera y aparente del equinoccio primaveral, o sea cuánto a su vez la primera estrella de Aries se encuentra entonces alejada [elongación angular] del equinoccio primaveral. Por lo que, si buscaras la posición de cualquier otra estrella, añade el número de ésta asignado en el catálogo de las estrellas.

(33) Pero, puesto que las cosas que se efectúan por medio de trabajo, suelen hacerse más claras con ejemplos, sea nuestro propósito encontrar la verdadera posición del equinoccio de primavera, a la vez que la oblicuidad de la eclíptica, el día XVI antes de las Kalendas de Mayo del año de Cristo MDXXV, y cuánto distaría Spica en Virgo de dicho equinoccio. En consecuencia, queda claro que en los MDXXIIII años, CVI días, romanos desde el principio de los años de Cristo hasta este tiempo, han sido intercalados CCCLXXXI días (esto es I año y XVI días), los cuales en años iguales hacen MDXXV y CXXII días, y constituyen XXV grupos de sesenta años y XXV años, y también dos grupos de sesenta días, más dos días. Así pues, a los XXV grupos de sesenta años corresponden en la tabla de movimientos medios XX grados, LV minutos, II segundos; a los XXV años, XX minutos, LV segundos; a los dos grupos de sesenta días, XVI segundos; a los dos días restantes corresponden fracciones terceras. Todo esto con su raíz, 141

que era de V grados, XXXII minutos, suman XXVI grados, XLVIII minutos, precesión media del equinoccio primaveral. Del mismo modo, el movimiento de anomalía simple en los XXV grupos de sesenta años implica dos veces sesenta grados y XXXVII grados, XV minutos, III segundos; más en los XXV años, II grados, XXXVII minutos, XV segundos; en los dos grupos de sesenta días, II minutos, IIII segundos, y en los otros dos días, II segundos. Esto, más la raíz, que es de VI grados, XLV minutos, producen una anomalía simple de II grupos de sesenta, XLVI grados, XL minutos, por medio de la cual, en la última columna de la tabla de diversidades [prostaféresis], conservaré los minutos de las proporciones, que se utilizarán para buscar la oblicuidad, y sólo un minuto se encuentra en este caso. Después, duplicando la anomalía, que tendrá V grupos de sesenta, XXXIII grados, XX minutos, encuentra una prostaféresis positiva de XXXII minutos, porque la anomalía doble es mayor a un semicírculo, añadiéndola al movimiento medio, se muestra la verdadera y aparente precesión del equinoccio primaveral de XXVII grados, XXI minutos, a la que si finalmente le añadiera CLXX grados, que es la distancia [angular] de Spica en Virgo desde la primera estrella de Aries, tendré su posición al este del equinoccio de primavera a XVII grados y XXI minutos de Libra, donde casi se mostraba en el tiempo de nuestra observación.

(18) Pero la oblicuidad de la eclíptica y la declinación cumplen este razonamiento, que, cuando haya LX minutos de proporción, colocado lo que excede en la tabla de las declinaciones, las diferencias, me refiero a la existente entre la máxima y mínima oblicuidad, se añaden enteramente a los grados de las declinaciones. Pero en el presente caso uno de aquellos minutos añade a la oblicuidad sólo XXIIII segundos. Por lo que las declinaciones de los grados de la eclíptica puestas en la tabla, en este tiempo permanecen como están, a causa de la mínima oblicuidad ahora próxima a nosotros, en otro tiempo cambiarían de modo más evidente.

(25) De este modo, por ejemplo, si la anomalía simple hubiera sido de IC grados, como era en el año DCCCXXC[27] de los egipcios, para la misma se dan XXV minutos de proporción. Pero así como LX minutos son a XXIIII, diferencia entre la máxima y la mínima oblicuidad, así XXV es a X; estos X añadidos a los XXVIII proporciona una oblicuidad existente en ese tiempo de XXIII grados, XXXVIII minutos. Entonces, si también quisiera conocer la declinación de alguna parte de la eclíptica, por ejemplo del tercer grado de Tauro, que está a XXXIII grados del equinoccio,

encuentro en la tabla XII grados, XXXII minutos con un exceso de XII minutos. Pero, así como LX es a XXV, así XII es a V, estos V añadidos a los grados de la declinación hacen XII grados, XXXVII minutos para los XXXIII grados de la eclíptica. Del mismo modo podríamos hacer con respecto a los ángulos de sección de la eclíptica y del ecuador[28] y de las ascensiones rectas (si no gusta más mediante las proporciones entre los triángulos esféricos), excepto que conviene siempre añadir en aquéllos [ángulos de sección], restar en éstas [ascensiones rectas], de modo que todas las cosas de acuerdo con su tiempo se muestren más escrupulosamente.

Capítulo XIII

ACERCA DE LA MAGNITUD Y DIFERENCIA DEL AÑO SOLAR 142

(3) Aquello que se considera precesión de los equinoccios y de los solsticios, que según dijimos es producida por la inclinación del eje de la tierra, lo confirmará también el movimiento anual del centro de la tierra, tal como se muestra alrededor del Sol (de lo que trataremos ahora). En realidad conviene deducir, que cuando se traslada la duración anual a otro equinoccio o solsticio, resulta desigual a causa del desigual cambio de los mismos términos: pues estas cosas están relacionadas entre sí. Por lo que hemos de definir y separar el año temporal [año trópico] del sidéreo. Dado que llamamos año natural al que nos regula los cuatro cambios [de estaciones] anuales, sideral el que retorna con respecto a alguna estrella no errante. Pero, que el año natural, al que también llaman «vertente» [rotatorio], es desigual lo declaran muchísimas veces las observaciones de los antiguos. En efecto, Calippo, Aristarco de Samos y Arquímedes de Siracusa, determinaron que además de CCCLXV días enteros contenía la cuarta parte de un día, tomado el principio del año desde el solsticio de verano, según la costumbre de los atenienses.

(16) Pero C. Ptolomeo, advirtiendo que era difícil incluso una aprehensión escrupulosa de los solsticios, no confió suficientemente en las observaciones de aquéllos y recurrió mejor a Hiparco, que dejó tras de sí no sólo solsticios solares sino también

equinoccios registrados en Rodas, y manifestó lo muy poco que faltaba para un cuarto de día, lo que luego Ptolomeo describió que era la tricentésima [1/300] parte de un día, de este modo: tomó el equinoccio de otoño, observado por aquél [Hiparco], lo más exactamente posible en Alejandría, en el año CLXXVII después de la muerte de Alejandro Magno, en el tercer día intercalar según los egipcios, a media noche, a la que seguía el cuarto intercalar. Después, Ptolomeo añade el equinoccio observado por él en Alejandría en el año tercero de Antonino, que era el año CCCCLXIII desde la muerte de Alejandro, en el día noveno del tercer mes de los egipcios, Arthyr, casi una hora después de la salida del Sol. Entre ésta y la observación de Hiparco, pasaron CCLXXXV años egipcios, LXX días, VII horas y la quinta parte de una hora, cuando deberían ser LXXI días y VI horas, si el año rotatorio hubiera tenido, además de los días enteros, una cuarta parte del día. En consecuencia, falta en CCLXXXV años, un día menos una vigésima parte de día [29]. De donde se deduce, que en CCC años faltaría un día completo.

(32) También dedujo la misma interpretación partiendo del equinoccio de primavera. Pues mencionó lo anotado por Hiparco en el año CLXXVIII de Alejandro, en el día XXVII de Mechir, el sexto mes de los egipcios, a la salida del Sol, él mismo [Ptolomeo anotó] en el año CCCCLXIII [después de la muerte de Alejandro], en el séptimo día del mes Pachon, el noveno según los egipcios, una hora después de medio día o un poco más, que también en CCLXXXV años faltaba un sólo día menos la vigésima parte de un día. Ayudado por estos indicios, Ptolomeo definió que el año rotatorio era de CCCLXV días, XIIII minutos, XLVIII segundos.

(39) Después de esto, Albatenio en Arata de Siria [30], con no menos habilidad consideró el equinoccio de otoño, en el año MCCVI después de la muerte de Alejandro, y encontró que éste había ocurrido después del séptimo día del mes Pachon, en la noche
143 siguiente, a las VII horas y casi dos quintos, esto es, alrededor de IIII horas y tres quintos antes del amanecer del día octavo. En consecuencia, comparando esta consideración suya con aquélla de Ptolomeo, hecha en el año tercero de Antonino, una hora después de la salida del Sol en Alejandría, que dista de Arata diez grados hacia el ocaso [oeste], la adecuó a su meridiano aratense, con respecto al cual debía haber sido de una hora y dos tercios desde la salida del Sol. En consecuencia, en un intervalo de DCCXLIII años iguales había CLXXVIII días de más, XVII horas y III quintos [de hora], en vez de CXVC días y tres cuartas partes. Luego, faltando

VII días y dos quintos de una hora, pareció que al cuarto [de día] le faltaba la centésima y sexta parte [1/106]. En consecuencia dividió siete días y dos quintos de hora por setecientos cuarenta y tres, según el número de años, y son XIII minutos de hora, XXXVI segundos, lo que restó del cuarto de día, y manifestó que el año natural contiene CCCLXV días, V horas, XLVI minutos, XXIIII segundos.

(14) Nosotros también observamos el equinoccio de otoño en Frauenburg, que podemos llamar Gynopolis, en el año MDXV del nacimiento de Cristo, en el día décimo octavo antes de las Calendas de Octubre: era, pues, en el año MDCCCXL de los egipcios después de la muerte de Alejandro, en el sexto día del mes Phaophi, media hora después de la salida del Sol. Pero, puesto que Arata está casi XXV grados más al oriente que nuestra región, que hacen II horas menos un tercio, luego transcurrieron en el tiempo medio entre el nuestro y el equinoccio de Albatenio, además de los DCXXXIII años egipcios, CLIII días, VI horas y tres cuartas partes de hora, en lugar de CLVIII días y VI horas. Pero, desde aquella observación Alejandrina de Ptolomeo, hasta el lugar y tiempo de nuestra observación, hay MCCCLXXVI años egipcios, CCCXXXII días y media hora. Diferimos de Alejandría, pues, en casi una hora. Luego, desde el tiempo de Albatenio hasta nosotros, en DCXXXIII años, habiendo excedido en V días menos una hora y cuarto, por lo menos un día por cada CXXVIII años, sin embargo en MCCCLXXVI años desde Ptolomeo, XII días casi, por lo menos un día en CXV años, acontece porque en una y otra ocasión el año se produjo desigual.

(28) Determinamos también el equinoccio primaveral, lo que se hizo al año siguiente, MDXVI después del nacimiento de Cristo, a las IIII horas y un tercio después de la media noche que va hacia el día quinto antes de los Idus de Marzo. Hay desde aquel equinoccio primaveral de Ptolomeo (mantenida la comparación del meridiano alejandrino con el nuestro) MCCCLXXVI años egipcios, CCCXXXII días, XVI horas y un tercio, de donde también parecen que sean desiguales las distancias de los equinoccios de primavera y otoño. Por lo demás, es de mucho interés que el año solar tomado de este modo sea igual.

(35) Puesto que en los equinoccios otoñales entre Ptolomeo y nosotros (se mostró más arriba), según la igual distribución de los años, la centésima y quintadécima parte [1/115] que faltaba a la cuarta parte del día, no coincide con el equinoccio de Albatenio por

medio día. Y tampoco el período que va de Albatenio hasta nosotros (en el que debía faltar a un cuarto de día la centésima vigésima
144 octava parte del día) concuerda con Ptolomeo, sino que el número supera al equinoccio observado por él más allá de un día entero, al de Hiparco por encima de dos días. De igual modo el cálculo de Albatenio, medido desde Ptolomeo, excede al equinoccio de Hiparco en dos días.

(4) Con mayor corrección se mide la igualdad del año solar[31] desde la esfera de las estrellas no errantes, lo que encontró primero Thebites hijo de Chora[32], y cuya dúración era de CCCLXV días, XV minutos de día, XXIII segundos de día, que son VI horas, IX minutos, XII segundos, aproximadamente, tomando verosímilmente como argumento que en el transcurso más lento de los equinoccios y solsticios el año parece más largo que en el transcurso más rápido, y esto según una proporción fija, lo que no podría realizarse si no existiera una igualdad en comparación con la esfera de las estrellas fijas[33]. Por todo esto, Ptolomeo no debe ser oído en esta parte, el cual estimó absurdo y no pertinente el medir la igualdad anual del Sol con respecto a reintegrarse a la situación primitiva de las estrellas fijas, y que no coincide mejor que si esto lo hiciera alguien respecto a Júpiter o Saturno. Y así es patente la causa por la que antes de Ptolomeo había sido más largo el año estacional, y después de él se hizo más breve con una diferencia variable.

(16) Pero, acerca del año asteroide, o sea sideral, puede producirse un error, aunque pequeño, y, con mucho, menor que el explicado, y esto sobre todo porque el movimiento del centro de la tierra alrededor del Sol aparece como desigual a causa de otra doble irregularidad. La primera y simple de estas diferencias tiene una reintegración a la situación primitiva anual, la otra, que varía modificando a la primera, no se percibe inmediatamente sino en un largo período de tiempo. Por lo que no es sencillo ni fácil conocer el cálculo de la igualdad anual. En efecto, si alguien quisiera averiguarla con respecto a la distancia fija de alguna estrella que tiene lugar conocido (lo que puede hacerse con la utilización del astrolabio, mediando la Luna, tal como ejemplificamos con respecto a Basiliscus en Leo), no podrá evitar el error sin dificultad, a no ser que entonces el Sol, por el movimiento de la tierra, o no tuviera en aquel tiempo ninguna prostaféresis, o produzca otra similar e igual en cualquier otro término. Si no sucediera ésto, y hubiera alguna diferencia en su irregularidad, no parecerá que en tiempos iguales se haya producido un circuito igual. Pero si en uno y otro término

toda la diferencia haya sido sustraida o añadida proporcionalmente, el trabajo habrá sido perfecto.

(31) Además, el conocimiento de la diversidad exige el previo conocimiento del movimiento medio, que por esta causa buscamos. Pero, para que lleguemos alguna vez a la resolución de este problema, encontramos cuatro causas de la desigualdad aparente. La primera[34] es la irregularidad de la precesión de los equinoccios, que ya expusimos; otra es que el Sol parece interceptar arcos desiguales de la eclíptica, lo que acontece casi anualmente; la tercera es también lo que hace variar a ésta, y a la que llamaremos segunda diversidad; la cuarta que queda, es la que cambia los ápsides superior e inferior del centro de la tierra, según aparecerá más abajo. De todas ellas, sólo la segunda fue conocida por Ptolomeo, la cual por sí sóla no hubiera podido producir la desigualdad anual, pero enlazada más bien con las otras la produce. Para demostrar la diferencia entre el movimiento regular y el aparente del Sol, no parece necesario el exactísimo cálculo del año, sino que parece ser suficiente si tomáramos para la demostración los CCCLXV días y un cuarto como duración del año, con los que se completa aquel movimiento de la primera irregularidad. Ya que difiere tan poco de todo el círculo que, tomando una magnitud menor, se desvanece casi por completo. Pero, para el buen orden y facilidad de la enseñanza expondremos primero los movimientos regulares de la revolución anual del centro de la tierra, los que después demostraremos mediante las pruebas necesarias, junto con las diferencias entre la regularidad y la apariencia. 145

Capítulo XIIII

ACERCA DE LOS MOVIMIENTOS REGULARES Y MEDIOS DE LAS REVOLUCIONES DEL CENTRO DE LA TIERRA

(11) Encontramos que la duración del año y su regularidad, que transmitió Thebit ben Chora [Thābit ibn Qurra], es mayor al menos en un segundo, X terceros, esto es CCCLXV días, XV minutos, XXIIII segundos, X terceros, que equivalen a VI horas iguales, IX minutos, XXXX segundos manifiesta una segura regularidad con respecto a la esfera de las estrellas no errantes. Luego, habiendo multiplicado

CCCLX grados de un círculo por CCCLXV días, y habiendo dividido el resultado por CCCLXV días, XV minutos, XXIIII segundos, X terceros, tendremos el movimiento de un año egipcio en V grupos de sesenta, LIX grados, XLIIII minutos, IL segundos, VII terceros, IIII cuartos. Y el movimiento durante sesenta años semejantes (descontados los círculos íntegros) es de V veces sesenta grados, XLIIII grados, IL minutos, VII segundos, IIII terceros. A su vez, si dividimos el movimiento anual por CCCLXV días, tendremos un movimiento diario de LIX minutos, VIII segundos, II terceros, XXII cuartos. Por lo que, si añadiéramos a éstos la precesión regular y media de los equinoccios, compondremos un movimiento anual también regular en los años «tèmporales» [trópicos] de V veces sesenta, LIX grados, XLV minutos, XXXIX segundos, XIX terceros, VIIII cuartos, y un movimiento diario de LIX minutos, VIII segundos, XIX terceros, XXXVII cuartos. Y por esta razón, incluso a aquel movimiento del Sol (por usar la expresión vulgar) podemos llamarle simple regular, pero a éste regular compuesto[35]: también éstos los expondremos en las tablas, del mismo modo a como lo hicimos con respecto a la precesión de los equinoccios. A las que se añade el movimiento regular de anomalía del Sol, del que trataremos después.

TABLA DEL MOVIMIENTO REGULAR SIMPLE DEL SOL EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	5	59	44	49	7	31	5	52	9	22	39
2	5	59	29	38	14	32	5	51	54	11	46
3	5	59	14	27	21	33	5	51	39	0	53
4	5	58	59	16	28	34	5	51	23	50	0
5	5	58	44	5	35	35	5	51	8	39	7
6	5	58	28	54	42	36	5	50	53	28	14
7	5	58	13	43	49	37	5	50	38	17	21
8	5	57	58	32	56	38	5	50	23	6	28
9	5	57	43	22	3	39	5	50	7	55	35
10	5	57	28	11	10	40	5	49	52	44	42
11	5	57	13	0	17	41	5	49	37	33	49
12	5	56	57	49	24	42	5	49	22	22	56
13	5	56	42	38	31	43	5	49	7	12	3
14	5	56	27	27	38	44	5	48	52	1	10
15	5	56	12	16	46	45	5	48	36	50	18
16	5	55	57	5	53	46	5	48	21	39	25
17	5	55	41	55	0	47	5	48	6	28	32
18	5	55	26	44	7	48	5	47	51	17	39
19	5	55	11	33	14	49	5	47	36	6	46
20	5	54	56	22	21	50	5	47	20	55	53
21	5	54	41	11	28	51	5	47	5	45	0
22	5	54	26	0	35	52	5	46	50	34	7
23	5	54	10	49	42	53	5	46	35	23	14
24	5	53	55	38	49	54	5	46	20	12	21
25	5	53	40	27	56	55	5	46	5	1	28
26	5	53	25	17	3	56	5	45	49	50	35
27	5	53	10	6	10	57	5	45	34	39	42
28	5	52	54	55	17	58	5	45	19	28	49
29	5	52	39	44	24	59	5	45	4	17	56
30	5	52	24	33	32	60	5	44	49	7	4

MOVIMIENTO SIMPLE DEL SOL EN DIAS,
PERIODOS DE SESENTA DIAS Y MINUTOS DE DIAS

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60°	°	'	"	"'		60°	°	'	"	"'
1	0	0	59	8	11	31	0	30	33	13	52
2	0	1	58	16	22	32	0	31	32	22	3
3	0	2	57	24	34	33	0	32	31	30	15
4	0	3	56	32	45	34	0	33	30	38	26
5	0	4	55	40	56	35	0	34	29	46	37
6	0	5	54	49	8	36	0	35	28	54	49
7	0	6	53	57	19	37	0	36	28	3	0
8	0	7	53	5	30	38	0	37	27	11	11
9	0	8	52	13	42	39	0	38	26	19	23
10	0	9	51	21	53	40	0	39	25	27	34
11	0	10	50	30	5	41	0	40	24	35	45
12	0	11	49	38	16	42	0	41	23	43	57
13	0	12	48	46	27	43	0	42	22	52	8
14	0	13	47	54	39	44	0	43	22	0	20
15	0	14	47	2	50	45	0	44	21	8	31
16	0	15	46	11	1	46	0	45	20	16	42
17	0	16	45	19	13	47	0	46	19	24	54
18	0	17	44	27	24	48	0	47	18	33	5
19	0	18	43	35	35	49	0	48	17	41	16
20	0	19	42	43	47	50	0	49	16	49	28
21	0	20	41	51	58	51	0	50	15	57	39
22	0	21	41	0	9	52	0	51	15	5	50
23	0	22	40	8	21	53	0	52	14	14	2
24	0	23	39	16	32	54	0	53	13	22	13
25	0	24	38	24	44	55	0	54	12	30	25
26	0	25	37	32	55	56	0	55	11	38	36
27	0	26	36	41	6	57	0	56	10	46	47
28	0	27	35	49	18	58	0	57	9	54	59
29	0	28	34	57	29	59	0	58	9	3	10
30	0	29	34	5	41	60	0	59	8	11	22

MOVIMIENTO REGULAR COMPUESTO DEL SOL EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	5	59	45	39	19	31	5	52	35	18	53
2	5	59	31	18	38	32	5	52	20	58	12
3	5	59	16	57	57	33	5	52	6	37	31
4	5	59	2	37	16	34	5	51	52	16	51
5	5	58	48	16	35	35	5	51	37	56	10
6	5	58	33	55	54	36	5	51	23	35	29
7	5	58	19	35	14	37	5	51	9	14	48
8	5	58	5	14	33	38	5	50	54	54	7
9	5	57	50	53	52	39	5	50	40	33	26
10	5	57	36	33	11	40	5	50	26	12	46
11	5	57	22	12	30	41	5	50	11	52	5
12	5	57	7	51	49	42	5	49	57	31	24
13	5	56	53	31	8	43	5	49	43	10	43
14	5	56	39	10	28	44	5	49	28	50	2
15	5	56	24	49	47	45	5	49	14	29	21
16	5	56	10	29	6	46	5	49	0	8	40
17	5	55	56	8	25	47	5	48	45	48	0
18	5	55	41	47	44	48	5	48	31	27	19
19	5	55	27	27	3	49	5	48	17	6	38
20	5	55	13	6	23	50	5	48	2	45	57
21	5	54	58	45	42	51	5	47	48	25	16
22	5	54	44	25	1	52	5	47	34	4	35
23	5	54	30	4	20	53	5	47	19	43	54
24	5	54	15	43	39	54	5	47	5	23	14
25	5	54	1	22	58	55	5	46	51	2	33
26	5	53	47	2	17	56	5	46	36	41	52
27	5	53	32	41	37	57	5	46	22	21	11
28	5	53	18	20	56	58	5	46	8	0	30
29	5	53	4	0	15	59	5	45	53	39	49
30	5	52	49	39	34	60	5	45	39	19	9

MOVIMIENTO COMPUESTO DEL SOL EN DIAS, PERIODOS DE SESENTA DIAS Y *MINUTOS DE DIAS*

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	59	8	19	31	0	30	33	18	8
2	0	1	58	16	39	32	0	31	32	26	27
3	0	2	57	24	58	33		32	31	34	47
4	0	3	56	33	18	34	0	33	30	43	6
5	0	4	55	41	38	35	0	34	29	51	26
6	0	5	54	49	57	36	0	35	28	59	46
7	0	6	53	58	17	37	0	36	28	8	5
8	0	7	53	6	36	38	0	37	27	16	25
9	0	8	52	14	56	39	0	38	26	24	45
10	0	9	51	23	16	40	0	39	25	33	4
11	0	10	50	31	35	41	0	40	24	41	24
12	0	11	49	39	55	42	0	41	23	49	43
13	0	12	48	48	15	43	0	42	22	58	3
14	0	13	47	56	34	44	0	43	22	6	23
15	0	14	47	4	54	45	0	44	21	14	42
16	0	15	46	13	13	46	0	45	20	23	2
17	0	16	45	21	33	47	0	46	19	31	21
18	0	17	44	29	52	48	0	47	18	39	41
19	0	18	43	38	12	49	0	48	17	48	1
20	0	19	42	46	32	50	0	49	16	56	20
21	0	20	41	54	51	51	0	50	16	4	40
22	0	21	41	3	11	52	0	51	15	13	0
23	0	22	40	11	31	53	0	52	14	21	19
24	0	23	39	19	50	54	0	53	13	29	39
25	0	24	38	28	10	55	0	54	12	37	58
26	0	25	37	36	30	56	0	55	11	46	18
27	0	26	36	44	49	57	0	56	10	54	38
28	0	27	35	53	9	58	0	57	10	2	57
29	0	28	35	1	28	59	0	58	9	11	17
30	0	29	34	9	48	60	0	59	8	19	37

MOVIMIENTO DE ANOMALIA REGULAR DEL SOL
EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	5	59	44	24	46	31	5	51	56	48	11
2	5	59	28	49	33	32	5	51	41	12	58
3	5	59	13	14	20	33	5	51	25	37	45
4	5	58	57	39	7	34	5	51	10	2	32
5	5	58	42	3	54	35	5	50	54	27	19
6	5	58	26	28	41	36	5	50	38	52	6
7	5	58	10	53	27	37	5	50	23	16	52
8	5	57	55	18	14	38	5	50	7	41	39
9	5	57	39	43	1	39	5	49	52	6	26
10	5	57	24	7	48	40	5	49	36	31	13
11	5	57	8	32	35	41	5	49	20	56	0
12	5	56	52	57	22	42	5	49	5	20	47
13	5	56	37	22	8	43	5	48	49	45	33
14	5	56	21	46	55	44	5	48	34	10	20
15	5	56	6	11	42	45	5	48	18	35	7
16	5	55	50	36	29	46	5	48	2	59	54
17	5	55	35	1	16	47	5	47	47	24	41
18	5	55	19	26	3	48	5	47	31	49	28
19	5	55	3	50	49	49	5	47	16	14	14
20	5	54	48	15	36	50	5	47	0	39	1
21	5	54	32	40	23	51	5	46	45	3	48
22	5	54	17	5	10	52	5	46	29	28	35
23	5	54	1	29	57	53	5	46	13	53	22
24	5	53	45	54	44	54	5	45	58	18	9
25	5	53	30	19	30	55	5	45	42	42	55
26	5	53	14	44	17	56	5	45	27	7	42
27	5	52	59	9	4	57	5	45	11	32	29
28	5	52	43	33	51	58	5	44	55	57	16
29	5	52	27	58	38	59	5	44	40	22	3
30	5	52	12	23	25	60	5	44	24	46	50

TABLA DEL MOVIMIENTO DE ANOMALIA DEL SOL EN DIAS Y PERIODOS DE SESENTA DIAS

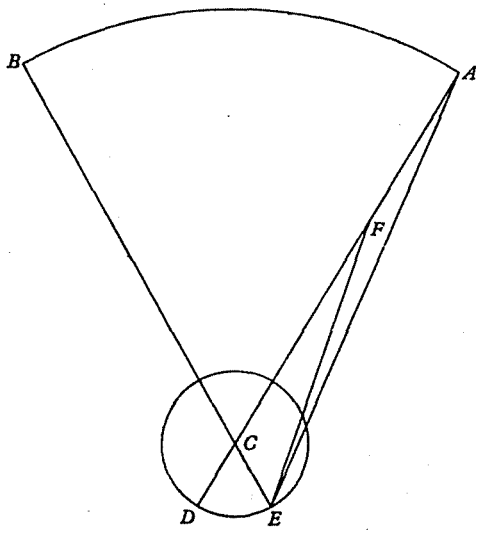
Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	59	8	7	31	0	30	33	11	48
2	0	1	58	16	14	32	0	31	32	19	55
3	0	2	57	24	22	33	0	32	31	28	3
4	0	3	56	32	29	34	0	33	30	36	10
5	0	4	55	40	36	35	0	34	29	44	17
6	0	5	54	48	44	36	0	35	28	52	25
7	0	6	53	56	51	37	0	36	28	0	32
8	0	7	53	4	58	38	0	37	27	8	39
9	0	8	52	13	6	39	0	38	26	16	47
10	0	9	51	21	13	40	0	39	25	24	54
11	0	10	50	29	21	41	0	40	24	33	2
12	0	11	49	37	28	42	0	41	23	41	9
13	0	12	48	45	35	43	0	42	22	49	16
14	0	13	47	53	43	44	0	43	21	57	24
15	0	14	47	1	50	45	0	44	21	5	31
16	0	15	46	9	57	46	0	45	20	13	38
17	0	16	45	18	5	47	0	46	19	21	46
18	0	17	44	26	12	48	0	47	18	29	53
19	0	18	43	34	19	49	0	48	17	38	0
20	0	19	42	42	27	50	0	49	16	46	8
21	0	20	41	50	34	51	0	50	15	54	15
22	0	21	40	58	42	52	0	51	15	2	23
23	0	22	40	6	49	53	0	52	14	10	30
24	0	23	39	14	56	54	0	53	13	18	37
25	0	24	38	23	4	55	0	54	12	26	45
26	0	25	37	31	11	56	0	55	11	34	52
27	0	26	36	39	18	57	0	56	10	42	59
28	0	27	35	47	26	58	0	57	9	51	7
29	0	28	34	55	33	59	0	58	8	59	14
30	0	29	34	3	41	60	0	59	8	7	22

Capítulo XV

PRINCIPIOS PARA DEMOSTRAR LA IRREGULARIDAD DEL MOVIMIENTO APARENTE SOLAR

(4) Para iniciar el estudio de la irregularidad aparente del Sol, demostraremos ahora con mayor claridad, que, estando el Sol en el centro del mundo, alrededor del cual como centro se mueve la tierra, si hubiera, como dijimos, una distancia entre el Sol y la tierra que no puede apreciarse con respecto a la inmensidad de la esfera de las estrellas fijas, el Sol parecerá que se mueve regularmente con respecto a cualquier punto determinado o estrella de dicha esfera.

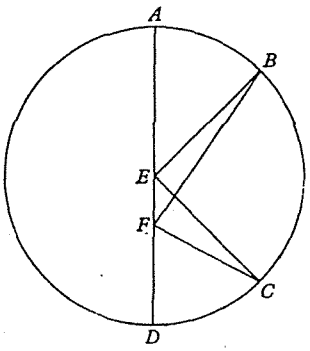
(10) Sea, pues, AB un círculo máximo en el universo, en el plano de la eclíptica, sea su centro C, en el que se coloca el Sol, y de acuerdo con la distancia del Sol y la tierra CD, con respecto a la cual la altitud del universo sería inmensa, descríbase el círculo DE en el mismo plano de la eclíptica, en el que se pone la revolución anual del centro de la tierra. Digo, que respecto a cualquier punto determinado o a una estrella en el círculo AB, el Sol parecerá moverse regularmente. Tómese [un punto] y éste sea A, hacia el que la visual del Sol desde la tierra, que está en D, se prolonga como ACD. Muévase también la tierra a través del arco DE, y desde el punto E de la tierra trácese AE y BE; en consecuencia, se verá ahora el Sol desde E en el punto B; y puesto que AC es inmensa en comparación a CD, y éste es igual a CE, será también AE inmensa en comparación a CE. Tómese en AC un punto cualquiera F, y únase EF. Así, pues, puesto que desde los extremos CE de la base,



dos líneas rectas caen fuera del triángulo EFC, en el punto A, por la inversa de la proposición XXI del libro primero de los Elementos de Euclides, el ángulo FAE será menor que el ángulo EFC. Por lo tanto, las líneas rectas tendidas hacia la inmensidad comprenden un ángulo CAE tan agudo, que no puede discernirse aún con más
153 amplitud: y a causa de éste [CAE] es por lo que BCA es un ángulo mayor que AEC[36], aunque éstos por una diferencia tan pequeña parecen iguales, y las líneas AC, AE paralelas, y el Sol parece moverse regularmente con respecto a cualquier punto de la esfera de las estrellas, como si girase alrededor del centro E: que era lo que se quería demostrar.

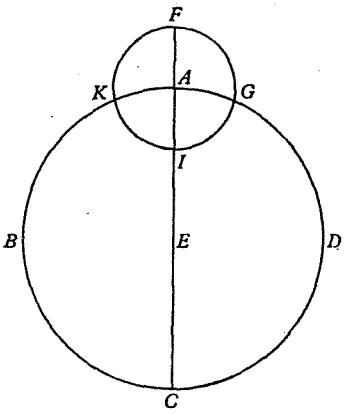
(4) Pero su irregularidad se demuestra, porque el movimiento del centro de la tierra y su revolución anual no se efectúa totalmente alrededor del centro del Sol. Lo que puede entenderse correctamente de dos modos: o por un círculo excéntrico, es decir cuyo centro no sea el del Sol o por un epiciclo en el homocéntrico. Por un círculo excéntrico se demuestra de este modo.

(8) Sea, pues, un círculo excéntrico ABCD, en el plano de la eclíptica, cuyo centro E esté fuera del centro del Sol o del universo, a muy pequeña distancia, el cual sea F, su diámetro a través de ambos centros sea AEFD, y esté su apogeo en A, que fue llamado ápside superior por los latinos, el lugar más alejado del centro del universo, y sea D el perigeo, que está próximo y es el ápside inferior. Pero, mientras la tierra en su órbita ABCD se mueve regularmente alrededor de su centro E, aparecerá alrededor de F (según se dijo), un movimiento irregular. Tomados los arcos iguales AB y CD y trazadas las líneas BE, CE, BF, CF, también serán ángulos iguales AEB y CED, con los cuales alrededor del centro E interceptan arcos iguales. Y el ángulo CFD es mayor que el ángulo CED, el exterior es mayor que el interior; por lo tanto es también mayor que el ángulo AEB, igual al CED. Pero también el ángulo AEB exterior es mayor que el interior AFB, tanto más el ángulo CFD es mayor que el AFB. Pero ambos se produjeron en un tiempo igual, por lo que los arcos AB y CD son iguales; luego aparecerá un movimiento regular alrededor de E, irregular alrededor de F.

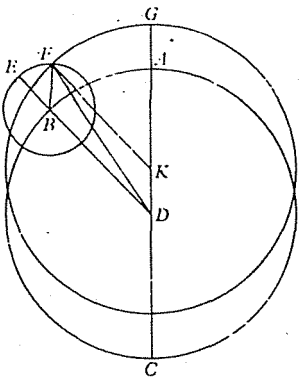


(22) Esto mismo puede verse, e incluso con mayor sencillez, porque el arco AB está más alejado de F que el CD. Pues, por la séptima proposición del tercer libro de los Elementos de Euclides, las líneas con las que se limitan, AF, BF, son más largas que CF, DF, y, como se demuestra en Optica, las magnitudes iguales que están más cercanas parecen mayores que las más alejadas. Y así queda manifiesto lo que se propuso acerca del círculo excéntrico.

(27) También se clarificará lo mismo por medio de un epiciclo en un círculo homocéntrico. Sea, pues, el centro del mundo E del homocentro ABCD, donde también está el Sol, y esté en el mismo plano A el centro del epiciclo FG, y a través de ambos centros la línea recta CEAF, F como apogeo del epiciclo, I como perigeo. Así se demuestra que hay regularidad en A, pero irregularidad aparente en el epiciclo FG, puesto que si A se mueve hacia B, esto es hacia el este, y el centro de la tierra desde el apogeo F hacia el oeste[37], parecerá que E en el perigeo, que está en I, se mueve más deprisa, porque los dos movimientos el de A y el de I tienden hacia las mismas direcciones; en cambio, en el apogeo que está en F, parecerá que es más lento el movimiento de E, puesto que sólo se mueve en virtud del movimiento que excede a los dos contrarios, y así, situada la tierra en G, está al 154
oeste del movimiento regular, pero en K está al este, y en ambas partes según el arco AG y AK, por lo que parece moverse también el Sol de modo diverso.

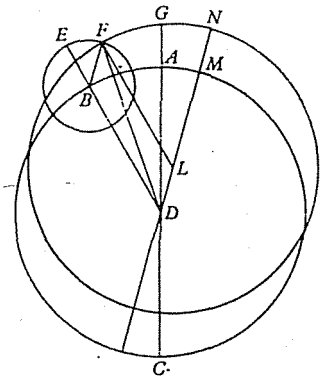


(4) Pero, estas cosas que ocurren con el epiciclo, pueden ocurrir del mismo modo con el excéntrico, al igual que el paso de la estrella en el epiciclo describe un círculo homocéntrico y en el mismo plano, el centro de tal excéntrico dista del centro del círculo homocéntrico en una medida igual al semidiámetro del epiciclo. Y esto sucede de tres modos. Puesto que si el epiciclo en el círculo homocéntrico y la estrella en el epiciclo realizan revoluciones semejantes, pero con movimientos que se oponen entre sí, el movimiento de la estrella trazará un círculo excéntrico fijo, de tal modo que el apogeo y perigeo del cual mantienen unos lugares inmutables. De este modo, si ABC fuera el círculo homocéntrico,



D el centro del universo, ADC el diámetro, y supongamos que cuando el epiciclo esté en A, la estrella estaría en el apogeo del epiciclo, que está en G, y la mitad de su diámetro en la línea recta DAG. Tómese ahora el arco AB del homocéntrico y con centro en B, y con la distancia AG, descríbase el epiciclo EF, y prolónguese DB y EB en línea recta y tómese el arco EF semejante al AB pero de dirección contraria, y estando en F la estrella o la tierra, únase también, y tómese en la línea AD el segmento DK igual al BF. Puesto que los ángulos EBF y BDA son iguales y por tanto BF y DK paralelas e iguales, pues si líneas rectas se unen con líneas rectas iguales y paralelas, son también paralelas e iguales por la proposición XXXIII del libro primero de Euclides; y puesto que DK, AG, se han establecido iguales, se añade el segmento común AK, GAK será igual a AKD, y por tanto también será igual a KF: así, pues, el círculo descrito con centro en K y la distancia [radio] KAG pasará por F, a este mismo F compuesto por el movimiento de AB y EF lo describió un círculo excéntrico igual al homocéntrico y por tanto fijo. Así, pues, mientras el epiciclo haya realizado revoluciones iguales [proporcionalmente iguales] con el homocéntrico, es necesario que los ápsides del excéntrico así descrito permanezcan en el mismo lugar.

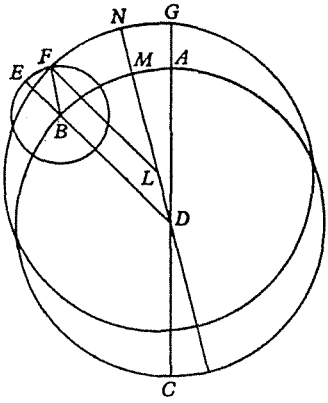
(27) Por lo cual, si el centro del epiciclo y la circunferencia hubieran realizado revoluciones dispares, el movimiento de la estrella ya no describirá un excéntrico fijo, sino aquél cuyo centro y ápsides se trasladan hacia el este o el oeste, según que el movimiento de la estrella haya sido más rápido o más lento en el centro de su epiciclo. De todos modos, si EBF fuera mayor que el ángulo BDA, pero se hubiera establecido igual que el ángulo BDM, se demostrará también. Porque si en la línea DM se toma DL igual a BF, el círculo descrito con centro en L y con la distancia [radio] LMN iguala a AD,



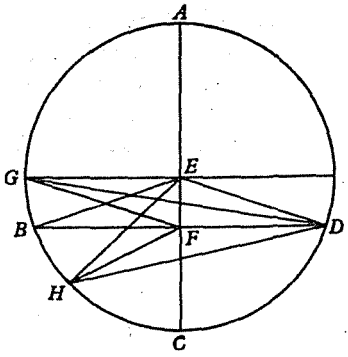
pasará por la estrella F, con lo que se manifiesta que el arco NF del círculo excéntrico es descrito por un movimiento compuesto de la estrella, cuyo apogeo se desplazó entre tanto desde el signo G hacia el oeste, a través del arco GN. Por el contrario, si el movimiento de la estrella hubiera sido más lento en el epiciclo, entonces el centro del excéntrico avanzará hacia el este y por donde se traslada el centro del epiciclo, tal como si el ángulo EBF fuera menor que el BDA, pero igual que el BDM, es manifiesto que se llega a lo que dijimos.

(1) De todo lo cual se manifiesta, que siempre se produce la 155
misma irregularidad de la apariencia, sea por el epiciclo en el homocéntrico, sea por el círculo excéntrico igual al homocéntrico, y que nada difieren entre sí, mientras la distancia entre los centros sea igual al radio del epiciclo.

(5) No es fácil de distinguir cual de ellos existe en el cielo. Ptolomeo, como consideró la irregularidad simple y fijas e inmutables las posiciones de los ápsides (como en el caso del Sol), pensaba que era suficiente la teoría de la excentricidad. En cambio, a la Luna y a los otros cinco planetas, que vagan errantes por dobles o más trayectorias diferentes, les aplicó los excéntricos del epiciclo. Partiendo de ellos se demuestra también fácilmente que la máxima diferencia entre la regularidad y la apariencia se manifiesta cuando la estrella aparece en su posición media, entre el ápside superior y el inferior, de acuerdo con el excéntrico, y según el epiciclo en contacto con él, como en Ptolomeo.



(13) En el caso del excéntrico de este modo. Sea, pues, el círculo ABCD con centro en E, su diámetro AEC que pasa por el Sol F, fuera del centro. Trácese por F la perpendicular BFD y únanse BE y ED; sea A el apogeo, C el perigeo, a partir de los cuales sean las apariencias medias B, D. Es claro que el ángulo exterior AEB comprende el movimiento regular, el interior EFB el aparente y el ángulo EBF es la diferencia entre ellos. Digo que no puede construirse ningún ángulo mayor que los ángulos en B, D [con vértice] en la circunferencia y sobre la línea [como base] EF. Tomados antes y después de B los puntos G y H, únanse GD, GE, GF, y de igual modo HE, HF, HD. Siendo FG, que está más cercana al centro, mayor que



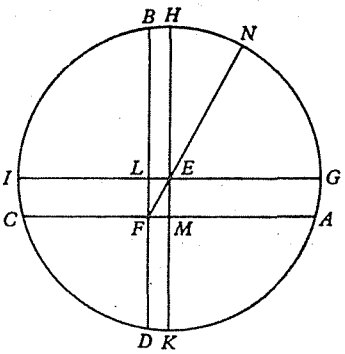
DF, el ángulo GDF será mayor que el gulo G DGF. En cambio, son iguales EDG y EGD, puesto que sus lados EG y ED descienden iguales sobre la base. En consecuencia, también el ángulo EDF es igual a EBF y es mayor que EGF. Del mismo modo, también DF es más larga que FH, y el ángulo FHD es mayor que FDH, y EHD completo es igual al EDH completo, pues son iguales EH y ED: luego el que queda EDF es igual al EBF y es mayor que el restante EHF. En consecuencia, sobre la línea EF, en ningún sitio más que en los puntos B y D podrá formarse un ángulo mayor. Y así la máxima diferencia entre la regularidad y la apariencia se produce en la posición media entre el apogeo y el perigeo.

Capítulo XVI

DE LA APARENTE IRREGULARIDAD DEL SOL

(31) Estas cosas se han demostrado de un modo general, las cuales pueden aplicarse no sólo a las apariencias solares, sino también a la irregularidad de otras estrellas. Ahora vamos a tratar las que son específicas del Sol y la tierra, en primer lugar aquellas que tomamos de Ptolomeo y de otros más antiguos, y luego las que el tiempo más reciente y la propia experiencia nos enseñó: Ptolomeo halló que desde el equinoccio de primavera hasta el solsticio [de verano] habían pasado XCIIII días y medio, desde el solsticio hasta el equinoccio de otoño XCII días y medio. Había, pues, según el cálculo del tiempo, en el primer intervalo un movimiento medio y regular de XCIII grados, IX minutos, y en el segundo XCI grados, XI minutos. De este modo dividido el círculo del año, que sea ABCD con centro en E, tómese AB por el primer espacio de tiempo de XCIII grados, IX minutos, BC por el segundo de XCI grados, XI minutos. Desde A se considera el equinoccio de primavera, desde B el solsticio de verano, desde C el equinoccio de otoño, y lo que queda desde D el solsticio de inverno. Unanse AC,

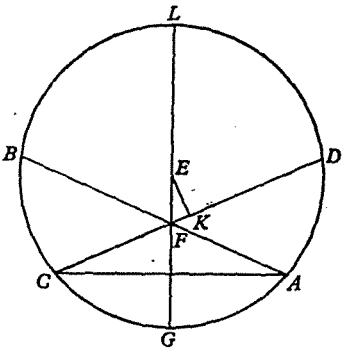
BD, que se cortan entre sí en ángulos rectos en F, donde colocamos el Sol. Ya que el arco ABC es mayor que el semicírculo y el AB también es mayor que el BC, Ptolomeo entendió, partiendo de estas cosas, que el centro E del círculo estaba contenido entre las líneas BF y FA, y el apogeo entre el equinoccio de primavera y el trópico estival del Sol. Trácese ahora por el centro E la recta IEG [paralela] a AFC, que cortará a BFD en L, y HEK [paralela] a BFD, que cortará a AF en M. Quedará constituido de este modo LEMF paralelogramo rectángulo cuya diagonal FE prolongada en la línea recta FEN, indicará la máxima longitud de la tierra desde el Sol, y la posición del apogeo en N. Siendo el arco ABC de CLXXXIIII grados, XX minutos, su mitad AH de XCII grados, X minutos, si se resta de AGB queda un exceso HB de LIX minutos[38]. A su vez, descontado el cuadrante del círculo HG del arco AH, queda AG de II grados, X minutos. Pero la mitad de la cuerda del doble del arco AG tiene 377 unidades, de las que la mitad de la cuerda que pasa por el centro [el radio] tiene 10.000, y es igual a LF, pero la mitad de la cuerda correspondiente al doble del arco BH es LE y tiene 172 de las mismas unidades. Así, pues, dados los lados del triángulo ELF, la cuerda [la hipotenusa] EF tendrá 414 unidades (de las que la cuerda que parte desde el centro [radio] tiene 10.000), casi la vigésimo cuarta parte [1/24] de la línea trazada desde el centro [radio] NE. Pero tal como EF es a EL, así NE, desde el centro, es a la mitad de la cuerda del doble del arco NH. En consecuencia, se da NH de XXIIII grados y medio, y de acuerdo con estos grados el ángulo NEH, el cual también es igual a LFE, ángulo del movimiento aparente. Por tanto, en tan gran espacio, el ápside más alto antes de Ptolomeo precedía al solsticio de verano del Sol. Pero, puesto que IK es un cuadrante del círculo, si se le quitan IC, DK, iguales a AG, HB, quedará CD[39] de LXXXVI grados, LI minutos, y lo que queda de CDA, el arco DA de LXXXVIII grados, IL minutos. Pero a los LXXXVI grados, LI minutos corresponden LXXXVIII días y la octava parte de un día; y a los LXXXVIII grados, IL minutos, XC días y la octava parte de un día, que son III horas, en los que por el movimiento regular de la tierra, el Sol parecía pasar del equinoccio de otoño al solsticio de



invierno, y regresar en lo que queda de año desde el solsticio de invierno al equinoccio de primavera. Estas cosas fueron expuestas por Ptolomeo, de igual manera que lo habían sido antes de él por Hiparco, según el mismo atestigua que las había encontrado. Por lo que pensó que en el tiempo restante no sólo el ápside superior estaría a XXIIII grados y medio antes del trópico estival, sino que la excentricidad (según se dijo), la veinticuatroava parte del radio, permanecería siempre. Uno y otro se encuentran ahora cambiados con una diferencia evidente.

(36) Albatenio anotó XCIII días, XXXV minutos, desde el equinoccio de primavera hasta el solsticio de verano, hasta el equinoccio de *otoño anotó* CLXXXVI días, XXXVII minutos, de los que,
157 según lo fijado por *Ptolomeo*, obtuvo una excentricidad no mayor que 346 unidades, de las que el radio tiene 10.000. Con este coincide Arzaquel el Hispano en el cálculo del excéntrico, pero coloca el apogeo XII grados, X minutos al oeste del solsticio, lo que Albatenio observó VII grados, XLIII minutos al oeste del mismo solsticio. De estos indicios se descubre que queda otra irregularidad en el movimiento del centro de la tierra, lo que también se comprobaba a partir de las observaciones de nuestro tiempo. En efecto desde hace más de diez años, que dedicamos la atención a investigar estas cosas y sobre todo desde el año MDXV de Cristo, encontramos que desde el equinoccio de primavera hasta el de otoño se completan CLXXXVI días y V minutos y medio; y para equivocarnos menos al tomar los solsticios, lo que sospechan algunos que les ha sucedido a veces a nuestros predecesores, adoptamos otras posiciones del Sol en este asunto, que no fueran incluso para los equinoccios en manera alguna difícil de observar, como son las posiciones medias de los signos Tauro, Virgo, Leo, Scorpio y Aquarium. Encontramos, pues, desde el equinoccio de otoño hasta la mitad de Scorpio XLV días, XVI minutos, hasta el equinoccio de primavera CLXXVIII días, LIII minutos y medio. Pero el movimiento regular en el primer intervalo de XLIIII grados, XXXVII minutos; en el segundo de CLXXVI grados, XIX minutos.

(17) Preparado así esto, repítase el círculo ABCD. Sea A el punto en el que el Sol ha aparecido en el equinoccio de primavera, B en donde se ve el equinoccio de otoño, C el punto medio de Scorpio: únanse AB, CD, que se cortan en F, en el centro del Sol, y trácese la cuerda AC. En consecuencia, puesto que el arco CB es conocido, de XLIIII grados, XXXVII minutos y, por tanto, el ángulo que se da en BAC, si CCCLX son dos rectos; y el que está



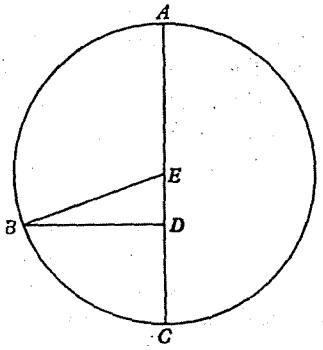
en BFC, el ángulo del movimiento aparente, es de XLV grados, si CCCLX son cuatro rectos, pero en la medida en que fueran dos rectos, el mismo BFC será de XC grados: por tanto el otro ángulo ACD, que se da en el arco AD, es de XLV grados, XXIII minutos. Pero todo el segmento ACB es de CLXXVI grados, XIX minutos; quitado BC quedará AC de CXXXI grados, XLII minutos, el cual junto con el AD comprende el arco CAD de CLXXVII grados, V minutos y medio.

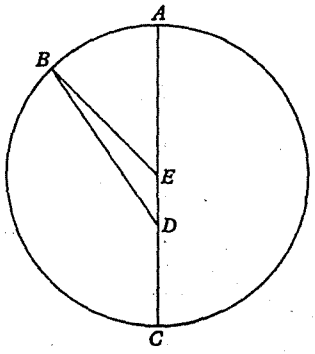
(29) Suponiendo que ambos segmentos ACB y CAD sean menores que un semicírculo, está claro que en el resto BD está contenido el centro del círculo, y éste sea E, y por F trácese el diámetro LEFG, y sea L el apogeo, G el perigeo; trácese EK perpendicular a CFD. Pero también son dadas por las tablas las cuerdas de los arcos dados, AC de 182.494 unidades y CFD de 199.934 unidades, si el diámetro se supone de 200.000. Así, pues, se ha dado también la proporción entre los lados del triángulo ACF, de ángulos dados, según la primera regla de los triángulos planos, y CF de 97.967 unidades, de las que AC era de 182.494 unidades, y por esto la mitad del exceso de FD [sobre CF], esto es FK, tiene 2.000 de las mismas unidades. Y, puesto que el segmento CAD se diferencia del semicírculo en II grados, LIIII minutos, la mitad de la cuerda de los cuales [de 2°, 54'], igual a EK es de 2.534 unidades, de 158
donde en el triángulo EFK, los dos lados dados FK y KE, al comprender un ángulo recto, serán dados los lados y los ángulos, EF será de 323 unidades, de las que EL tiene 10.000, y el ángulo EFK de LI grados 2/3, si CCCLX son cuatro rectos. Luego, todo AFL es de XCVI grados 2/3 y BFL de LXXXIII grados y un tercio. Pero EL tendrá LX unidades cuando EF tenga una unidad, LVI minutos aproximadamente. Esta era la distancia del Sol desde el centro de la órbita, ahora apenas una treintaiunava parte [del radio], que era considerada por Ptolomeo una veinticuatroava parte. Y el apogeo entonces estaba XXIIII grados y medio al oeste del solsticio de verano, ahora está a VI grados y dos tercios al este del mismo.

Capítulo XVII

DEMOSTRACIÓN DE LA PRIMERA Y ANUAL IRREGULARIDAD DEL SOL JUNTO CON SUS PARTICULARES DIFERENCIAS

(13) Habiéndose encontrado múltiples diferencias en la irregularidad del Sol, pensamos deducir primero la que es anual y más conocida que las otras, por lo que repítase el círculo ABC con centro en E, con diámetro AEC, apogeo en A, perigeo en C y el Sol en D. Pero se demostró que la mayor diferencia entre el [movimiento] regular y el aparente en la posición media, según el [movimiento] aparente, estaba entre ambos ápsides, y por esta causa se levantará la perpendicular BD a AEC, que cortará la circunferencia en el punto B, y únanse B, E. En consecuencia, puesto que en el triángulo rectángulo BDE dos lados han sido dados, sin duda BE que va del centro del círculo a la circunferencia, y DE distancia del Sol desde el centro: luego será de ángulos dados, y el ángulo DBE es dado, diferencia entre el BEA del movimiento regular y el recto EDB del movimiento aparente. Pero, en tanto DE se haga mayor o menor, toda la especie del triángulo cambia. Así, antes de Ptolomeo el ángulo B era de II grados, XXIII minutos, en la época de Albatenio y Arzaquel de I grado, ILX minutos, en cambio ahora de un grado LI minutos; y Ptolomeo tenía al arco AB, al que el ángulo AEB abarca, de XCII grados, XXIII minutos, al BC de LXXXVII grados, XXXVII minutos; Albatenio al AB de XCI grados, LIX minutos, al BC de XIIC grados, I minuto, ahora el AB tiene XCI grados, LI minutos, el BC LXXXIIX grados, VIIII minutos. A partir de aquí se manifiestan las restantes diferencias. Tomando otro arco AB, como en la figura siguiente, de modo que estén dados el ángulo AEB, el interior BED, y los dos lados BE, ED: estará dado,





según la teoría de los triángulos planos el ángulo EBD, la prostaféresis y la diferencia entre el movimiento regular y el aparente, tales diferencias es necesario cambiar a causa del cambio del lado ED, según se dijo ya.

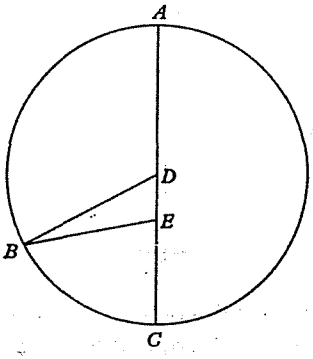
Capítulo XVIII

RELATIVO AL EXAMEN DEL MOVIMIENTO REGULAR SEGÚN LA LONGITUD

159

(3) Se expuso lo relativo a la irregularidad anual del Sol, pero no por una diferencia simple (según apareció), sino mezclada con aquella que muestra la duración del tiempo. Después separaremos una de otra. Entretanto, el movimiento medio y regular del centro de la tierra se traducirá en números más seguros en cuanto más haya sido separado por las diferencias de la irregularidad y diste un intervalo más largo de tiempo.

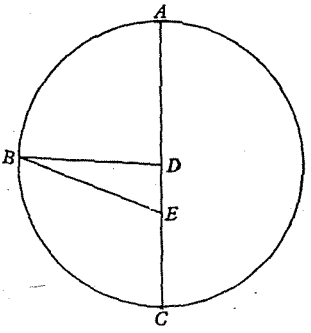
(8) Pero esto se establecerá de este modo. Tomamos aquel equinoccio de otoño que había sido observado por Hiparco en Alejandría, en el año XXXII del tercer período de Calippo, que era, según se dijo más arriba, el centésimo septuagésimo séptimo [177] año después de la muerte de Alejandro, en la media noche del tercer día de los cinco intercalares, al que seguía el día cuarto; pero como Alejandría en longitud está casi una hora al oriente de Cracovia, era casi una hora antes de media noche. En consecuencia, según los cálculos establecidos más arriba, en la esfera de las fijas estaba a CLXXVI grados, X minutos, a partir de la cabeza de Aries, y esta misma era la posición aparente del Sol; distaba, pues, del ápside superior CXIIII grados y medio. De acuerdo con este ejemplo, dibújese con centro en D el círculo ABC que haya descrito el centro de la tierra. Sea ADC el diámetro y en él colóquese el Sol, que esté en el punto E, el apogeo en A, el perigeo en C. Y B sea desde donde habrá aparecido el Sol en otoño, en el equinoccio, y únanse las líneas rectas BD, BE. En consecuencia, siendo el ángulo DEB, según el cual se observa la distancia del Sol al apogeo, de CXIIII grados y



medio, y siendo entonces DE de 416 unidades, de las que BD tiene 10.000, así pues el triángulo BDE (por el cuarto teorema de los triángulos planos) es de ángulos dados, y el ángulo en DBE vale II grados, X minutos, en los que el ángulo BED se diferencia del BDA, pero el ángulo BED vale CXIIII grados, XXX minutos; el BDA será de CXVI grados, XL minutos, y por esto la posición media y regular del Sol está a CLXXVIII grados, XX minutos, de la cabeza de Aries en la esfera de las fijas.

(28) Comparemos con esto el equinoccio de otoño observado por nosotros en Frauenburg, en el mismo meridiano de Cracovia, en el año MDXV de Cristo, el día décimo octavo antes de las Kalendas de Octubre, en el año MDCCCXL de los egipcios después de la muerte de Alejandro, en el sexto día de Phaophi, el segundo mes según los egipcios, media hora después de la salida del Sol. En este momento, la posición del equinoccio de otoño, según el cálculo y las observaciones, era de CLII grados, XLV minutos, en la esfera de las estrellas fijas, distando del ápside superior, según la precedente demostración, LXXXIII grados y XX minutos.

(36) Determínese ahora el ángulo BEA de LXXXIII grados, XX minutos, siendo CLXXX dos rectos: dos de los lados del triángulo han sido dados, el BD de 10.000 unidades, el DE de 323 unidades; por el cuarto teorema demostrado de los *Triángulos Planos* el ángulo DBE será de un grado y casi L minutos. Puesto que si un círculo circunscribe al triángulo BDE, el ángulo BED en la circunferencia será de CLXVI grados, XL minutos, siendo CCCLX dos rectos, y la cuerda BD de 19.864 unidades, siendo el diámetro de 20.000, y dada la proporción de BD a DE, se dará DE con una longitud de casi 640 unidades, la que como cuerda del ángulo DBE mide en relación al arco III grados, XL minutos, en relación al centro un grado L minutos. Y ésta será la prostaféresis y la diferencia entre el movimiento regular y el aparente, la cual añadiéndose al ángulo BED, que tenía LXXXIII grados, XX minutos, tendremos el ángulo BDA y el arco AB de LXXXV grados, X minutos[40], distancia regular desde el apogeo y, por tanto, la posición media del Sol con respecto a la esfera de las estrellas fijas es de CLIIII grados, XXXV minutos.



(12) Hay, pues, entre ambas observaciones MDCLXII años egip-

cios, XXXVII días, XVIII minutos, XLV segundos, y el movimiento medio y regular, además de las revoluciones completas, que son MDCLX, es de CCCXXXVI grados y casi XV minutos, conforme con el número que expusimos en la tabla de los movimientos regulares.

Capítulo XIX

SOBRE LA DETERMINACIÓN DE LAS POSICIONES Y DE LOS PRINCIPIOS [DE LOS AÑOS] CON RESPECTO AL MOVIMIENTO REGULAR DEL SOL

(19) Así pues, en el tiempo transcurrido desde la muerte de Alejandro Magno hasta la observación de Hiparco, hay CLXXVI años, CCCLXII días, XXVII minutos y medio, en los que el movimiento medio, según los cálculos es de CCCXII grados, XLIII minutos. Restándose éstos de los CLXXVIII grados, XX minutos de la observación de Hiparco, añadidos a los CCCLX grados del círculo, quedará, para el principio de los años contados a partir de la muerte de Alejandro Magno, la posición al mediodía del primer día del mes Thoth, el primer mes de los egipcios, en CCXXV grados, XXXVII minutos, y ésto en el meridiano de Cracovia y de Frauenburg, lugar de nuestra observación.

(27) Desde aquí, hasta el principio de los años romanos de Julio César, en CCLXXVIII años, CXVIII días y medio, el movimiento medio es, aparte de las revoluciones completas, de XLVI grados, XXVIII minutos: a los que añadiendo el número de grados de la posición de Alejandro, proporcionará la posición del año de César, en la media noche antes de las Kalendas de Enero, desde donde los romanos suelen empezar los años y los días, en CCLXXII grados, IIII minutos. Después, en XLV años, XII días, o desde Alejandro Magno en CCCXXIII años, CXXX días y medio, la posición de Cristo en CCLXXII grados, XXXI minutos. Y habiendo nacido Cristo en la Olimpíada CXCIIII, en su tercer año, que suma desde el principio de la Olimpíada DCCLXXV años, XII días y medio, hasta la media noche anterior a las Kalendas de Enero, proporciona igualmente la posición de la primera Olimpíada en XCVI grados, XVI minutos, al mediodía del primer día del mes Hecatombeon, cuyo aniversario es ahora en las Kalendas de Julio según los años Romanos. De este modo se constituyeron los principios del movi-

miento simple solar con respecto a la esfera de las estrellas no errantes. También las posiciones de los movimientos compuestos se realizan mediante la adición de las precesiones de los equinoccios, y de modo semejante a aquellas se establece la posición Olímpica en XC grados, LIX minutos, la de Alejandro en CCXXVI grados,
161 XXXVIII minutos, la de César en CCLXXVI grados, LIX minutos, la de Cristo en CCLXXVIII grados, II minutos. Referidas todas ellas (según dijimos) al meridiano de Cracovia.

Capítulo XX

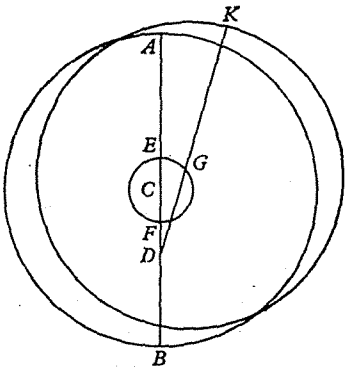
SOBRE LA SEGUNDA Y DOBLE IRREGULARIDAD QUE ACONTECE CON RESPECTO AL SOL A CAUSA DEL CAMBIO DE LOS ÁPSIDES

(8) Se presenta ahora una dificultad mayor a causa de la inconstancia de los ápsides del Sol. Aunque Ptolomeo pensó que era fija, otros pensaron que seguía el movimiento de la octava esfera, de acuerdo con el que también se mueven las estrellas fijas. Arzaquel opinó que asimismo este movimiento era desigual, puesto que según los indicios retrocede, porque habiendo encontrado Albatenio (según se dijo) el apogeo en siete grados, XXXXIII minutos, antes del solsticio, y antes, desde Ptolomeo, en DCCXL años había progresado casi XVII grados; a Arzaquel después de CC años menos VII, le parecía que había retrocedido casi IIII grados y medio, por eso juzgaba que era cualquier otro movimiento adicional del centro de la órbita anual sobre cierto círculo pequeño, según el cual el apogeo se inclinaba antes y después, y el centro de aquella órbita producía distancias desiguales desde el centro del mundo. Hallazgo bastante pulcro, pero no por ello aceptado, pues no tiene coherencia en general con la posición de los demás. De cualquier modo, si por la naturaleza de tal movimiento se considera la sucesión, que se había detenido poco antes de Ptolomeo, que en DCCXL años había pasado aproximadamente por XVII grados, después que en CC años había retrocedido IIII ó V grados, ha avanzado en el restante tiempo hasta nosotros, no siendo percibida en todo el tiempo ninguna otra regresión ni detenciones, que es necesario que ocurran en movimientos contrarios. Estas cosas no pueden entenderse en un movimiento uniforme y circular. Por lo que se cree que habían incidido en algún error en aquellas abun-

dantes observaciones. Siendo ambos matemáticos semejantes en su cuidado y diligencia, es dudoso a quien debamos seguir.

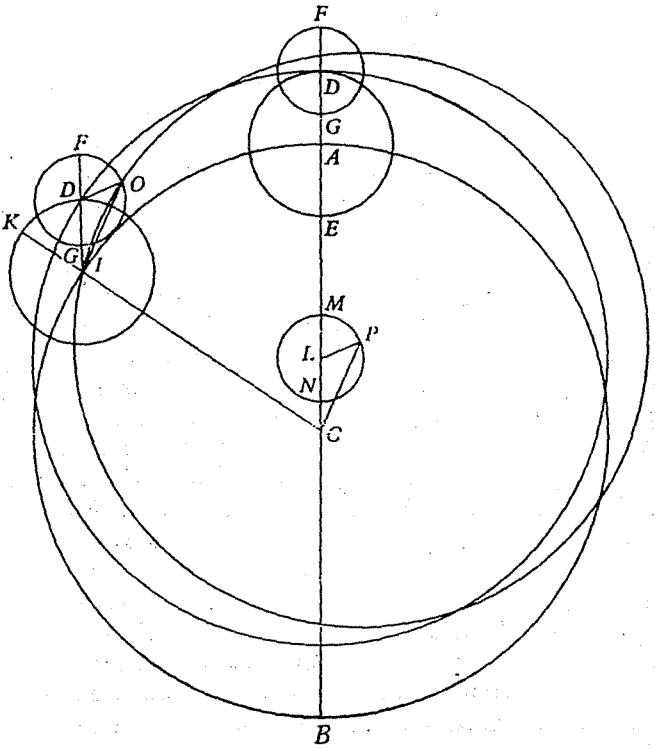
(28) En cuanto a mí, confieso que no existe en parte alguna mayor dificultad que en captar el apogeo del Sol, donde calculamos lo grande por medio de [elementos] mínimos difícilmente aprehensibles, puesto que [el desplazamiento de] cualquier grado en las proximidades del apogeo o del perigeo varía en la prostaféresis sólo dos minutos más o menos, pero en un sólo minuto cerca de los ápsides medios avanza V ó VI grados [en la prostaféresis]: y por eso un pequeño error puede propagarse muchísimo. Por ello, aunque hubiéramos determinado el apogeo en VI grados, dos tercios, de Cáncer, no nos quedamos satisfechos, aunque confiásemos en los instrumentos de los horoscopios, si no nos daban más certeza los eclipses de Sol y de la Luna. Puesto que si en ellos se esconde algún error, lo descubren sin duda alguna. En consecuencia, para que fuera más coherente, desde la misma concepción en general del movimiento podemos constatar que se dirige hacia el este, pero que es irregular. Ya que, después de aquel estacionamiento desde Hiparco a Ptolomeo, apareció el apogeo en continuo, ordenado y creciente progreso hasta el presente, pareciendo 162
coincidir el resto, excepto en aquel error (como se cree) que se había presentado entre Albatenio y Arzaquel. También, que la prostaféresis del Sol no cesa de un modo semejante de disminuir, parece seguirse de la misma proporción del movimiento circular, y de que una y otra irregularidad se igualan bajo aquella primera y simple anomalía de la oblicuidad de la eclíptica o algo similar.

(8) Para que esto aparezca más claro, trácese en el plano de la eclíptica el círculo AB con centro en C, trácese el diámetro ACB, en el que se toma D, el globo del Sol, como en el centro del mundo, y con centro C descríbase otro círculo pequeñito EF, que no incluya al Sol, y entiéndase que siguiendo este pequeñito círculo se mueve el centro de revolución anual del centro de la tierra con cierto avance muy lento. Y teniendo el circulito EF en una sola línea con AD un movimiento hacia el este, y por el contrario, el centro de la revolución anual a través del círculo EF [tiene un movimiento hacia el oeste], y ambos con un movimiento lento, unas veces se



encontrará el centro de la órbita anual en la máxima distancia, que es DE, otras en la mínima, que es DF, allí con un movimiento más lento, aquí con uno más rápido y en los arcos medios el circulito con el tiempo hará crecer y decrecer la distancia entre los centros y hará preceder el ápside superior y alternativamente seguir a ese ápside, o sea, al apogeo, que toca en la línea ACD como posición media. De este modo, si se toma el arco EG y haciendo centro en G se describe un círculo igual al AB, estará entonces el ápside superior en la línea DGK, y DG será una distancia menos a DE por la VIII proposición del libro III de Euclides.

(23) Y estas cosas se demuestran así, por medio de un excéntrico



a un excéntrico y también por medio de un epiciclo a un epiciclo, del modo siguiente. Sea, pues, AB homocéntrico para el mundo y para el Sol, y ACB el diámetro, en el que está contenido el ápside superior. Y con centro en A descríbase el epiciclo DE, y a su vez con centro en D el epiciclo FG, en el que se mueve la tierra: y todo esto en el mismo plano de la eclíptica. Y sea el movimiento

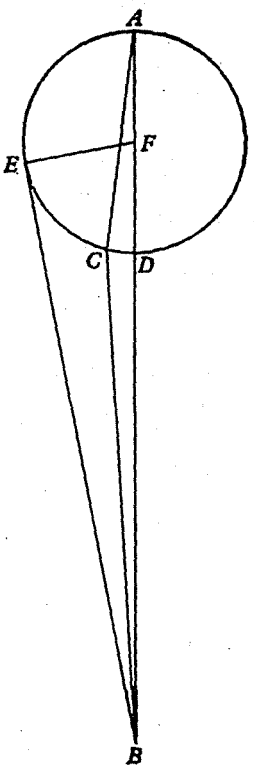
del primer epiciclo hacia el este y aproximadamente anual, y el del segundo, o sea D, también anual pero hacia el oeste, y sus revoluciones sean iguales con respecto a la línea AC. A la vez, el centro de la tierra, partiendo de F hacia el oeste, añade un pequeño movimiento a D. A partir de aquí se manifiesta, que estando la tierra en F, se producirá el máximo apogeo del Sol, en G el mínimo, pero en los arcos medios del epiciclo FG, hará preceder o seguir al apogeo, aumentado o disminuido, mayor o menor: y por ello aparecerá el movimiento irregular, según se demostró antes con respecto al epiciclo y al excéntrico.

(35) Tómese ahora el arco AI, y con centro en I vuélvase a tomar el epiciclo del epiciclo, y unida CI extiéndase en la línea recta CIK, y KID será un ángulo igual al ACI, por la igualdad de las revoluciones. En consecuencia, como demostramos más arriba, el punto D describirá, con centro en L, un círculo excéntrico igual al homocéntrico AB, y con una distancia CL igual a DI; F también [describirá] su excéntrico de acuerdo con la distancia CLM, que será igual a IDF; y G de un modo semejante a tenor de las distancias iguales IG y CN. Entretanto, si el centro de la tierra hubiera ya recorrido 163
un arco tal como FO de su segundo epiciclo, el punto O ya no describirá un excéntrico cuyo centro está en la línea AC, sino en una que es paralela a DO, como la LP. Por lo que si se unen OI y CP, que son iguales, pero a su vez menores que IF y CM, y el ángulo DIO igual al ángulo LCP por la VIII proposición del libro primero de Euclides, y por tanto parecerá que el apogeo del Sol en la línea CP precede a A. De aquí se deduce también, que lo mismo sucede por medio del epiciclo del excéntrico, puesto que en el único excéntrico preexistente, el que habría descrito el epiciclo D alrededor del centro L, el centro de la tierra gira a través de un arco FO en las condiciones antedichas, esto es en menos tiempo del que hubiera durado un giro anual. Pues describirá, como antes, otro excéntrico al primero alrededor del centro P, y sucederá de nuevo lo mismo. Y aunque todas las mediciones se reducen al mismo número, no podría decir fácilmente cual es la real, si no fuera porque aquella perpetua armonía de números y apariencias obliga a creer que es alguna de ellas.

Capítulo XXI

SOBRE CUÁNTA PUEDA SER LA SEGUNDA VARIACIÓN EN LA IRREGULARIDAD SOLAR

(17) En consecuencia, como ya se ha visto, esta segunda irregularidad sigue a aquella primera y simple anomalía de la oblicuidad de la eclíptica, o es semejante a ella, por lo que tendremos sus variaciones fijadas, a no ser que lo impida algún error en los observadores
164 anteriores. En efecto, tenemos una anomalía simple en el año de Cristo MDXV según el cálculo de CLXV grados, XXXIX minutos aproximadamente, y su principio, hecho el cálculo restrospectivo, en casi LXIIII años antes del nacimiento de Cristo, desde entonces hasta nosotros se calculan MDLXXX años; sin embargo, la excentricidad máxima de aquel principio fue descubierta por nosotros como de 417 unidades, de las que la línea desde el centro de la órbita [tendría] 10.000; en cambio en nuestro tiempo, según se mostró, es de 323.



(7) Sea ahora AB una línea recta en la que B fuera el Sol y el centro del mundo, AB la excentricidad máxima, la mínima DB, y descrito un pequeño círculo cuyo diámetro fuera AD, tómese el arco AC en proporción a la primera anomalía simple, de CLXV grados, XXXIX minutos. En consecuencia, puesto que se dio AB de 417 unidades, encontradas al principio de la anomalía simple, esto es en A, pero ahora BC es de 323 unidades, tendremos el triángulo ABC de lados dados, el AB, BC, y un solo ángulo el CAD, puesto que el arco CD, lo que queda del semicírculo, es de XIIII grados, XXI minutos. Se dará, pues, por la demostración de los Triángulos Planos el otro lado AC y el ángulo ABC, diferencia entre el movimiento medio y el irregular del apogeo: y en tanto AC subtiende al arco dado, se dará también AD diámetro del círculo ACD. Y así, por el ángulo CAD de XIIII grados, 21 minutos, tendremos CB de 2.496 unidades, de las que el diámetro de

círculo que circunscribe el triángulo tiene 100.000 [41], y por la razón de BC a AB se da AB de 3.225 de las mismas unidades: la que subtiende al ángulo ACB de CCCXLI grados, XXVI minutos. Y, por tanto, lo que queda, en la medida en que CCCLX son dos rectos, el ángulo CBD será de IIII grados, XIII minutos, al que subtiende AC de 735 unidades.

(23) En consecuencia, siendo AB de 417 unidades, se descubrió AC de áproximadamente 95 unidades, la cual en cuanto subtiende a un arco conocido, estará en proporción a AD, tanto como a un diámetro. Por lo tanto, se da AD de 96 unidades, de las que ADB tiene 417 unidades, y el resto DB de 321 unidades, distancia mínima de la excentricidad, pero el ángulo CBD se descubrió de IIII grados, XIII minutos con respecto a la circunferencia, en cambio con respecto al centro es de II grados, VI minutos y medio, y esta era la prostaféresis substractiva del movimiento regular de AB alrededor del centro B. Trácese ahora la línea recta BE que toque al círculo en el punto E, y tomado F como centro únase EF. En consecuencia, puesto que en el triángulo rectángulo BEF se da el lado EF de 48 unidades y el BDF de 369 unidades: por lo que valiendo FDB en cuanto línea trazada desde el centro [radio] 10.000, EF será de 1.300 unidades, que es la mitad de la cuerda del doble del ángulo EBF, y éste vale VII grados, XXVIII minutos, de los que cuatro rectos tienen CCCLX, prostaféresis máxima entre el movimiento regular en F y el aparente en E. A partir de aquí 165
pudieron constar las demás y particulares diferencias. Por ejemplo, si hubiéramos tomado el ángulo AFE de VI grados. Tendremos entonces un triángulo de lados dados EF, FB, con un ángulo el EFB, a partir de los cuales parecerá la prostaféresis EBF de XLI minutos. Pero si el ángulo AFE fuera de XII, tendremos la prostaféresis de un grado, XXIII minutos; para XVIII, dos grados, III minutos: y así con respecto a las demás y del modo que se dijo más arriba con respecto a las prostaféresis anuales.

Capítulo XXII

DE CÓMO EL MOVIMIENTO REGULAR DEL APOGEO SOLAR SE EXPLICARÁ CONJUNTAMENTE CON EL IRREGULAR

(10) Puesto que el intervalo de tiempo en que la máxima excentricidad coincidía con el principio de la primera y simple anomalía era en el año III de la CLXXVIII Olimpíada, pero según los egipcios

en el año CCLIX de Alejandro Magno, y por esa causa la posición verdadera del apogeo y al mismo tiempo media estaba a los V grados y medio de Géminis, esto es a LXV y medio grados del equinoccio de primavera. Ya que la precesión del equinoccio, coincidiendo entonces la real con la media, era de IIII grados, XXXVIII minutos, restados los cuales de los LXV grados y medio, quedarán desde la cabeza de Aries en la esfera de las estrellas fijas, LX grados, LII minutos, en la posición del apogeo. A su vez, en el segundo año de la DLXXIII Olimpíada, pero en el MDXV de Cristo, se encontró la posición del apogeo a VI grados y dos tercios de Cáncer; pero, puesto que la precesión del equinoccio primaveral según el cálculo era de XXVII grados con la cuarta parte de un grado, los cuales si se restan de XCVI grados, la mitad y un tercio[42] de la mitad [40'], quedarán LXIX grados, XXV minutos, pero se mostró que la anomalía primera entonces existente era de CLXV grados, XXXVIII minutos, había sido la prostaféresis de II grados y VII minutos en los que la posición real precedía a la media, y en consecuencia se puso de manifiesto la posición media del apogeo solar de LXXI grados, XXXII minutos. Por tanto, en los MDLXXX años medios Egipcios el movimiento medio y regular del apogeo era de X grados, XLI minutos, que dividiéndose por el número de los mismos años, tendremos la porción anual de XXIIII segundos, XX terceros, XIIII cuartos.

Capítulo XXIII

ACERCA DE LA CORRECCIÓN DE LA ANOMALÍA DEL SOL Y DE LA DETERMINACIÓN DE SUS POSICIONES

(31) Si restásemos ésto del movimiento simple anual, que era de CCCLIX grados, XLIIII minutos, XLIX segundos, VII terceros,
166 IIII cuartos, quedará el movimiento regular anual de anomalía de CCCLIX grados, XLIIII minutos, XXIIII segundos, 46 terceros, L cuartos. Estos, a su vez divididos por CCCLXV, mostrarán una porción diaria de LIX minutos, VIII segundos, VII terceros, XXII cuartos, que corresponden a los que ya fueron expuestos en las tablas. Y a partir de aquí tendremos también las posiciones de las épocas constituidas, empezando desde la primera Olimpíada. Así pues, se mostró que en el día XVIII antes de las Kalendas de Octubre del año II de la Olimpíada DLXXIII, media hora después

de la salida del Sol, el apogeo medio del Sol era de LXXI grados, XXXVII minutos[43], de donde la distancia media del Sol era de LXXXIII grados, LVIII minutos. Y desde la primera Olimpíada hay MMCCXC años egipcios, CCLXXXI días, XLVI minutos, en los que el movimiento de anomalía (restados los círculos enteros) era de XLII grados, XXXIII minutos, los que restados de 82 grados y 58 minutos dan un resto de XL grados, XXV minutos, posición de la anomalía hasta la primera Olimpíada; y del mismo modo, como más arriba, la posición en los años de Alejandro era de CLXVI grados, XXXVIII minutos, en los de César de 211 grados, 11 minutos, en los de Cristo de CCXI grados, XIX minutos.

Capítulo XXIIII

EXPOSICIÓN CANÓNICA DE LAS DIFERENCIAS ENTRE EL MOVIMIENTO REGULAR Y EL APARENTE [DEL SOL]

(18) Pero, para que sea más aprovechable lo que se ha demostrado con respecto a las diferencias entre el movimiento regular y el aparente del Sol, expondremos también una tabla de ellos que tiene sesenta filas y seis columnas. Así pues, las dos primeras columnas de uno y otro hemiciclo (me refiero al ascendente y descendente) contendrán números incrementados por tríadas de grados, tal como hicimos antes con respecto al movimiento de los equinoccios [III, 8]. En la tercera columna se escribirán los grados de variación del movimiento del apogeo solar, o sea de la anomalía, cuya diferencia asciende hasta un máximo de VII grados y medio, y casi coincide con cada tercera parte de los grados. La cuarta posición está ocupada por los minutos proporcionales, hasta un máximo de LX, y se estiman con respecto al exceso de las prostaféresis superiores de la anomalía anual. Siendo el mayor exceso de éstas de XXXII minutos, será la sexagésima parte de XXXII segundos. Luego, según la cantidad de exceso (que calcularemos por medio del excéntrico, según el modo transmitido más arriba) pondremos el número de los grupos de sesenta repartido de tres en tres cada uno por filas. En la quinta, se colocarán también cada una de las prostaféresis desde la anual y primera anomalía, según la mínima distancia del Sol hasta el centro. En el sexto y último lugar, el exceso [diferencia] entre ésta [prostaféresis] y la que se produce en la máxima excentricidad. Estas son las tablas:

TABLA DE PROSTAFERESIS DEL SOL

Números Comunes		Prostaféresis del Centro		Minutos Proporcionales	Prostaféresis de la órbita		Exceso
°	°	°			°	'	'
3	357	0	21	60	0	6	1
6	354	0	41	60	0	11	3
9	351	1	2	60	0	17	4
12	348	1	23	60	0	22	6
15	345	1	44	60	0	27	7
18	342	2	5	59	0	33	9
21	339	2	25	59	0	38	11
24	336	2	46	59	0	43	13
27	333	3	5	58	0	48	14
30	330	3	24	57	0	53	16
33	327	3	43	57	0	58	17
36	324	4	2	56	1	3	18
39	321	4	20	55	1	7	20
42	318	4	37	54	1	12	21
45	315	4	53	53	1	16	22
48	312	5	8	51	1	20	23
51	309	5	23	50	1	24	24
54	306	5	36	49	1	28	25
57	303	5	50	47	1	31	27
60	300	6	3	46	1	34	28
63	297	6	15	44	1	37	29
66	294	6	27	42	1	39	29
69	291	6	37	41	1	42	30
72	288	6	46	40	1	44	30
75	285	6	53	39	1	46	30
78	282	7	1	38	1	48	31
81	279	7	8	36	1	49	31
84	276	7	14	35	1	49	31
87	273	7	20	33	1	50	31
90	270	7	25	32	1	50	32

TABLA DE PROSTAFERESIS DEL SOL

Números Comunes		Prostaféresis del Centro		Minutos Proporcionales	Prostaféresis de la órbita		Exceso
°	°	°	'		°	°	'
93	267	7	28	30	1	50	32
96	264	7	28	29	1	50	33
99	261	7	28	27	1	50	32
102	258	7	27	26	1	49	32
105	255	7	25	24	1	48	31
108	252	7	22	23	1	47	31
111	249	7	17	21	1	45	31
114	246	7	10	20	1	43	30
117	243	7	2	18	1	40	30
120	240	6	52	16	1	38	29
123	237	6	42	15	1	35	28
126	234	6	32	14	1	32	27
129	231	6	17	12	1	29	25
132	228	6	5	11	1	25	24
135	225	5	45	10	1	21	23
138	222	5	30	9	1	17	22
141	219	5	13	7	1	12	21
144	216	4	54	6	1	7	20
147	213	4	32	5	1	3	18
150	210	4	12	4	0	58	17
153	207	3	48	3	0	53	14
156	204	3	25	3	0	47	13
159	201	3	2	2	0	42	12
162	198	2	39	1	0	36	10
165	195	2	13	1	0	30	9
168	192	1	48	1	0	24	7
171	189	1	21	0	0	18	5
174	186	0	53	0	0	12	4
177	183	0	27	0	0	6	2
180	180	0	0	0	0	0	0

Capítulo XXV

SOBRE EL CÁLCULO DE LA APARIENCIA SOLAR

(3) De todas estas cosas, considero que se deduce satisfactoriamente de qué modo se calcula la posición aparente del Sol en cualquier tiempo propuesto. Hay que averiguar, pues, la verdadera posición del equinoccio primaveral en dicho tiempo o su precesión con su anomalía primera y simple, según expusimos antes. Después, el movimiento medio simple del centro de la tierra, o si prefieres llamarle movimiento del Sol, según las tablas de los movimientos regulares, que se añaden a sus principios ya determinados. En consecuencia, cuando encuentres la primera y simple anomalía y su número en la primera o segunda columna de la tabla precedente (el número exacto o el más próximo) y la prostaféresis que se halla en la tercera columna para corregir la anomalía anual y en la siguiente [columna] los minutos proporcionales, consérvalos. Ahora añade la prostaféresis a la anomalía anual, si la primera es menor que un semicírculo o si su número está comprendido en la primera columna; en caso contrario réstaselo. Lo que queda o el resultado de la suma será la anomalía del Sol corregida, por medio de la cual toma de nuevo la prostaféresis de la órbita anual, que estará en la quinta columna, y el exceso [diferencia] en la siguiente. Si este exceso, añadido a los minutos proporcionales conservados antes, valiera algo, se añadirá siempre a la prostaféresis, lo que hace que la prostaféresis quede corregida, la cual se resta de la posición media del Sol, si el número de la anomalía anual se hubiera encontrado en la primera columna, o si es menor que un semicírculo. Se añadirá, en cambio, si es mayor o si estuviera en la otra columna de números. Lo que quede de resto o el resultado de la suma, determinará la verdadera posición del Sol tomada a partir de la cabeza de la constelación de Aries; si, por último, se le añade la verdadera precesión del equinoccio primaveral, se mostrará inmediatamente la posición del Sol a partir de dicho equinoccio, en medio de los doce signos y en grados de la eclíptica.

(24) Si quisieras hacer ésto de otro modo, en lugar del movimiento simple toma el compuesto y harás igualmente lo que se ha dicho, excepto que en lugar de la precesión del equinoccio añadas o disminuyas, según lo exija la circunstancia, sólo la prostaféresis. Así se obtiene el cálculo de la apariencia solar por medio de la

movilidad de la tierra, cálculo que coincide con las anotaciones antiguas y con las más modernas, por lo que se presume que está previsto para el futuro. Pero, sin embargo, tampoco ignoramos, que si alguien estimase que el centro de la revolución anual es fijo como el centro del mundo, y que el Sol se mueve con dos movimientos semejantes e iguales a los que mostramos con respecto al centro del excéntrico, aparecerán ciertamente todos los datos de antes, los mismos números y la misma demostración, no habiendo cambiado en ellos ninguna otra cosa excepto la posición, sobre todo las que se refieren al Sol. Pues, entonces, el movimiento del centro de la tierra sería absoluto y simple alrededor del centro del mundo (asignados los dos restantes movimientos al propio Sol). Y por tanto permanecerá la duda acerca de cuál de aquéllos pueda ser el centro del mundo, según desde el principio decíamos 'αμφιβολικῶς [ambiguamente], que el centro del mundo está en el Sol o alrededor de él. Pero con respecto a este tema diremos muchas cosas en la explanación de las cinco estrellas errantes, en la cual según nuestras posibilidades decidiremos juzgando si hemos introducido ya cálculos ciertos y lo menos falsos posibles sobre el movimiento aparente del Sol.

Capítulo XXVI

SOBRE NYXΘHMEPΩI [LAS NOCHES MAS LOS DÍAS], ESTO ES, LA VARIABILIDAD DEL DÍA NATURAL

(3) Falta por decir algo acerca de la desigualdad del día natural con respecto al Sol, tiempo que está comprendido en el espacio de XXIIII horas iguales, que usamos, al menos hasta aquí, como medida común y segura de los movimientos celestes. Algunos definen al tal día como el tiempo que hay entre dos salidas del Sol, como los Caldeos y la antigüedad Judaica, otros como el tiempo entre dos ocasos como los Atenienses, o desde media noche a media noche como los Romanos, desde mediodía a mediodía como los Egipcios.

(9) Es claro que, en ese tiempo, la revolución propia del globo terráqueo se completa con la que entre tanto se añade a causa del progreso anual, según el movimiento aparente del Sol[44]. El aparente curso desigual del Sol muestra en primer lugar que esta

adición se hace desigual, y sobre todo porque el día natural nace en los polos del círculo equinoccial, pero el anual en el círculo de los signos [eclíptica]. Por estas cosas, aquel tiempo aparente no puede ser una medida común y segura del movimiento, no estando de acuerdo un día con otro y consigo mismo desde cualquier respecto, y por eso fue oportuno elegir uno medio e igual entre ellos, con el cual se pudiese medir sin temor la regularidad del movimiento.

(18) En consecuencia, puesto que en el círculo de un año completo se realizan CCCLXV revoluciones alrededor de los polos de la tierra, sobre las cuales, a causa de la adición de un día por el progreso aparente del Sol, aumenta casi una revolución completa que excede el número, es lógico que una parte de aquel número CCCLXV sea la que configura por igual al día natural. Por lo tanto hemos de definir y separar el día igual [regular, uniforme] del aparente e irregular. Llamamos, pues, día igual al que contiene una revolución completa del círculo equinoccial y además una porción de tal magnitud cuánto en este tiempo parece el Sol atravesar con el movimiento regular; en cambio, llamamos día irregular y aparente el que comprende CCCLX «tiempos»[45] de una sola revolución equinoccial y además lo que asciende en el horizonte o en el meridiano junto con el progreso aparente del Sol. La diferencia entre estos días, aunque sea muy pequeña y sea apenas sensible, sin embargo al multiplicarse los días crece en evidencia.

(30) Dos son las causas de esto: tanto la irregularidad del movimiento aparente del Sol, como también la desigual ascensión de la oblicuidad de la eclíptica. La primera, que tiene su razón de ser en el irregular y aparente movimiento del Sol, ya se manifestó, puesto que en el semicírculo en el que media el ápside superior faltaban con respecto a las partes del zodíaco IIII «tiempos» y tres cuartos de uno, según Ptolomeo, y en el otro semicírculo, en el que estaba el ápside inferior, sobraban los mismos. Por tanto, el exceso total de uno a otro [semicírculo] era de IX tiempos y medio.

(37) Pero en la otra causa, la que se refiere al nacimiento y el ocaso, acontece la máxima diferencia entre los semicírculo de uno y otro solsticio, que existe entre el día menor y el mayor, muy diversa y peculiar de cada región. Pero ésta [la diferencia] se produce desde mediodía o desde media noche, en los cuatro términos por los que está contenida, puesto que desde el grado XVI de Tauro hasta el XIIII de Leo cruzan el meridiano LXXXVIII grados [de la eclíptica] junto con aproximadamente XCIII «tiempos», y desde el catorce de Leo hasta el XVI de Scorpio pasan XCII grados, en cerca de LXXXVII «tiempos», pues aquí faltan

cinco «tiempos», allí sobran los mismos. Así los días sumados en el primer segmento exceden a los que están en el segundo en diez «tiempos», que hacen dos tercios de una hora, lo que sucede de modo semejante en el otro semicírculo, alternándose a la vez en los otros términos opuestos a partir del diámetro. Pareció bien a los matemáticos que se tomara el principio del día natural no desde la salida o el ocaso, sino desde mediodía o media noche. Pues la diferencia que se toma partiendo del horizonte es muy variable, de tal modo que se extiende a algunas horas, y además porque no es la misma en cualquier parte, sino que varía muchísimo según la oblicuidad de la esfera. En cambio la que se refiere al meridiano es la misma en todas partes y más sencilla.

(15) Luego, toda la diferencia que se producía por las dos causas ya dichas, tanto por el aparente progreso irregular del Sol como por su desigual tránsito con respecto al meridiano, antes de Ptolomeo, tomando el principio de la disminución a partir de la mitad de Aquario y aumentando desde el principio de Scorpio, esa diferencia acumulaba VIII «tiempos» y un tercio de uno; en cambio ahora, disminuyendo desde el vigésimo grado de Aquario, o cerca, hasta el X de Scorpio, y aumentando desde el décimo de Scorpio hasta el XX de Aquario, se ha reducido a siete «tiempos», XLVIII minutos. Cambian, pues, también estas cosas a causa de la variabilidad del perigeo y el excéntrico con el paso del tiempo.

(23 Además, si a éstas se hubiera unido también la diferencia máxima de la precesión de los equinoccios, hubiera podido extenderse toda la diferencia de los días naturales a más de X «tiempos» en algún número de años. Por eso se ocultó hasta ahora la tercera causa de la desigualdad de los días, porque la revolución del círculo equinoccial se halló regular con respecto al equinoccio medio y regular, no con respecto a los equinoccios aparentes, que (como quedó suficientemente claro) no son en modo alguno regulares. En consecuencia, diez tiempos duplicados constituyen una hora y un tercio, en los que a veces los días más largos pueden exceder a los más cortos. Todo esto quizás pudiera ser desdeñado sin manifiesto error con respecto al progreso anual del Sol y al movimiento más lento de las demás estrellas; pero de ningún modo puede despreciarse con respecto a la celeridad de la Luna, en relación con la cual podría producir un error de medio grado y un tercio [5/6°] [en el movimiento del Sol]. En consecuencia, la manera de reducir el tiempo irregular y aparente, en el que todas las diferencias se reunen, al tiempo igual, es ésta. Propuesto cualquier tiempo, hay que buscar en ambos límites de dicho tiempo, es decir en el principio y en el

final, la posición media del Sol con respecto al equinoccio medio de acuerdo con su movimiento regular, al que llamamos compuesto, y también la aparente posición verdadera con respecto al equinoccio verdadero, y averiguar cuántas unidades «temporales» han pasado a partir de las ascensiones rectas alrededor del mediodía o de la medianoche, o cuántas interfirieron de las que hay entre la primera verdadera posición y la segunda verdadera. Pues si fueran iguales a los grados que hay entre una y otra posición media, entonces el tiempo aparente será tomado como igual al medio. Pero si excedieran las unidades «temporales», el exceso se añade al tiempo dado, y si faltara, el defecto se resta del tiempo aparente. Pues, haciendo ésto, a partir de las sumas y restas tendremos el tiempo reducido a igualdad [regular], tomando por cualquier unidad «temporal» cuatro minutos de una hora o X segundos de un minuto de un día. En cambio, si hubiera sido dado el tiempo igual y se quisiera conocer cuánto tiempo aparente le corresponde, habría que actuar al contrario. Así tuvimos en la primera Olimpíada la posición media del Sol a partir del equinoccio medio de primavera, a mediodía del primer día del mes primero, el Hecatombeon según los Atenienses, a XC grados, LVIIII minutos, y a partir del equinoccio aparente a 0 grados, 36 minutos de Cáncer; pero para los años de Cristo tenemos el movimiento medio del Sol a VIII grados, II minutos de Capricornio, el movimiento verdadero a VIII grados, 48 minutos, del mismo. En consecuencia, en la esfera recta de 0 grados, 36 minutos, de Cáncer a VIII grados, 48 minutos de Capricornio, ascienden a CLXXIIX «tiempos», LIIII minutos, excediendo la distancia de las posiciones medias en I «tiempo», LI minutos, que hacen VII minutos de una hora. Y de la misma manera con respecto a las demás, en las que puede examinarse exactísimamente el curso de la Luna, de la que se habla en el libro siguiente.

LIBRO CUARTO

(3) Después de exponer en el libro precedente aquellos aspectos 173
relativos al movimiento de la tierra alrededor del Sol, dentro de lo que nuestra mediocridad fue capaz, y como quiera que, siguiendo el mismo sistema, es nuestro propósito estudiar los movimientos de todas las estrellas errantes, ahora nos apremia el curso de la Luna y ello de manera imprescindible, puesto que con respecto a ella, que participa del día y de la noche, se obtienen y se examinan cualesquiera posiciones de las estrellas; además, porque entre todas [las estrellas errantes] es la única que en su totalidad engarza sus revoluciones, aun siendo variadas, con el centro de la tierra, porque es con mucho la más parecida a la tierra; y además, por sí misma no proporciona datos acerca de la movilidad terrestre, a no ser, quizá, en lo que se refiere a la [revolución] diaria, por lo que se ha podido creer más aún que la tierra es el centro del mundo, centro común a todas las revoluciones. No obstante, nosotros, en la explicación del curso de la Luna, no nos apartaremos de la opinión de los antiguos, según la cual se realiza alrededor de la tierra. Pero también aduciremos algunas otras cosas, además de las que tomamos de nuestros mayores, y en consonancia con ellas fijaremos también de manera más certera el movimiento lunar, en lo que sea posible.

Capítulo Primero

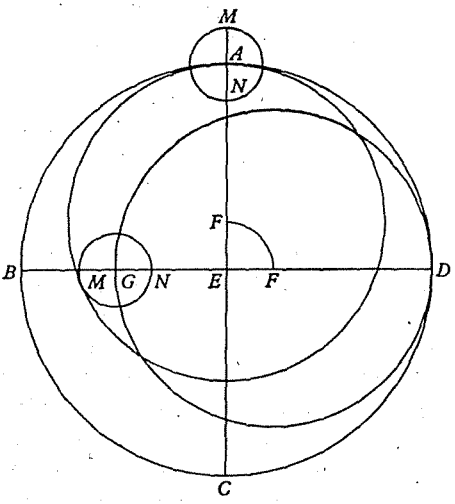
LAS HIPÓTESIS SOBRE LOS CÍRCULOS LUNARES SEGÚN LA OPINIÓN DE LOS ANTIGUOS

(18) Es propio del curso de la Luna el que no sigue al círculo que está en el medio de los signos [del zodíaco (la eclíptica)], sino el suyo propio, inclinado, que corta a aquél en dos partes y a su vez es cortado; a partir del cual se dirige hacia una u otra latitud. Todo esto se considera tan seguro, como los solsticios en el movimiento anual del Sol. Pues, evidentemente, aquello que para el Sol es un año, es un mes para la Luna. Las posiciones medias de las secciones reciben el nombre de eclíptica, según otros nodos, y las conjunciones y oposiciones del Sol y de la Luna que acontecen en estos puntos de contacto se llaman eclípticas. En verdad, no hay ningún otro punto común a unos y otros círculos, excepto aquellos en los que puedan producirse eclipses de Sol y de Luna. Pues la digresión de la Luna hace que en otros lugares no se enfrenten entre sí con sus luces; y al pasar por delante no se entorpezcan.

(27) Además, esta órbita oblicua de la Luna, con sus cuatro puntos cardinales, gira alrededor del centro de la tierra regularmente, con una diferencia diaria de casi tres minutos de grado, completando su revolución en el decimonoveno año. Por tanto, en esta órbita y en su propio plano parece moverse la Luna siempre hacia el este, pero unas veces despacio, otras más deprisa; tanto más lentamente cuanto está más elevada, pero con más velocidad cuanto más cercana a la tierra. Lo que puede distinguirse en ella con más facilidad que en cualquier otro astro a causa de su cercanía. Entendieron [los
174 antiguos] que esto acontecía así por medio de un epiciclo, al circunscribir el cual la Luna, en la parte superior de la circunferencia, disminuyera el movimiento regular, pero en la parte inferior ampliara el mismo. Además se demostró, que lo que se explica por medio de un epiciclo, también puede ser explicado por un excéntrico. Pero eligieron el epiciclo, porque la Luna parece admitir una doble irregularidad. Puesto que cuando estaba en la curvatura superior o inferior del epiciclo no apareció diferencia alguna con respecto al movimiento regular, pero alrededor del punto de contacto del epiciclo [con respecto al círculo a partir del cual el epiciclo se traza] esto no acontece así, sino que era ampliamente mayor en la parte creciente o menguante que si estaba llena o nueva, y esto con una sucesión fija y ordenada. Por lo tanto,

pensaron que el círculo sobre el cual se mueve el epiciclo no era homocéntrico con la tierra, sino excéntrico, en el que la Luna se movería según la ley de que en todas las conjunciones y oposiciones medias del Sol y de la Luna el epiciclo estuviera en el apogeo del excéntrico, en cambio en los cuadrantes medios del círculo [1] en el perigeo del mismo. En consecuencia imaginaron dos movimientos iguales, contrarios entre sí, con respecto al centro de la tierra, un epiciclo moviéndose hacia el este y el centro del excéntrico y sus ápsides hacia el oeste, mediando siempre entre uno y otro la línea de la posición media del Sol. Y de este modo, el epiciclo atraviesa el excéntrico dos veces por mes.

(18) Para visualizar estas cosas, sea el círculo oblicuo de la Luna, homocéntrico a la tierra, ABCD, dividido en cuatro por los diámetros AEC y BED, siendo E el centro de la tierra. Se tendrá, pues, en la línea AC la conjunción media del Sol y de la Luna, y el apogeo del excéntrico, cuyo centro es F y a la vez en la misma posición y tiempo el centro del epiciclo MN. Muévase ahora el apogeo del excéntrico hacia el oeste, tanto cuanto el epiciclo hacia el este, ambos igualmente alrededor de E, con revoluciones regulares y mensuales con respecto a las conjunciones u oposiciones medias del Sol, estando siempre entre ellos la línea AEC de la posición media del Sol, y la Luna a su vez se mueve hacia el oeste partiendo del apogeo del epiciclo. Dispuesto esto así, juzgaron que coincide con las apariencias, ya que el epiciclo en medio mes recorre alejándose del Sol un semicírculo, pero, a partir del apogeo del círculo excéntrico, recorre la revolución completa de éste, de donde se deduce que, en la mitad de este tiempo, que es alrededor de un cuarto lunar [cuando la Luna se encuentra en uno de los «cuartos»], en el diámetro se oponen entre sí [la posición de la Luna en el epiciclo y el apogeo del excéntrico] y el epiciclo pasa a estar en el perigeo del círculo excéntrico, como en el punto G: en el momento en que

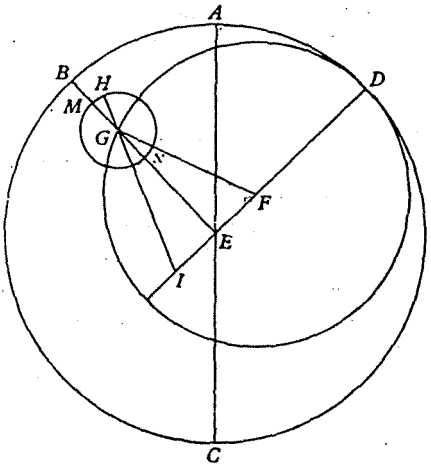


más cerca de la tierra se produce esto, se originan diferencias de irregularidad mayores. Pues magnitudes iguales se exponen en intervalos desiguales: aquella que está más cercana a la vista parece mayor. Serán, pues, más pequeñas, cuando el epiciclo esté en A, mayores cuando esté en G, puesto que el diámetro del epiciclo MN tendrá valoración *mínima en la línea* AE, *en* GE la mayor de todas las demás que aparezcan en cualesquiera otros lugares, puesto que GE es la distancia más corta de todas y AE, o su igual DE, la más larga, de cuantas puedan extenderse desde el centro de la tierra al círculo excéntrico.

Capítulo II

DEL DEFECTO DE ESTOS SUPUESTOS

(15) Nuestros predecesores consideraron tal disposición de los círculos como coincidente con las apariencias lunares. Pero si examináramos con más detenimiento esta misma cuestión, no encontraríamos tal hipótesis ni lo bastante apta, ni suficiente. Lo cual podemos comprobar por medio de la razón y de los sentidos.
(19) En el caso en que se acepte que el movimiento del centro del epiciclo es regular alrededor del centro de la tierra, habrá que aceptar también que es irregular en la propia órbita excéntrica (la cual describe). Puesto que si, por ejemplo, se toma el ángulo AEB de XLV grados, esto es, medio ángulo recto, e igual al AED, de modo que la suma BED sea un recto, y se toma el centro del epiciclo en G, y se une GF, es evidente que el ángulo exterior
176 GFD es mayor que el GEF, interior y opuesto. Por lo tanto también los arcos DAB y DG, tan desiguales, descritos ambos en un mismo tiempo, de tal modo que siendo DAB un cuadrante, DG que describió entre tanto el centro del epiciclo, es mayor que un cuadrante de círculo. Pero quedó claro que en el «cuarto» lunar tanto DAB como DG eran semicírculos; luego es irregular el movimiento del epiciclo que el mismo describe sobre su excéntrico.
(6) Si esto es así, ¿qué podemos responder al axioma: el movimiento de los cuerpos celestes es regular, aunque parezca irregular por las apariencias[2], si el movimiento aparente del epiciclo fuera en realidad irregular acontece completamente todo lo contrario del principio establecido y supuesto? Pero si dices que él [epiciclo] se



mueve de una manera regular alrededor del centro de la tierra, y que esto habría de ser suficiente para guardar la regularidad, ¿cuál será esa regularidad en un círculo ajeno, en el que el movimiento de éste no existe, ni siquiera en su excéntrico? Del mismo modo nos admira el hecho, de que quieren entender la regularidad de la Luna en el epiciclo no por comparación con el centro de la tierra, que sería a través de la línea EGM, a la que con toda razón debía referirse la regularidad conforme con el centro del epiciclo, sino por referencia a otro punto diferente, entre el cual y el centro del excéntrico se encuentra en el punto medio la tierra, y tiene a la línea IGH como índice de la regularidad de la Luna en el epiciclo, lo cual en realidad demuestra suficientemente que este movimiento es irregular. Esto es lo que obligan a confesar las apariencias (que en parte siguen esta hipótesis). Así, pues, al recorrer también la Luna su epiciclo irregularmente, si ahora quisiéramos comprobar la irregularidad de la apariencia partiendo de desigualdades, hay que señalar cuál va a ser la argumentación. ¿Qué otra cosa haremos si no el dar ocasión a los que critican este arte?

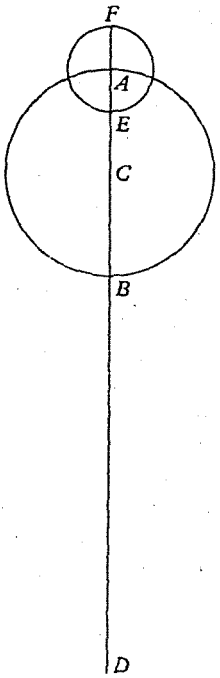
(22) Además, la experiencia y los mismos sentidos nos enseñan, que las paralajes de la Luna no concuerdan con las que promete el cálculo de los círculos. Pues las paralajes, que se llaman conmutaciones, se producen por la evidente magnitud de la tierra en relación a la proximidad de la Luna. Cuando desde la superficie de la tierra y desde el centro de ésta se trazan líneas rectas, ya no parecerán paralelas, sino que con evidente inclinación se cortarán en el cuerpo lunar, y tienen necesariamente que producir diferencias en la apariencia de la Luna, de modo que la misma Luna aparezca en diferente lugar para los que miran oblicuamente desde la convexidad de la tierra, que para los que ven la Luna desde el centro o desde un vértice. Por tanto tales conmutaciones varían según la relación de la distancia de la Luna a la tierra. La máxima

[distancia], según el acuerdo de todos los matemáticos[3], es de LXIIII unidades y un sexto, la unidad de las cuales va del centro de la tierra a su superficie [el radio de la tierra], pero la mínima, según las mediciones simétricas de aquéllos, debe ser de XXXIII unidades y otros tantos minutos, de modo que la Luna se nos acercaría hasta casi la mitad del espacio, y por consiguiente era necesario que las paralajes difiriesen entre sí casi en el doble entre la mínima y la máxima distancia. Pero vemos que poco o nada difieren las [paralajes] que se producen en el cuarto creciente o menguante, incluso en el perigeo del epiciclo, de las que se producen en los eclipses de Sol y de Luna, tal como mostraremos suficientemente en su lugar. Pero este error lo pone de manifiesto el propio cuerpo de la Luna, que por la misma razón debería parecer doblemente
177 mayor o menor según el diámetro. Pero como los círculos están en proporción al cuadrado de sus diámetros, cuando está próxima a la tierra parecerá cuatro veces mayor en sus «cuartos», que cuando está opuesta al Sol, aunque luciera como «llena»; pero puesto que luce la mitad [en los cuartos creciente y menguante], lucirá al menos con una luz doble [doble superficie luminosa] que estando «llena». Aunque lo opuesto a esto por sí mismo es evidente, si alguien no contento con la simple visión quisiera experimentarlo con la dioptra[4] de Hiparco o cualquiera otro instrumento, con los que se obtiene el diámetro de la Luna, encontrará que no difiere sino en cuanto lo exija el epiciclo sin [necesidad de] aquel excéntrico. Por esa causa, Menelao y Timócares, cuando examinaron las estrellas fijas por medio de la posición de la Luna, no dudaron en usar para ello el diámetro de medio grado, que es el que la Luna parece ocupar la mayor parte del tiempo.

Capítulo III

Otra opinión acerca del movimiento de la Luna

(12) De esta manera se muestra claramente que no es a causa del excéntrico por lo que el epiciclo aparece mayor o menor, sino por otra relación entre los círculos. Sea el epiciclo AB, al que designaremos como primero y mayor; sea su centro C, y desde el centro de la tierra, que es D, prolónguese la línea recta DC hasta el ápside mayor del epiciclo, y tomando como centro este punto A descri-



base otro epiciclo EF y todo ello en el mismo plano de la órbita oblicua de la Luna. Muévase C hacia el este, en cambio A hacia el oeste y a su vez la Luna muévase desde F, parte superior del [epiciclo] EF, hacia el este, conservado dicho orden, de modo que mientras la línea DC coincide con la posición media del Sol, la Luna estaría siempre próxima al centro C, esto es, estaría en el punto E, pero en los «cuartos» estaría muy lejana, en F.

(21) Afirmo que las apariencias lunares [coinciden] con las cosas así constituidas. Pues se sigue, que la Luna recorre el epiciclo EF dos veces en un mes, tiempo en el que C da la vuelta una vez con respecto al Sol y en la [Luna] nueva y llena parecerá describir un círculo *mínimo*, naturalmente aquél que tiene a CE como radio, en cambio en los «cuartos» parecerá describir un círculo máximo, según la distancia desde el centro CF, y así, a su vez, allí mostrará menores, aquí mayores diferencias entre el [movimiento] regular y el aparente, bajo semejantes pero desiguales arcos alrededor del centro C. Y estando siempre el centro C del epiciclo en un *círculo homocéntrico* de la tierra, no mostrará por tanto diferentes paralajes, sino sólo las adecuadas al propio epiciclo. Y saltará a la vista la causa por la que el cuerpo lunar aparece en cierta manera semejante a sí mismo, y del mismo modo sucederá con todas las demás cosas que se observan con respecto al curso lunar.

(31) Sucesivamente vamos a demostrar esto por medio de nuestra hipótesis, por más que esto mismo puede hacerse también por medio de círculos excéntricos, como lo hicimos respecto al Sol, guardando la debida proporción. Partiremos también de movimientos regulares, como hacíamos más arriba, sin los cuales no pueden juzgarse los irregulares. Pero en esta ocasión hay una dificultad no pequeña por causa de las paralajes que ya tratamos. Por lo cual su localización [la de la Luna] no es observable por medio del astrolabio y otros instrumentos semejantes. Pero la benignidad de la naturaleza ayuda también en esta parte al deseo humano, de modo que por medio de sus eclipses pueda captarse con más certeza que con el uso de instrumentos y sin sospecha de error. Pues estando 178

las otras partes del mundo puras y llenas de luz diurna, consta que la noche no es otra cosa que la sombra de la tierra, que se muestra en una figura cónica y termina en punta: al coincidir la Luna con esta figura cónica se la considera no sólo colocada en la mitad de las tinieblas, sino que se entiende que ha llegado sin duda a la posición opuesta al Sol. Por otra parte, los eclipses que se producen por la interposición de la Luna, no proporcionan argumentos ciertos de la posición lunar. Pues entonces acontece, que la conjunción del Sol y de la Luna es contemplada por nosotros, la cual, sin embargo, en confrontación con el centro de la tierra, o ya ha pasado o aún no se ha realizado debido a la llamada «causa de la conmutación» [paralaje]. Y por ello no vemos el mismo eclipse de Sol igual en magnitud y duración en todos los lugares de la tierra, ni siquiera parcialmente semejante. En cambio, en los eclipses lunares no se produce en modo alguno tal impedimento, sino que desde cualquier lugar son iguales, ya que la tierra a través de su centro transmite desde el Sol el eje de aquella sombra cónica y por tanto los eclipses lunares son los más apropiados, mediante los cuales con un método más seguro se capta el curso de la Luna.

Capítulo IIII

DE LAS REVOLUCIONES DE LA LUNA Y DE SUS MOVIMIENTOS PARTICULARES

(16) De entre los más antiguos a los que sirvió de preocupación este tema, hasta el punto que pasase por sus cálculos a la posterioridad, se encuentra Meton el Ateniense[5], que vivió aproximadamente en la ochenta y siete Olimpíada. Calculó que en XIX años solares se completaban CCXXXV meses [lunares], por lo que aquel gran año ἐννεαδεκαετερίς, esto es de diecinueve años, fue llamado Metónico. Este número agradó tanto, que se fijó en el foro de Atenas y en las ciudades más insignes, e incluso en la actualidad es aceptado por el pueblo, porque consideran que gracias al mismo quedan fijados los principios y los finales de los meses con un orden seguro, y hasta el año solar de CCCLXV días con un cuarto de día es conmensurable con sus meses. A partir de aquí surgió el período Calíppico de LXXVI años, en los que se intercala un [día] diecinueve veces, al que llamaron año Calíppico.

(26) Pero el talento de Hiparco descubre que en CCCIIII años sobra un día completo y que sólo se verifica cuando el año solar haya sido menor en CCC [una trescientava] parte del día. Por eso también este gran año, en el que se completan $\overline{\text{IIII}}$DCCLX meses, fue llamado de Hiparco por algunos. Estas cosas, según dicen más simplemente y de manera más ruda, son denominadas de Minerva, cuando se buscan también las reintegraciones a la situación primitiva de la anomalía y de la latitud, por medio de las cuales el mismo Hiparco más tarde las investigó [las reintegraciones]. En consecuencia, colocadas las anotaciones que observó con mucha diligencia[6] en los eclipses lunares junto a las que recibió de los Caldeos, determinó que el tiempo en el que retornaban las revoluciones de los meses y a la vez las anomalías era de CCCXLV años egipcios, LXXXII días y una hora, y que en ese tiempo se completaban $\overline{\text{IIII}}$ CCLXVII [4.267] meses, en cambio $\overline{\text{IIII}}$DLXXIII[4.573] circuitos de anomalía. Así pues, distribuidos en el número de meses la 179
cantidad propuesta de días, y siendo éstos ciento veintiseis mil y VII días y una hora, se encuentra que un mes es igual a XXIX días, XXXI minutos, L segundos, VIII terceros, IX cuartos, XX quintos. Con este razonamiento se patentiza también el movimiento en cualquier tiempo. Pues divididos los CCCLX grados de una revolución mensual entre el tiempo mostrado [número de días en un mes], el movimiento diario de la Luna con respecto al Sol resulta ser de XII grados, XI minutos, XXVI segundos, XLI terceros, XX cuartos, XVIII quintos. Esto, trescientas sesenta y cinco veces, produce, además de las doce revoluciones, un movimiento anual de CXXIX grados, XXXXVII minutos, XXI segundos, XXVIII terceros, XXVIIII cuartos. Además, estando concertados los $\overline{\text{IIII}}$CCLXVII [4.267] meses en números relacionados entre sí con los $\overline{\text{IIII}}$DLXXIII [4.573] circuitos de anomalía, puesto que se enumeran con la común medida de XVII, estarán en números muy breves como CCLI a CCLXIX, en tal relación, por el teorema quince del libro quinto de Euclides, tendremos el curso lunar con respecto al movimiento de anomalía, de tal modo que habiendo multiplicado el movimiento de la Luna por CCLXIX y habiendo dividido el producto por CCLI, se obtendrá el movimiento de la anomalía; un año después de XIII revoluciones completas será de LXXXVIII grados, XLIII minutos, VIII segundos, XL terceros, XX cuartos, y por tanto, al día, de XIII grados, III minutos, LIII segundos, LVI terceros, XXIX cuartos.

(18) En cambio, la revolución en latitud tiene otra propiedad. Pues no concuerda con el tiempo previamente fijado en el que se

restablece la anomalía, sino que entendemos que sólo ha regresado al punto de partida la anomalía, cuando el último eclipse lunar, a través de todas sus fases, haya sido semejante e igual al anterior, de tal modo que los obscurecimientos de uno y otro hayan sido iguales y en la misma parte, iguales, digo, en magnitud y duración. Lo que sucede cuando han sido iguales las distancias desde el más alto o el más bajo ápside de la Luna. Pues entonces se entiende que la Luna ha atravesado sombras iguales en igual tiempo. Pero tal reversión sucede, según Hiparco, en V̄CCCCLVIII [5.458] meses, a los que corresponden V̄CMXXIII [5.923] revoluciones de latitud. Así pues, con este cálculo quedaban claros los movimientos particulares de latitud en años y en días, como los otros. Pues una vez multiplicado el movimiento de la Luna con respecto al Sol por V̄CMXXIII [5.923] meses y dividido el producto por V̄CCCCLVIII [5.458], tendremos el movimiento en latitud de la Luna: en años, después de XIII revoluciones, CXLVIII grados, XLII minutos, XLVI segundos, XIX terceros, III cuartos; también en días XIII grados, XIII minutos, XLV segundos, XXXIX terceros, XL cuartos.

(33) Hiparco calculó de este modo los movimientos regulares de la Luna, y nadie, anterior a él, se aproximó más a ellos. Sin embargo, los siglos sucesivos pusieron de manifiesto que no eran totalmente correctos todos sus cálculos. Pues Ptolomeo encontró el mismo movimiento medio que Hiparco con respecto al Sol, pero en cambio registró que el movimiento anual de anomalía se diferenciaba de aquél por la falta de I segundo, XI terceros, XXXIX cuartos, en cambio el anual de latitud se distinguía por un exceso de LIII terceros, XLI cuartos. Nosotros también, pasado ya tanto tiempo, encontramos que el movimiento medio anual de Hiparco difiere por defecto de un segundo, dos terceros, XLIX cuartos, en cambio el de anomalía sólo por defecto de XXIIII terceros, XLIX cuartos. También hay para el movimiento de latitud I segundo, I tercero, XLII cuartos. Y así el movimiento regular de la Luna, en lo que se diferencia del movimiento terrestre, será al año de II, IX, XXXVII, XXII, XXXII, XL, el de anomalía de I, XXVIII, XLIII, IX, V, IX, el de latitud de II, XXVIII, XLII, XLV, XVII, XXI.

MOVIMIENTO DE LA LUNA EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	2	9	37	22	36	31	0	58	18	40	48
2	4	19	14	45	12	32	3	7	56	3	25
3	0	28	52	7	49	33	5	17	33	26	1
4	2	38	29	30	25	34	1	27	10	48	38
5	4	48	6	53	2	35	3	36	48	11	14
6	0	57	44	15	38	36	5	46	25	33	51
7	3	7	21	38	14	37	1	56	2	56	27
8	5	16	59	0	51	38	4	5	40	19	3
9	1	26	36	23	27	39	0	15	17	41	40
10	3	36	13	46	4	40	2	24	55	4	16
11	5	45	51	8	40	41	4	34	32	26	53
12	1	55	28	31	17	42	0	44	9	49	29
13	4	5	5	53	53	43	2	53	47	12	5
14	0	14	43	16	29	44	5	3	24	34	42
15	2	24	20	39	6	45	1	13	1	57	18
16	4	33	58	1	42	46	3	22	39	19	55
17	0	43	35	24	19	47	5	32	16	42	31
18	2	53	12	46	55	48	1	41	54	5	8
19	5	2	50	9	31	49	3	51	31	27	44
20	1	12	27	32	8	50	0	1	8	50	20
21	3	22	4	54	44	51	2	10	46	12	57
22	5	31	42	17	21	52	4	20	23	35	33
23	1	41	19	39	57	53	0	30	0	58	10
24	3	50	57	2	34	54	2	39	38	20	46
25	0	0	34	25	10	55	4	49	15	43	22
26	2	10	11	47	46	56	0	58	53	5	59
27	4	19	49	10	23	57	3	8	30	28	35
28	0	29	26	32	59	58	5	18	7	51	12
29	2	39	3	55	36	59	1	27	45	13	48
30	4	48	41	18	12	60	3	37	22	36	25

MOVIMIENTOS DE LA LUNA EN DIAS, PERIODOS DE SESENTA DIAS Y MINUTOS

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	12	11	26	41	31	6	17	54	47	26
2	0	24	22	53	23	32	6	30	6	14	8
3	0	36	34	20	4	33	6	42	17	40	49
4	0	48	45	46	46	34	6	54	29	7	31
5	1	0	57	13	27	35	7	6	40	34	12
6	1	13	8	40	9	36	7	18	52	0	54
7	1	25	20	6	50	37	7	31	3	27	35
8	1	37	31	33	32	38	7	43	14	54	17
9	1	49	43	0	13	39	7	55	26	20	58
10	2	1	54	26	55	40	8	7	37	47	40
11	2	14	5	53	36	41	8	19	49	14	21
12	2	26	17	20	18	42	8	32	0	41	3
13	2	38	28	47	0	43	8	44	12	7	44
14	2	50	40	13	41	44	8	56	23	34	26
15	3	2	51	40	22	45	9	8	35	1	7
16	3	15	3	7	4	46	9	20	46	27	49
17	3	27	14	33	45	47	9	32	57	54	30
18	3	39	26	0	27	48	9	45	9	21	12
19	3	51	37	27	8	49	9	57	20	47	53
20	4	3	48	53	50	50	10	9	32	14	35
21	4	16	0	20	31	51	10	21	43	41	16
22	4	28	11	47	13	52	10	33	55	7	58
23	4	40	23	13	54	53	10	46	6	34	40
24	4	52	34	40	36	54	10	58	18	1	21
25	5	4	46	7	17	55	11	10	29	28	2
26	5	16	57	33	59	56	11	22	40	54	43
27	5	29	9	0	40	57	11	34	52	21	25
28	5	41	20	27	22	58	11	47	3	48	7
29	5	53	31	54	3	59	11	59	15	14	48
30	6	5	43	20	45	60	12	11	26	41	31

MOVIMIENTO DE ANOMALIA LUNAR EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60ª	°	'	"	"'		60ª	°	'	"	"'
1	1	28	43	9	~	31	3	50	17	42	44
2	2	57	26	18	14	32	5	19	0	51	52
3	4	26	9	27	21	33	0	47	44	0	59
4	5	54	52	36	29	34	2	16	27	10	6
5	1	23	35	45	36	35	3	45	10	19	13
6	2	52	18	54	43	36	5	13	53	28	21
7	4	21	2	3	50	37	0	42	36	37	28
8	5	49	45	12	58	38	2	11	19	46	35
9	1	18	28	22	5	39	3	40	2	55	42
10	2	47	11	31	12	40	5	8	46	4	50
11	4	15	54	40	19	41	0	37	29	13	57
12	5	44	37	49	27	42	2	6	12	23	4
13	1	13	20	58	34	43	3	34	55	32	11
14	2	42	4	7	41	44	5	3	38	41	19
15	4	10	47	16	48	45	0	32	21	50	26
16	5	39	30	25	56	46	2	1	4	59	33
17	1	8	13	35	3	47	3	29	48	8	40
18	2	36	56	44	10	48	4	58	31	17	48
19	4	5	39	53	17	49	0	27	14	26	55
20	5	34	23	2	25	50	1	55	57	36	2
21	1	3	6	11	32	51	3	24	40	45	9
22	2	31	49	20	39	52	4	43	23	54	17
23	4	0	32	29	46	53	0	22	7	3	24
24	5	29	15	38	54	54	1	50	50	12	31
25	0	57	58	48	1	55	3	19	33	21	38
26	2	26	41	57	8	56	4	48	16	30	46
27	3	55	25	6	15	57	0	16	59	39	53
28	5	24	8	15	23	58	1	45	42	49	0
29	0	52	51	24	30	59	3	14	25	58	7
30	2	21	34	33	37	60	4	43	9	7	15

MOVIMIENTO DE ANOMALIA LUNAR EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA DIAS Y MINUTOS

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	13	3	53	56	31	6	45	0	52	11
2	0	26	7	47	53	32	6	58	4	46	8
3	0	39	11	41	49	33	7	11	8	20	4
4	0	52	15	35	46	34	7	24	12	34	1
5	1	5	19	29	42	35	7	37	16	27	57
6	1	18	23	23	39	36	7	50	20	21	54
7	1	31	27	17	35	37	8	3	24	15	50
8	1	44	31	11	32	38	8	16	28	9	47
9	1	57	35	5	28	39	8	29	32	3	43
10	2	10	38	59	25	40	8	42	35	57	40
11	2	23	42	53	21	41	8	55	39	51	36
12	2	36	46	47	18	42	9	8	43	45	33
14	3	2	54	35	11	44	9	34	51	33	26
15	3	15	58	29	7	45	9	47	55	27	22
16	3	29	2	23	4	46	10	0	59	21	19
17	3	42	6	17	0	47	10	14	3	15	15
18	3	55	10	10	57	48	10	27	7	9	12
19	4	8	14	4	53	49	10	40	11	3	8
20	4	21	17	58	50	50	10	53	14	57	5
21	4	34	21	52	46	51	11	6	18	51	1
22	4	47	25	46	43	52	11	19	22	44	58
23	5	0	29	40	39	53	11	32	26	38	54
24	5	13	33	34	36	54	11	45	30	32	51
25	5	26	37	28	32	55	11	58	34	26	47
26	5	39	41	22	29	56	12	11	38	20	44
27	5	52	45	16	25	57	12	24	42	14	40
28	6	5	49	10	22	58	12	37	46	8	37
29	6	18	53	4	18	59	12	50	50	2	33
30	6	31	56	58	15	60	13	3	53	56	30

MOVIMIENTO DE LATITUD DE LA LUNA EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años	Movimiento					Años	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	2	28	42	45	17	31	4	50	5	23	57
2	4	57	25	30	34	32	1	18	48	9	14
3	1	26	8	15	52	33	3	47	30	54	32
4	3	54	51	1	9	34	0	16	13	39	48
5	0	23	33	46	26	35	2	44	56	25	6
6	2	52	16	31	44	36	5	13	39	10	24
7	5	20	59	17	1	37	1	42	21	55	41
8	1	49	42	2	18	38	4	11	4	40	58
9	4	18	24	47	36	39	0	39	47	26	16
10	0	47	7	32	53	40	3	8	30	11	33
11	3	15	50	18	10	41	5	37	12	56	50
12	5	44	33	3	28	42	2	5	55	42	8
13	2	13	15	48	45	43	4	34	38	27	25
14	4	41	58	34	2	44	1	3	21	12	42
15	1	10	41	19	20	45	3	32	3	58	0
16	3	39	24	4	37	46	0	0	46	43	17
17	0	8	6	49	54	47	2	29	29	28	34
18	2	36	49	35	12	48	4	58	12	13	52
19	5	5	32	20	29	49	1	26	54	59	8
20	1	34	15	5	46	50	3	55	37	44	26
21	4	2	57	51	4	51	0	24	20	29	44
22	0	31	40	36	21	52	2	53	3	15	1
23	3	0	23	21	38	53	5	21	46	0	18
24	5	29	6	6	56	54	1	50	28	45	36
25	1	57	48	52	13	55	4	19	11	30	53
26	4	26	31	37	30	56	0	47	54	16	10
27	0	55	14	22	48	57	3	16	37	1	28
28	3	23	57	8	5	58	5	45	19	46	45
29	5	52	39	53	22	59	2	14	2	32	2
30	2	21	22	38	40	60	4	42	45	17	21

MOVIMIENTO DE LATITUD DE LA LUNA EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA DIAS Y MINUTOS

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	13	13	45	39	31	6	50	6	35	20
2	0	26	27	31	18	32	7	3	20	20	59
3	0	39	41	16	58	33	7	16	34	6	39
4	0	52	55	2	37	34	7	29	47	52	18
5	1	6	8	48	16	35	7	43	1	37	58
6	1	19	22	33	56	36	7	56	15	23	37
7	1	32	36	19	35	37	8	9	29	9	16
8	1	45	50	5	14	38	8	22	42	54	56
9	1	59	3	50	54	39	8	35	56	40	35
10	2	12	17	36	33	40	8	49	10	26	14
11	2	25	31	22	13	41	9	2	24	11	54
12	2	38	45	7	52	42	9	15	37	57	33
13	2	51	58	53	31	43	9	28	51	43	13
14	3	5	12	39	11	44	9	42	5	28	52
15	3	18	26	24	50	45	9	55	19	14	31
16	3	31	40	10	29	46	10	8	33	0	11
17	3	44	53	56	9	47	10	21	46	45	50
18	3	58	7	41	48	48	10	35	0	31	39
19	4	11	21	27	28	49	10	48	14	17	9
20	4	24	35	13	7	50	11	1	28	2	48
21	4	37	48	58	46	51	11	14	41	48	28
22	4	51	2	44	26	52	11	27	55	34	7
23	5	4	16	30	5	53	11	41	9	19	46
24	5	17	30	15	44	54	11	54	23	5	26
25	5	30	44	1	24	55	12	7	36	51	5
26	5	43	57	47	3	56	12	20	50	36	44
27	5	57	11	32	43	57	12	34	4	22	74
28	6	10	25	18	22	58	12	47	18	8	3
29	6	23	39	4	1	59	13	0	31	53	43
30	6	36	52	49	41	60	13	13	45	39	22

Capítulo V

DE LA PRIMERA IRREGULARIDAD QUE OCURRE EN LA LUNA NUEVA O LLENA. DEMOSTRACIÓN

(3) Hemos expuesto los movimientos regulares de la Luna, al 187
menos en lo que hasta el presente se nos dieron a conocer. Ahora es preciso añadir el cálculo de la irregularidad, la que demostraremos por medio del epiciclo, y en primer lugar la que acontece en las conjunciones y oposiciones del Sol, con respecto a la cual los matemáticos antiguos trabajaron con admirable ingenio por medio de tríadas de eclipses lunares. Nosotros seguiremos tal camino preparado por ellos y tomaremos tres eclipses observados cuidadosamente por Ptolomeo, con los cuales compararemos otros tres anotados con no menor cuidado, para que pueda examinarse si los movimientos regulares ya expuestos se han observado correctamente. A imitación de los antiguos, utilizaremos en la explicación de éstos los movimientos medios del Sol y de la Luna, considerándolos regulares, partiendo de la localización del equinoccio primaveral. Puesto que la diversidad, que se produce a causa de la irregular precesión de los equinoccios, no puede percibirse en tan breve tiempo, ni siquiera en diez años.

(15) Así pues, Ptolomeo [7] tomó el primer eclipse, uno ocurrido el año XVII del emperador Adriano, transcurrido el vigésimo día del mes Pauni, según los egipcios; el ciento treinta y tres de los años de Cristo, el sexto día del mes de Mayo, o sea el día antes de las Nonas. Faltó toda [la Luna] durante un tiempo medio de tres cuartos de hora igual, antes de la media noche en Alejandría, pero en Frauenburg o en Cracovia fue de una hora con tres cuartos antes de media noche a la que seguía el día séptimo, ocupando el SOL XIII grados y un cuarto de grado de [la constelación] Tauro, pero según el movimiento medio XII y XXI de Tauro.

(23) Dice que el otro eclipse fue en el año XIX de Adriano, transcurridos dos días del mes Chiach, el cuarto de los egipcios. Era, pues, el año CXXXIIII de Cristo, XIII días antes de las Calendas de Noviembre, y hubo un eclipse por el norte de diez doceavos de su diámetro, cuyo tiempo medio era una hora equinoccial en Alejandría, pero en Cracovia de dos horas antes

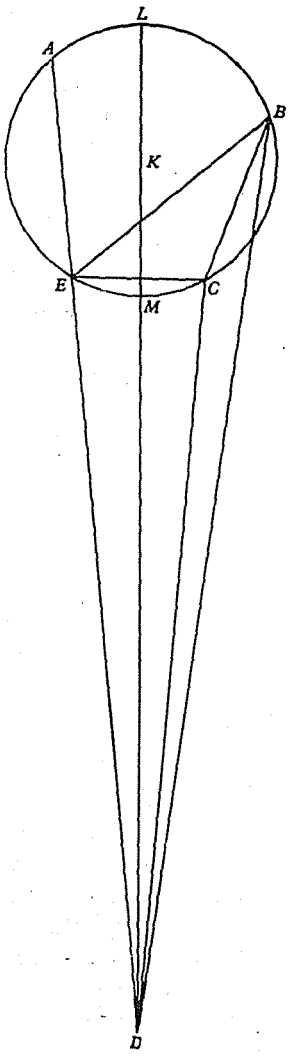
de la media noche, estando el Sol en el grado XXV y un sexto del *signo* Libra, pero según el movimiento medio en XXVI, XLIII del *mismo* [*signo*].

(29) El tercer eclipse *ocurrió* en el año XX de Adriano, transcurridos XIX días de Pharmuthi, octavo mes de los egipcios, en el año CXXXV de Cristo, pasado el sexto día de Marzo, eclipsándose la Luna de nuevo por el norte en la mitad de su diámetro. El tiempo medio de éste fue en Alejandría de cuatro horas equinocciales, pero en Cracovia duró tres horas después de la media noche, cuya madrugada eran las Nonas de Marzo. También estaba entonces el Sol en el grado XIII y XII minutos en la parte de Piscis, por el movimiento *medio en* XI y XLIIII de Piscis.

(35) Así queda claro que en la mitad del tiempo que había entre el primer y segundo eclipse, la Luna recorrió tanto espacio como el Sol (excluidos los círculos completos), CLXI grados y LV minutos, y desde el segundo al tercero CXXXVII grados, LV minutos. Había en el primer intervalo un año, CLXVI días, XXIII horas iguales y tres cuartos de una según la apariencia, pero examinado escrupulosamente XXIII horas con cinco octavos. En cambio, en el segundo intervalo hay un año,
188 CXXXVII días, cinco horas de un modo simple, pero con exactitud V y media. Y el movimiento regular del Sol y de la Luna en *conjunto*, en el primer intervalo, excluidos los círculos [completos], era de CLXIX grados, XXXVII minutos y el de anomalía de CX grados, XXI minutos. En el segundo intervalo, el movimiento igualmente regular del Sol y de la Luna era de CXXXVII grados, XXXIIII minutos, pero en cambio el de anomalía era de LXXXI grados, XXXVI minutos. Así pues, queda claro que en la primera distancia los CX grados, XXI minutos del epiciclo restan al movimiento medio de la Luna VII grados, XLII minutos; en la segunda, los LXXXI grados, XXXVI minutos suman un grado, XXI minutos.

(9) Después de proponer estas cosas, descríbase el epiciclo lunar ABC, en el cual el primer eclipse estuviera en A, el otro en B y el tercero en C, y en esta dirección entiéndase la marcha de la Luna hacia el oeste. Y sea el arco AB de CX grados, XXI minutos, que resta (como dijimos) VII grados, XLII minutos; BC tendrá LXXXI grados, XXXVI minutos, que suma un grado, XXI minutos; el resto del círculo CA será de CLXVIII grados, III minutos, que suman los VI grados y XXI minutos

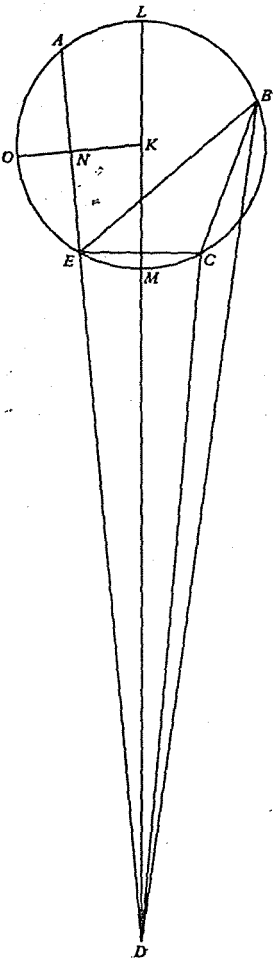
que faltan [8]. Pero el ápside superior del epiciclo no está en los arcos BC y CA, puesto que han sido añadidos y son menores que un semicírculo, es necesario encontrarlo en AB.



(18) Tomemos D como centro de la tierra, alrededor del cual se mueve regularmente el epiciclo, láncese desde allí líneas hacia los puntos de los eclipses DA, DB y DC y únanse BC, BE, CE. Así pues, como el arco AB se extiende a VII grados, XLII minutos del zodíaco, el ángulo ADB será de VII grados, XLII minutos tal como CLXXX son dos rectos. Pero si dos rectos fueran CCCLX, el mismo ángulo sería de XV grados, XXIIII minutos y el ángulo AEB con respecto a la circunferencia es de similares CX grados, XXI minutos, siendo un ángulo exterior del triángulo BDE. Luego se da el ángulo EBD de XCIIII grados, LVII minutos. Pero en los triángulos de ángulos dados son también conocidos los lados y es DE de 147.396 unidades, BE de 26.798 unidades, de las 200.000 que tiene el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo. A su vez, puesto que el arco AEC comprende en el zodíaco VI grados, XXI minutos, el ángulo que está en EDC será de VI grados, XXI minutos, si CLXXX son dos rectos. Pero si dos rectos valen CCCLX grados, él mismo será de XII grados, XLII minutos, tal como también el ángulo en AEC es de CXCI grados, LVII minutos, y siendo exterior del triángulo CDE desde el mismo ángulo D queda el tercero ECD de los mismos CLXXIX grados, XV minutos. Se tienen, pues, los lados DE de 199.996 unidades, CE de 22.120 unidades siendo de 200.000 el diámetro del círculo que circunscribe.

Pero siendo DE de 147.396 unidades, CE es de 16.302, como también BE es de 26.798. Luego siendo conocidos en el triángulo BEC dos lados, el BE y el CE, y el ángulo E de LXXXI grados, XXXVI minutos, igual al arco BC, tendremos también el tercer lado BC, según la demostración de los triángulos planos, de aquellas mismas 17.960 unidades. Pero siendo el diámetro del epiciclo de 200.000 unidades, la misma BC, en cuanto cuerda de LXXXI grados, XXXVI minutos, será de 130.684 unidades y las otras de acuerdo con la relación dada,
189 ED de 1.072.684 unidades y CE de 118.637 y el arco CE de LXXII grados, XLVI minutos, X segundos. Pero, según lo establecido previamente, el arco CEA tenía CLXVIII grados, III minutos; luego, lo que resta, EA es de XCV grados, XVI minutos, L segundos, y su cuerda de 147.786 unidades. Y de ahí que toda la línea AED tenga 1.220.460 de las mismas unidades. Pero, puesto que el segmento EA es menor a un semicírculo, el centro del epiciclo no estará en él, sino dentro de los otros ABCE. Sea, pues, dicho centro K, y trácese por uno y otro ápside DMKL, y sea L el ápside superior y M el inferior. Además, se mostró en el teorema treinta[9] del [libro] tercero de Euclides, que el rectángulo contenido bajo ADE [AD-DE] es igual al que está contenido bajo LDM [LD-DM]. Pero, como el diámetro LM del círculo se corta en dos partes iguales en K, al que se añade en línea recta DM, junto con el [más el] cuadrado de KM, será igual al [cuadrado] de DK[10]. Por lo tanto se da DK con una longitud de 1.148.556 unidades, siendo LK de 100.000; y por otra parte si DK fuera de 100.000, tendrá 8.706 unidades LK, que parte del centro del epiciclo.

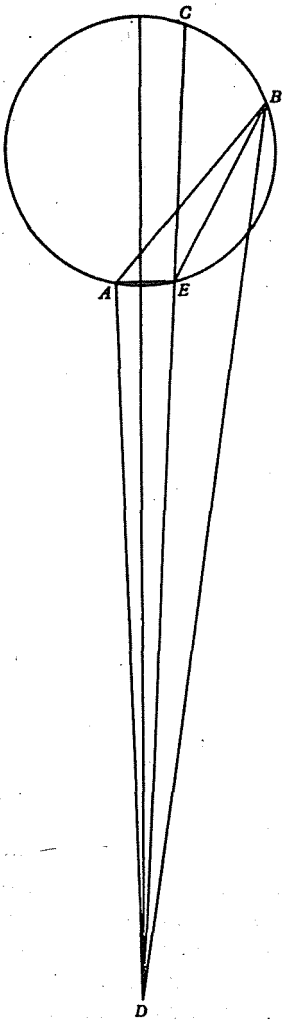
(14) Realizado esto así, trácese KNO perpendicular a AD. Luego puesto que KD, DE, EA tienen una relación entre sí dada en unidades de las cuales LK vale cien mil y NE, la mitad de AE, 73.893 de las mismas unidades: por lo tanto, en total [por suma] DEN es de 1.146.577 unidades. Pero en el triángulo DKN son dados dos lados DK, ND, y el ángulo N que es recto. Por lo tanto, el ángulo NKD en el centro tendrá LXXXVI grados, XXXVIII minutos y medio y lo mismo el arco MEO, y LAO, resto del semicírculo, será de XCIII grados, XXI minutos y medio quitado del cual OA (la mitad de AOE) será de XLVII grados, XXXVIII y medio minutos, queda la restante LA de VL grados, XLIII minutos, que es la distancia de la Luna desde el ápside superior del



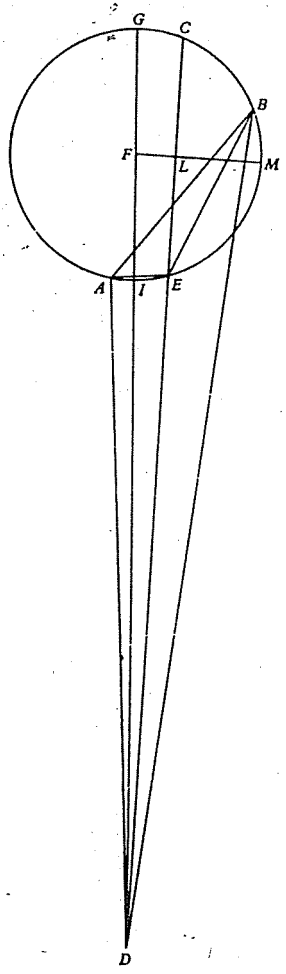
epiciclo al primer eclipse o anomalía. Pero todo [el arco] AB era de CX grados, XXI minutos; así pues, la restante anomalía LB, en el otro eclipse, es de LXIIII grados, XXXVIII minutos, y todo [el arco] LBC de CIIIIL grados, XIIII minutos, donde incidía el tercer eclipse. Y ya quedará también claro, que siendo el ángulo DKN de LXXXVI grados, XXXVIII minutos (siendo CCCLX cuatro rectos), el ángulo KDN de III grados, XXII minutos, es lo que falta con respecto a un recto [el complementario], esto es la prostaféresis que añade la anomalía en el primer eclipse. También, el ángulo completo ADB era de VII grados, XLII minutos; luego el restante LDB tiene IIII grados, XX minutos, que se restan al arco LB en el movimiento regular de la Luna en el segundo eclipse. Y puesto que, el ángulo BDC era de I grado, XXI minutos, luego el restante CDM queda de II grados, IL minutos, prostaféresis restada del arco LBC en el tercer eclipse. Era, por tanto, la posición media de la Luna, esto es del centro K, en el primer eclipse, de IX grados, LIII minutos de Scorpio, mientras que su posición aparente estaba a XIII grados, XV minutos de Scorpio; tanto, digo, cuanto el Sol, en posición diametralmente opuesta había ocupado Tauro. Y del mismo modo, la posición media de la Luna en el segundo eclipse tenía XXIX grados y medio de Aries. En el tercero, tenía XVII grados, IIII minutos de Virgo. También las distancias lunares regulares desde el Sol eran en el primero de CLXXVII grados, XXXIII minutos, en el segundo de CLXXXII grados, IIIL minutos, en el último CLXXXV grados, XX minutos. Así lo juzgó Ptolomeo.

(42) Siguiendo este ejemplo, dirijámonos hacia otro tipo de eclipses lunares, que también han sido observados por nosotros con el mayor cuidado. El primero ocurrió en el año MDXI de Cristo,

transcurridos seis días del mes de octubre, y empezó la Luna a eclipsarse una hora y un octavo de hora antes de media noche, según las horas iguales, y volvió a su integridad dos horas y un
190 tercio después de media noche, y así el punto medio del eclipse estuvo media hora y una doceava parte de hora [7/12] después de media noche, cuya madrugada era el día séptimo en las Nonas de Octubre: y se eclipsó la Luna completa, estando el Sol a XXII grados, XXV minutos de Libra, pero según el movimiento regular a XXIIII grados, XIII minutos de Libra. Observamos el segundo eclipse en el año MDXXII de Cristo, el mes de septiembre, transcurridos cinco días, faltando la Luna completa, cuyo principio fue a los dos quintos de una hora igual antes de medianoche, pero su tiempo medio estuvo una hora y un tercio después de la medianoche, a la que seguía el día sexto, y el octavo antes de los Idus de Septiembre. Estaba el Sol entonces a XXII grados y un quinto de Virgo, pero según el movimiento regular a XXIII grados y LIX minutos de Virgo. El tercero lo observamos también en el año MDXXIII de Cristo, transcurridos ya XXV días del mes de agosto, el cual [el eclipse] empezó III horas menos un quinto de hora después de la media noche, y el tiempo medio del eclipse también total estuvo a las IIII horas y 1/12 de hora después de la media noche, siendo ya inminente el día séptimo de las Calendas de Septiembre, estando el Sol a XI grados, XXI minutos de Virgo, según el movimiento regular a XIII grados, II minutos de Virgo. Y a partir de aquí también se manifestó que la distancia entre las posiciones verdaderas del Sol y de la Luna, desde el primer eclipse al segundo, fue de CCCXXIX grados, XLVII minutos, pero del segundo al tercero fue de CCCXLIX grados, IX



minutos. El tiempo desde el primer eclipse al segundo es de diez años iguales, CCCXXXVII días y tres cuartos de una hora según el tiempo aparente, pero para el movimiento regular exacto era de una hora menos una quinta parte; desde el segundo eclipse hasta el tercero pasaron CCCLIIII días, III horas, V minutos, pero de tiempo regular III horas, IX minutos. En el primer intervalo el movimiento medio del Sol y la Luna conjuntamente, abandonados los círculos [completos], suma CCCXXXIIII grados, XLVII minutos, y el de anomalía CCL grados, XXXVI minutos, restando del movimiento regular casi cinco grados. En el segundo intervalo, el movimiento medio del Sol y de la Luna fue de CCCXLVI grados, X minutos, el de anomalía de CCCVI grados, XLIII minutos, añadiendo al movimiento regular II grados, LIX minutos.



(28) Sea ahora el epiciclo ABC y sea A la posición de la Luna en la mitad del primer eclipse, B en el segundo, C en el tercero, y entiéndase el movimiento del epiciclo dirigido desde C hacia B, y desde B hacia A, esto es, desde arriba hacia el oeste, desde abajo hacia el este; y sea el arco ACB de CCL grados, XXXVI minutos, que detrae al movimiento regular de la Luna (como dijimos) cinco grados, en el primer intervalo de tiempo. Y sea el arco BAC de CCCVI grados, XLIII minutos, añadiendo al movimiento regular de la Luna II grados, LIX minutos, y por tanto el restante [arco] AC de CXCVII grados, XIX minutos, detrae los restantes II grados, I minuto. Pero puesto que el AC es mayor que un semicírculo y es substractivo [11], es preciso que en él esté el ápside más alto, y ya que no puede estar ni en BA ni en CBA, que son aditivos [12] y uno y otro menor a un semicírculo, por el contrario el movimiento más lento se supone alrededor del apogeo. Tómese, pues, el centro D de la tierra como opuesto y

191

únase AD, DB, DEC, AB, AE, EB. Puesto que CEB, ángulo exterior del triángulo DEB, se conoce como de LIII grados, XVII minutos, juntamente con el arco CB, que es el resto del círculo menos BAC, y el ángulo BDE es según el centro de II grados, LIX minutos, pero según el arco de V grados, LVIII minutos, y en consecuencia el restante EBD es de XLVII grados, XVIII minutos. Por lo tanto el lado BE será de 1.042 unidades, y el lado DE de 8.024 de las mismas unidades de las que tendría 10.000 el radio del círculo que circunscribe al triángulo.

(15) De igual modo el ángulo AEC, constituido en la circunferencia ACB, es de CXCVII grados, XIX minutos, y el ADC es de II grados, I minuto, en cuanto al centro, pero en cuanto al arco es de IIII grados, II minutos: por lo tanto el ángulo que queda del triángulo que está bajo DAE es de CXCIII grados, XVII minutos, siendo CCCLX dos rectos. Luego también están dados los lados en unidades, de las que el radio del círculo que circunscribe al triángulo ADE tiene 10.000, AE de 702 unidades, DE de 19.865 unidades; pero de las que DE tenía 8.024 unidades, de éstas AE tiene 283 unidades, de las que también tenía EB 1.042 unidades. A la vez tenemos, pues, el triángulo ABE, en el que dos lados, el AE y el EB son dados, y todo el ángulo que está bajo AEB es de CCL grados, XXXVI minutos, siendo CCCLX dos rectos. Por tanto, por lo demostrado de los triángulos planos, también AB será de 1.227 de las mismas unidades, de las que EB tiene 1.042. Así, pues, hemos obtenido la relación entre estas tres líneas, AB, EB y ED, por la que constarán también en unidades, de las que el radio del epiciclo vale diez mil, y de las que la cuerda AB, dado el arco, vale 16.323, ED 106.751, EB 13.853. De donde también se da el arco EB de LXXXVII grados, XLI minutos, el cual con BC suma un total EBC de CXL grados, LVIII minutos, cuya cuerda CE vale 18.851 unidades y toda la CED 125.602 unidades.

(32) Expóngase ahora el centro del epiciclo, que necesariamente caerá en el segmento EAC como mayor a un semicírculo, y sea F. Tiéndase DIFG en línea recta a través de ambos ápsides, el más bajo I y el más alto G. Es de nuevo evidente, que el rectángulo determinado por CDE [CD, DE], es igual al determinado por GDI [GD, DI], y también que el [rectángulo] GDI unido al [cuadrado] procedente de FI, es igual al [cuadrado] construido partiendo de
192 DF [13]. Se conoce también en su longitud DIF de 116.226 unidades, de las que FG tiene 10.000. Puesto que DF es de cien mil unidades, FG será de 8.604 unidades, concertando lo que encontramos calculando con la mayoría de los predecesores, que desde Ptolo-

meo nos antecedieron. Levantemos ahora la línea FL, desde el centro F a EC formando ángulos rectos, y extiéndase en línea recta FLM: y cortará en dos a CE en el punto L. Así, puesto que la línea recta ED es de 106.751 unidades y la mitad de CE, esto es LE, de 9.426 unidades, toda la DEL será de 116.177, de las que FG tiene 10.000, de las que también DF tiene 116.226. Por lo tanto, los dos lados DF y DL del triángulo DFL están dados: también se da el ángulo DFL de LXXXVIII grados, XXI minutos, y el que falta FDL de un grado, XXXIX minutos, y el arco IEM de igual modo de LXXXVIII grados, XXI minutos, y MC, la mitad de EBC, de LXX grados, 29 minutos: IMC completo será de CLVIII grados, L minutos y el arco restante GC, será de XXI grados, X minutos [14].

(13) Y esta será la distancia de la Luna desde el apogeo del epiciclo o la posición de la anomalía en el tercer eclipse, y GCB en el segundo [eclipse] vale LXXIIII grados, XXVII minutos y GBA completo en el primer [eclipse] reune CLXXXIII grados, LI minutos. A su vez, en el tercer eclipse el ángulo IDE, como en el centro, es de un grado, XII. minutos, que es la prostaféresis substractiva, y todo el ángulo IDB en el segundo eclipse es de IIII grados, XXXVIII minutos, también la prostaféresis substractiva; así pues, está constituida a partir del GDC de I grado XXXIX minutos y del CDB de II grados, LIX minutos, y en consecuencia es el ángulo que se resta de todo el ADB de V grados, y es el que quedará ADI de XXII minutos[15], que se añaden al movimiento regular en el primer eclipse. Por lo cual, la posición del movimiento regular de la Luna en el primer eclipse estaba a XXII grados, III minutos de Aries, pero la posición del movimiento aparente a XXII grados, XXV minutos, y a tantos grados cuantos el Sol ocupaba en la posición opuesta de Libra. Así, también en el otro eclipse, la posición media de la Luna era de XXVI grados, L minutos de Piscis, y en el tercero de XIII grados de Piscis, y el movimiento medio lunar, por el que se separa del movimiento anual de la tierra: en el primer eclipse CLXXVII grados, LI minutos, en el segundo 182 grados LI minutos, en el tercero CLXXIX grados, LVIII minutos.

Capítulo VI

COMPROBACIÓN DE LO QUE SE EXPUSO ACERCA DE LOS MOVIMIENTOS REGULARES DE LA LUNA EN LONGITUD Y ANOMALÍA

(31) Convendría confirmar lo que se ha expuesto acerca de los eclipses lunares, para ver si se han considerado con exactitud los movimientos regulares de la Luna que expusimos. En efecto, se indicó que, en el segundo de los primeros eclipses [los medidos por Ptolomeo], la separación de la Luna desde el Sol era de
193 CLXXXII grados, XLVII minutos, el [movimiento] de anomalía tenía LXIIII grados, XXXVIII minutos. Pero en el segundo eclipse de nuestro tiempo, el movimiento de la Luna desde el Sol fue de CLXXXII grados, LI minutos, la anomalía de LXXIIII grados, XXVII minutos. Queda claro que en el tiempo transcurrido se completaron $\overline{\text{XVII}}$ CLXVI meses y casi cuatro minutos. También el movimiento de anomalía, desechados los círculos completos, tenía nueve grados, cuarenta y nueve minutos.

(7) Pero el tiempo que pasó desde el año diecinueve de Adriano, en el mes egipcio Chiach, el segundo día y dos horas antes de la media noche, a la que siguió el día tercero del mes, hasta el año mil quinientos veintidós de Cristo, el día cinco de Septiembre, una hora y un tercio después de media noche, es de MCCCXIIC años egipcios, CCCII días, tres horas y 1/3, según el tiempo aparente, que habiendo sido corregido, son tres horas, XXXIIII minutos. Según Hiparco y Ptolomeo, en ese tiempo, después de diecisiete mil ciento sesenta y cinco revoluciones completas de meses iguales, habría habido CCCLVIIII grados, XXVIII minutos; pero el de anomalía tendría según Hiparco IX grados, XXXVII minutos, en cambio según Ptolomeo IX grados, VIIII minutos. Al movimiento lunar le faltan, pues, de unos a otros [eclipses], XXVI minutos, en cuanto al de anomalía los minutos son XXXVIII para Ptolomeo, X para Hiparco: que los nuestros acrecientan y concuerdan con los cálculos que expusimos.

Capítulo VII

DE LA POSICIÓN EN LONGITUD Y DE LA ANOMALÍA LUNAR

(22) Las posiciones han de buscarse aquí, como antes, referidas a los principios de los años ya establecidos: de las Olimpíadas, de

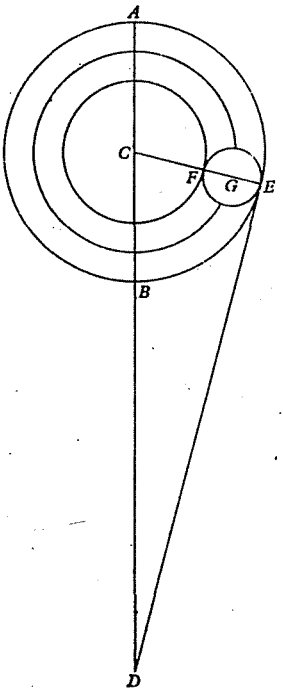
Alejandro, de César, de Cristo y a cualquier otro que conviniera. Así pues, si consideramos el segundo de los tres eclipses observados en la antigüedad, ocurrido en el año diecinueve de Adriano, en el día dos del mes Chiach de los egipcios, una hora equinoccial de Alejandría antes de la media noche, pero dos horas antes de media noche para nosotros bajo el meridiano Cracoviano, desde el comienzo de los años de Cristo hasta ese momento encontraremos CXXXIII años Egipcios, CCCXXV días, XXII horas a simple vista, pero con exactitud XXI horas, XXXVII minutos. En ese tiempo el movimiento lunar es según nuestros cálculos de CCCXXXII grados, XLIX minutos, el de anomalía de CCXVII grados, XXXII minutos. Y habiendo sido restados éstos de los que se descubrieron en el eclipse, cada uno del suyo correspondiente, queda como posición media lunar a partir del Sol CCIX grados, LVIII minutos; el de anomalía de CCVII grados, VII minutos, al comienzo de los años de Cristo, en la media noche antes de las Calendas de Enero. A la vez, hasta el principio de los años de Cristo hay ciento noventa y tres Olimpíadas, dos años, CVIC días y medio, que hacen DCCLXXV años egipcios, XII días y medio, y con exactitud XII horas, XI minutos. De igual modo desde la muerte de Alejandro hasta el nacimiento de Cristo se calculan CCCXXIII años egipcios, CXXX días y medio según el tiempo 194
aparente, con rigor XII horas, XVI minutos. Y desde César hasta Cristo hay XLV años egipcios, XII días, en lo que concuerda la relación entre el tiempo regular y el aparente. Así pues, quitando los movimientos, que conciernen a estas diferencias de tiempos, de las localizaciones de Cristo, restando una a una, tendremos para el medio día del día primero del mes Hecatombeón de la primera Olimpíada, una separación regular de la Luna a partir del Sol de XXXIX grados, XXXXIII minutos, de anomalía de LXVI grados, XX minutos; de los años de Alejandro, para el mediodía del día primero del mes Thoth, la Luna [tenía una separación] a partir del Sol de CCCX grados, XLIIII minutos, de anomalía LXXXV grados, XLI minutos. Y de Julio César, para la medianoche anterior a las Calendas de Enero, tenemos a la Luna a partir del Sol a CCCL grados, XXXIX minutos, una anomalía de XVII grados, LVIII minutos. Todo ello con respecto al meridiano Cracoviense, puesto que Gynaetia, a la que vulgarmente se llama Frauenburg, donde la mayor parte de las veces hicimos nuestras observaciones, situada junto al puerto del río Vístula, está bajo ese meridiano, de tal modo que se nos muestran iguales los eclipses del Sol y de la Luna observados en ambos lugares; en dicho meridiano está también

Dirraquio[16] en Macedonia, que en la antigüedad se llamó Epidamno.

Capítulo VIII

ACERCA DE LA SEGUNDA IRREGULARIDAD DE LA LUNA Y ACERCA DE QUÉ PROPORCIÓN PUEDA HABER ENTRE EL EPICICLO PRIMERO Y EL SEGUNDO

(29) Así pues, ya fueron demostrados los movimientos regulares de la Luna junto con su primera irregularidad. Ahora hemos de investigar en qué relación puedan estar el primer epiciclo y el segundo y uno y otro con respecto a la distancia del centro de la tierra. Se encuentra, según dijimos, la máxima diferencia [entre el movimiento regular y el aparente] en los cuartos medios, cuando la mitad de la Luna es creciente o menguante, diferencia que se extiende hasta los siete grados y dos tercios, según conservan las anotaciones de los antiguos[17].



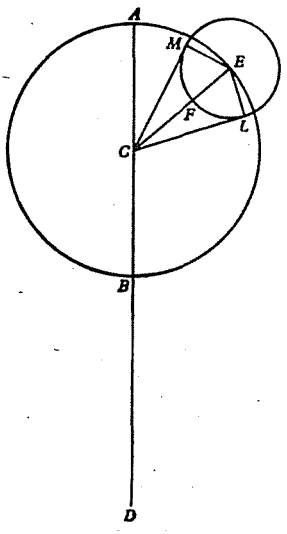
(35) Pues observaban el tiempo, en el que la media Luna estuviera a punto de tocar la distancia media del epiciclo y cerca del contacto de la línea que sale del centro de la tierra [la tangente], que fácilmente puede percibirse por los cálculos expuestos más arriba. Y estando entonces la Luna cerca del grado noventa de la eclíptica, tomado a partir del orto o del ocaso, evitaban así el error que la paralaje pudiese inferir al movimiento en longitud. Pues, entonces, el
195 círculo que hay a través del vértice del horizonte divide al zodíaco en ángulos rectos y no admite ninguna conmutación en longitud, sino que incide toda en latitud. Después, con la ayuda del instrumento astrolabio, tomaron la posición de la Luna respecto al Sol. Realizado el cálculo, se encontró que la Luna se diferenciaba del movimiento regular, según dijimos, en siete grados y dos tercios, en lugar de cinco grados.

(6) Trácese ahora el epiciclo AB, sea C su centro, y desde el centro de la tierra que será D, proyéctese la línea recta DBCA; sea A el apogeo del epiciclo, B el perigeo. Dibújese DE tangente al epiciclo y únase CE. Así, pues, ya que la prostaféresis máxima está en la tangente, que será en este caso de VII grados, XL minutos, que es también la medida del ángulo BDE, siendo recto el CED, puesto que está en contacto [tangente] con el círculo AB, por lo tanto CE tendrá 1.334 unidades, siendo CD, desde el centro, de 10.000. Pero en la Luna llena y nueva era mucho menos, aproximadamente de 861 unidades. Córtese CE y sea CF de 860 unidades: con el mismo centro F estará recorriendo un círculo en el que se halla la Luna nueva y la llena, y el resto FE de 474 unidades será el diámetro del epiciclo segundo, y cortándola por la mitad en el centro G, toda la línea CFG tendrá 1.097 unidades desde el centro del círculo, al que describió el centro del epiciclo segundo. Y así se manifiesta la relación de CG a GE como de 1.097 a 237, siendo CD de 10.000 unidades.

Capítulo IX

ACERCA DE OTRA DESIGUALDAD POR LA QUE LA LUNA PARECE MOVERSE IRREGULARMENTE DESDE EL ÁPSIDE SUPERIOR DEL EPICICLO 196

(4) También por esta demostración es posible comprender cómo la Luna en su primer epiciclo se mueve irregularmente y alcanza su máxima diferencia, cuando se curva como en un cuerno o como gibosa, y se muestra semiplena. Sea AB, a su vez, aquel primer epiciclo, el que ha descrito el centro del segundo epiciclo con un movimiento medio, C su centro, A el ápside más alto, B el más bajo. Tómese en la circunferencia, en cualquier parte, el punto E y únase C y E; hágase también CE con respecto a EF en la proporción 1.097 a 237, y con centro en E y radio EF descríbase el segundo epiciclo, y trácense a uno y a otro lado tangentes al mismo, las líneas



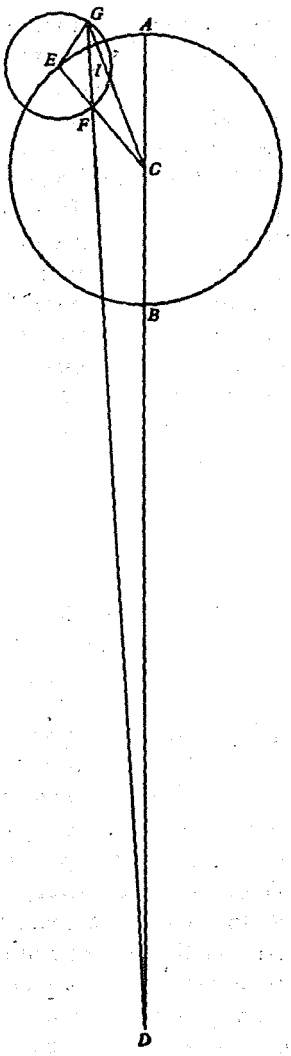
rectas CL, CM. Sea el movimiento del epiciclo pequeño de A hacia E, esto es desde arriba hacia el oeste, en cambio la Luna partiendo de F hacia L, también hacia el oeste. Así pues, queda patente que siendo regular el movimiento AE, a esta misma regularidad el epiciclo segundo a través de su recorrido FL añade el arco EL y a través de MF lo disminuye. Pero ya que en el triángulo CEL el ángulo en L es recto y EL es de 237 unidades, siendo CE de 1.097 unidades, por lo tanto, si CE fuera de 10.000, EL tendrá 2.160, el cual subtiende al ángulo ECL, según las tablas de XII grados, XXVIII minutos, igual al MCF, siendo los triángulos semejantes e iguales. Y esta diferencia es la máxima con la que la Luna varía desde el ápside superior del primer epiciclo. Esto sucede cuando la Luna en su movimiento medio se coloca a XXXVIII grados, XLVI minutos, por delante y por detrás de la línea del movimiento medio de la tierra. Así queda suficientemente claro que estas máximas protaféresis acontecen a una separación media del Sol y de la Luna de XXXVIII grados, XLVI minutos, y otro tanto acontece a una y otra parte de la oposición media.

Capítulo X

DE QUÉ MODO EL MOVIMIENTO APARENTE DE LA LUNA SE DEMUESTRA A PARTIR DE LOS DATOS DE LOS MOVIMIENTOS REGULARES

(27) Visto ya esto, queremos mostrar de manera práctica [graphica ratione] de qué modo un movimiento regular y aparente se resuelve a partir de aquellos movimientos regulares de la Luna propuestos, tomando el ejemplo de lo observado por Hiparco, al mismo tiempo que se comprueba la teoría con la experiencia. Así pues, en el año ciento noventa y siete, en el diecisieteavo día del mes Pauni, que es el décimo mes de los Egipcios, pasadas nueve y un tercio horas del día, en Rodas, por medio del instrumento astrolábico, Hiparco descubre en la observación del Sol y de la Luna que distan entre sí XLVIII grados y un décimo, estando la Luna al este del Sol. Y como apreciara que el Sol estaba localizado en el grado XI menos una décima de Cáncer, la Luna, consecuentemente, estaría en el grado XXIX de Leo. Y también en ese momento se elevaba el grado veintinueve de Scorpio, el décimo grado de Virgo estaba en la mitad del cielo en Rodas, para la que el polo boreal se eleva a XXXVI grados.

(39) Con este argumento constaba que la Luna, colocada cerca del grado noventa de la eclíptica desde el horizonte [meridiano] no admitía ninguna conmutación visual [paralaje] en longitud, o al menos ninguna sensible. Pero ya que esta observación se hizo a las tres horas y un tercio a partir del mediodía de aquel diecisieteavo día, que en Rodas corresponden a cuatro horas equinocciales y que en Cracovia hubieran sido III horas y un sexto de hora equinoccial, debido a la distancia por la que Rodas está más cerca de nosotros un sexto de hora que Alejandría. En consecuencia, desde la muerte de Alejandro habían transcurrido ciento noventa y seis años, CCLXXXVI días, tres horas simples y una sexta parte a simple vista, regladas III horas con casi un tercio. En ese momento, el Sol, en su movimiento medio, llegó a XII grados, III minutos, de Cáncer, pero en el movimiento aparente a los X grados, XL minutos de Cáncer. De donde parece que la Luna estaba realmente en los XXVIII grados, 37 minutos de Leo. Pero el movimiento regular de la Luna, según la revolución mensual, estaba en los XLV grados, V minutos, el de anomalía desde el ápside superior era de CCCXXXIII grados, según nuestro cálculo.



197

(12) Propuesto este ejemplo, describamos el epiciclo primero AB; su centro C, su diámetro ACB, que es prolongado en línea recta hasta el centro de la tierra y sea ABD; tómese también en el epiciclo el arco ABE de CCCXXXIII grados y únase C, E, que es cortada en F, de modo que EF sea de 237 unidades, siendo EC de 1.097, y haciendo centro en E, con radio EF, descríbase FG epiciclo del epiciclo. Esté la Luna en el punto G, y sea el arco FG de XC grados, X minutos, en relación doble al movimiento regular del Sol, que era de XLV

grados, IX minutos; y únanse CG, EG, DG. Y ya que del triángulo CEG se dan dos lados, CE de 1.097 unidades y EG de 237, igual a EF, siendo el ángulo GEC de XC grados, XV minutos. Por lo tanto, se dan, según la demostración de los triángulos planos, el otro lado CG de las mismas 1.123 unidades y el ángulo en ECG de XII grados, XI minutos y por lo cual se hace patente el arco EI y la prostaféresis aditiva de la anomalía, y todo el ABEI resulta ser de CCCXLV grados, XI minutos, y el otro ángulo GCA de XIIII grados, XLVIII minutos, es el de la verdadera separación lunar desde el ápside superior del epiciclo AB, y el ángulo BCG de CLXV grados, XI minutos. Por lo tanto, también del triángulo GDC se dan dos lados, GC de 1.123 unidades, y CD de diez mil y el ángulo GCD de CLXV grados, XI minutos. Según esto, tendremos también el ángulo CDG de un grado, XXVIIII minutos y la prostaféresis, que se añadía al movimiento medio de la Luna, de manera que resultase la verdadera separación de la Luna con respecto al movimiento medio del Sol, de XLVI grados, XXXIIII minutos, y su posición aparente en XXVIII grados, XXXVII minutos de Leo, estando separada de la verdadera posición del Sol en XLVII grados, LVII minutos, a nueve minutos por defecto de la consideración de Hiparco.

(35) Para que nadie sospeche ni que el examen de aquél ni que nuestro cálculo están equivocados, aunque sea en poco, mostraremos por el contrario que ni él ni nosotros hemos cometido error, sino que el procedimiento es correcto. Pues si recordamos que el círculo lunar, que ella sigue, es inclinado, aceptaremos también que en la eclíptica se produce alguna diversidad en longitud, sobre
198 todo cerca de la posición media, que son secciones entre los límites boreal y austral y las correspondientes partes de la eclíptica, casi del modo como acontece entre la oblicuidad de la eclíptica y el círculo ecuatorial, tal como expusimos acerca de la irregularidad del día natural. Así también, si trasladamos estas relaciones a la órbita de la Luna, que Ptolomeo mostró que se inclinaba con respecto a la eclíptica, encontraríamos que en aquellos lugares se produce una diferencia de longitud con respecto a la eclíptica de siete minutos, que multiplicada por dos serán XIIII: y esto sucede del mismo modo sumando y disminuyendo [la diferencia], puesto que distando el Sol y la Luna un cuadrante de círculo, si el límite de la latitud boreal o austral estuviera en el punto medio entre ellos, entonces el arco del zodíaco interceptado sería mayor que un cuadrante del círculo lunar en XIIII minutos; y al contrario, en los otros cuadrantes, en los que las secciones de la eclíptica dividen

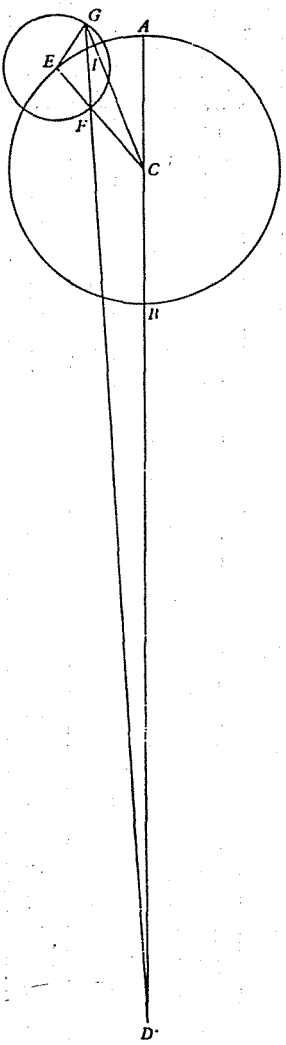
por la mitad, los círculos que pasan por los polos del zodíaco, interceptan arcos menores que un cuadrante. Y así también en el caso presente. Puesto que la Luna gira alrededor del punto medio, que está entre el límite austral y la sección eclíptica ascendente (la que llaman los neotéricos [modernos] Cabeza de Dragón), y el Sol ya había pasado por la otra sección descendente (que aquellos llaman cola). No es admirable si aquella distancia lunar de XLVII grados, LVII minutos, aumentaba, referida a la eclíptica, en su propia órbita oblicua al menos VII minutos: sin contar con que también el Sol avanzando hacia el ocaso produce un cambio de visión [conmutación] substractiva, de la que se hablará ampliamente en la explicación de las paralajes. Y así, según Hiparco, aquella distancia de las Luminarias, de XLVIII grados, VI minutos, que había apreciado mediante un instrumento, conviene con admirable conformidad y casi como de común acuerdo con nuestro cálculo.

Capítulo XI

EXPOSICIÓN CANÓNICA DE LAS PROSTAFÉRESIS O SEA DE LAS «ECUACIONES» LUNARES

(25) Así pues, con este ejemplo pienso que puede entenderse el modo de discernir las trayectorias lunares en general. Puesto que, del triángulo CEG los dos lados GE y CE siempre permanecen iguales, por el contrario el ángulo GEC cambia continuamente, aunque también es dado, determinaremos el otro lado GC con el ángulo ECG, que es la prostaféresis para igualar [corregir] la anomalía. Y entonces en el triángulo CDG, habiendo sido calculados dos lados, DC, CG, con el ángulo DEC, del mismo modo queda establecido también el ángulo D alrededor del centro de la tierra [diferencia angular] entre el movimiento regular y el verdadero. Y para que esto sea más rápido expondremos la tabla de las prostaféresis, que contendrá seis columnas. Así, después de dos columnas con los números comunes del círculo, en tercer lugar estarán las prostaféresis, que en el epiciclo pequeño, de acuerdo con el movimiento bimensual, varían la regularidad de la anomalía primera. Después de un lugar vacío dejado para cálculos futuros, rellenaremos la quinta columna, en la que escribiremos las prostaféresis del primero y mayor epiciclo, que se producen en las conjunciones y oposiciones medias del Sol y la Luna, de las cuales la mayor es de

199 IIII grados, LVI minutos. En penúltimo lugar se colocan los números, en que las prostaféresis que se producen en los cuartos de Luna, exceden a las anteriores; el mayor de los cuales es de II grados, XLIIII minutos.



(3) Pero para que también puedan estimarse los otros excesos, se han calculado los minutos proporcionales, cuyo cálculo es éste. Se tomaron II grados, XLIIII minutos como LX para cualquier otro exceso que se produzca en la tangente al epiciclo [desde el centro de la tierra]. Así, en el mismo ejemplo donde tuvimos la línea CG de 1.123 unidades, siendo CD de diez mil, que, en total, produce en el punto de contacto [tangente] del epiciclo una prostaféresis de VI grados, XXIX minutos, excediendo a la primera en un grado, XXXIII minutos. Pero como II grados, XLIIII minutos, son proporcionales a I grado, XXXIII minutos, así LX son a XXXIII, tenemos por tanto la razón del exceso que se produce en el semicírculo del epiciclo pequeño, con respecto al que en el arco dado es de XC grados, XVIII minutos. Luego escribiremos en la tabla XXXIIII minutos, en la parte correspondiente a los XC grados. De este modo encontraremos los minutos proporcionales a cada uno de los arcos del círculo anotados en la tabla, y hay que exponerlos en el cuarto lugar vacante. Finalmente, en último lugar, añadiremos los grados de latitud boreal y austral, de los que hablaremos más adelante. La comodidad y el ejercicio de la operación nos aconsejó que las expusiéramos en este orden.

TABLA DE LAS PROSTAFERESIS LUNARES

Números Comunes		Prosta-féresis del Epiciclo B		Minutos Proporcionales	Prosta-féresis del Epiciclo A		Exceso		Grados de Latitud Norte	
o	'	o	'		o	'	o	'	o	'
3	357	0	51	0	0	14	0	7	4	59
6	354	1	40	0	0	28	0	14	4	58
9	351	2	28	1	0	43	0	21	4	56
12	348	3	15	1	0	57	0	28	4	53
15	345	4	1	2	1	11	0	35	4	50
18	342	4	47	3	1	24	0	43	4	45
21	339	5	31	3	1	38	0	50	4	40
24	336	6	13	4	1	51	0	56	4	34
27	333	6	54	5	2	5	1	4	4	27
30	330	7	34	5	2	17	1	12	4	20
33	327	8	10	6	2	30	1	18	4	12
36	324	8	44	7	2	42	1	25	4	3
39	321	9	16	8	2	54	1	30	3	53
42	318	9	47	10	3	6	1	37	3	43
45	315	10	14	11	3	17	1	42	3	32
48	312	10	30	12	3	27	1	48	3	20
51	309	11	0	13	3	38	1	52	3	8
54	306	11	21	15	3	47	1	57	2	56
57	303	11	38	16	3	56	2	2	2	44
60	300	11	50	18	4	5	2	6	2	30
63	297	12	2	19	4	13	2	10	2	16
66	294	12	12	21	4	20	2	15	2	2
69	291	12	18	22	4	27	2	18	1	47
72	288	12	23	24	4	33	2	21	1	33
75	285	12	27	25	4	39	2	25	1	18
78	282	12	28	27	4	43	2	28	1	2
81	279	12	26	28	4	47	2	30	0	47
84	276	12	23	30	4	51	2	34	0	31
87	273	12	17	32	4	53	2	37	0	16
90	270	12	12	34	4	55	2	40	0	0

TABLA DE LAS PROSTAFERESIS LUNARES

Números comunes		Prostaféresis del Epiciclo B		Minutos Proporcionales	Prostaféresis del Epiciclo A		Exceso		Grados de Latitud Sur	
o	'	o	'		o	'	o	'	o	'
93	267	12	3	35	4	56	2	42	0	16
96	264	11	53	37	4	56	2	42	0	31
99	261	11	41	38	4	44	2	43	0	47
102	258	11	27	39	4	54	2	43	1	2
105	255	11	10	41	4	51	2	44	1	18
108	252	10	52	42	4	48	2	44	1	33
111	249	10	35	43	4	44	2	43	1	47
114	246	10	17	45	4	39	2	41	2	2
117	243	9	57	46	4	34	2	38	2	16
120	240	9	35	47	4	27	2	35	2	30
123	237	9	13	48	4	20	2	31	2	44
126	234	8	50	49	4	11	2	27	2	56
129	231	8	25	50	4	2	2	22	3	9
132	228	7	59	51	3	53	2	18	3	21
135	225	7	33	52	3	42	2	13	3	32
138	222	7	7	53	3	31	2	8	3	43
141	219	6	38	54	3	19	2	1	3	53
144	216	6	9	55	3	7	1	53	4	3
147	213	5	40	56	2	53	1	46	4	12
150	210	5	11	57	2	40	1	37	4	20
153	207	4	42	57	2	25	1	28	4	27
156	204	4	11	58	2	10	1	20	4	34
159	201	3	41	58	1	55	1	12	4	40
162	198	3	10	59	1	39	1	4	4	45
165	195	2	39	59	1	23	0	53	4	50
168	192	2	7	59	1	7	0	43	4	53
171	189	1	36	60	0	51	0	33	4	56
174	186	1	4	60	0	34	0	22	4	58
177	183	0	32	60	0	17	0	11	4	59
180	180	0	0	60	0	0	0	0	5	0

Capítulo XII

ACERCA DEL CÁLCULO DEL CURSO LUNAR

(3) Así pues, el modo de calcular el movimiento aparente de la 202
Luna queda claro según las anteriores demostraciones y es éste. Reduciremos a tiempo regular el tiempo propuesto con respecto a la posición de la Luna que buscamos: por este medio deduciremos los movimientos medios de longitud, de anomalía y de latitud, que enseguida delimitaremos también, tal como hicimos con el Sol, desde el principio dado de los años de Cristo o desde otro [principio], y confirmaremos las posiciones de cada [movimiento] respecto al tiempo propuesto. Después averiguaremos en la tabla la longitud regular de la Luna. O sea la doble[18]distancia desde el Sol y la prostaféresis correspondiente en la tercera columna y en la que sigue anotaremos los minutos proporcionales. Así pues, si el número con el que empezamos estuviera en la primera columna o fuera menor de CLXXX grados, añadiremos la prostaféresis a la anomalía lunar; pero si fuera mayor que CLXXX grados o estuviera en la segunda columna, réstese de ella [de la anomalía] y tendremos corregida la anomalía de la Luna y su distancia [angular] verdadera desde el ápside superior, con tal [distancia], volviendo de nuevo a la tabla, tomaremos la prostaféresis correspondiente en la quinta columna y el exceso que se deriva en la sexta columna, exceso que el epiciclo segundo aumenta sobre el primero. Su parte proporcional [del exceso], tomada según la relación de los minutos encontrados con respecto a los sesenta minutos, se añade siempre a esta prostaféresis: calculado ésto, se resta del movimiento medio de longitud y latitud, en el caso en que la anomalía corregida fuera menor de CLXXX grados, o sea un semicírculo, y se suma si la anomalía fuera mayor. Y de este modo tendremos la verdadera distancia de la Luna desde la posición media del Sol y corregido el movimiento de latitud. Con lo que no se ignorará la verdadera posición de la Luna, ya sea con respecto al movimiento simple del Sol, partiendo de la primera estrella de Aries, o bien con respecto al compuesto, partiendo del equinoccio de primavera o de la suma de su precesión. Finalmente, por medio del movimiento de latitud corregido, tendremos en la sexta y última columna de la tabla los grados de latitud que dista la Luna del círculo medio de la eclíptica. Esta latitud será boreal, cuando el movimiento de latitud aparece en la primera parte de la tabla, esto es, si es menor de XC o mayor de CCLXX grados:

en caso contrario se deriva una latitud austral. Y por tanto, desde el septentrión la Luna será descendente hasta los CLXXX grados y desde allí, desde el límite austral, será ascendente, hasta que haya completado los demás grados del círculo. Y de este modo la trayectoria aparente de la Luna tiene relación con el centro de la tierra, de igual modo que la tierra la tiene con respecto al Sol.

Capítulo XIII

SOBRE EL MODO CÓMO SE EXAMINA Y SE DEMUESTRA EL MOVIMIENTO DE LATITUD LUNAR

(34) Ahora también hay que dar razón del movimiento de latitud lunar. Pero esto parece más difícil de descubrir, porque está impedido por muchas circunstancias. Pues (como dijimos antes), si dos
203 eclipses de Luna hubieran sido en todo semejantes e iguales, esto es, eclipsándose sus áreas en la misma posición boreal o austral y alrededor de la misma sección eclíptica ascendente o descendente, la distancia desde la tierra o desde el ápside superior sería igual. Pues, coincidiendo así estas cosas, se entiende que la Luna ha completado círculos completos de su latitud con movimiento real. Puesto que la sombra de la tierra es cónica, y si se corta un cono recto con un plano paralelo a la base, la sección es un círculo menor o mayor, según sea mayor o menor la distancia a la base, y por tanto será igual a igual distancia. De igual modo, también la Luna a distancias iguales desde la tierra atraviesa círculos iguales de sombra y presenta a nuestras miradas discos de sí misma iguales. De aquí que elevándose la Luna mediante partes iguales hacia una idéntica posición a una distancia igual desde el centro de la sombra nos asegura latitudes equivalentes, partiendo de las cuales es necesario deducir que, en intervalos iguales, vuelve al primer lugar de latitud, incluso equidista del mismo punto de conexión en la eclíptica, pero sobre todo si también la posición coincide en uno y otro caso. Pues la proximidad o alejamiento de la Luna o de la tierra cambia por completo la magnitud de la sombra, pero en tan pequeña cantidad, que apenas es asequible.

(14) Por lo tanto, cuanto mayor tiempo haya pasado entre uno y otro [eclipse], con tanta mayor exactitud podemos determinar el movimiento de latitud de la Luna, tal como se dijo respecto al Sol.

Pero, puesto que es raro que dos eclipses acontezcan concordando con estas condiciones (a nosotros, en realidad, no se nos han presentado hasta el momento), advertiremos que también hay otra manera por la que este resultado puede obtenerse. Manteniendo las demás condiciones, si la Luna en porciones diversas y en secciones opuestas se eclipsara, entonces significará que la Luna en el segundo eclipse ha llegado a la posición opuesta con respecto al diámetro del primero y ha descrito, además de circunferencias completas, un semicírculo, lo cual parece satisfacer lo que investigamos. Así pues, encontramos de este modo dos eclipses casi afines.

(24) El primero en el año séptimo de Ptolomeo Filadelfo, que era el año ciento cincuenta de Alejandro, transcurridos, según dijo Claudio, XXVII días del mes Phamenot, el séptimo de los meses Egipcios, en la noche a la que seguía el día XXVIII. Y la Luna se eclipsó desde el principio de la octava hasta el fin de la hora décima, en horas nocturnas de la estación correspondiente de Alejandría, hasta un máximo de siete dígitos de diámetro lunar desde el norte, hacia alrededor de la sección descendente. Así pues, el tiempo medio del eclipse era, según dije, de dos horas estacionales a partir de la media noche, que hacen dos horas y un tercio equinocciales, puesto que el Sol estaba en el sexto grado de Tauro. Pero en Cracovia hubiera sido una hora y un tercio.

(33) Tomamos el segundo en el mismo meridiano Cracoviense, en el año MDIX de Cristo, en el día cuarto antes de las nonas de Junio, estando el Sol en los XXI grados de Géminis, cuyo tiempo medio fue de XI horas equinocciales de aquella fecha y tres quintos de hora, en el cual se eclipsaron aproximadamente ocho dígitos desde la zona austral hacia la sección ascendente. Pasaron, pues, [hasta el primer eclipse] desde el comienzo de los años de Alejandro ciento cuarenta y nueve años Egipcios, CCVI días, XIIII horas y 1/3 en Alejandría, pero en Cracovia XIII horas con un tercio según las apariencias, pero con exactitud XIII horas y media. En este tiempo la posición de la anomalía, según nuestro cálculo que coincide casi con el de Ptolomeo, era de 163 grados, XXXIII minutos de movimiento regular, y la prostaféresis de I grado, 23 minutos, en los que la verdadera posición de la Luna era menor a la regular. Pero desde el mismo comienzo establecido de Alejandro 204
hasta el segundo eclipse, pasaron mil ochocientos treinta y dos años egipcios, CCVC días, once horas, XLV minutos, en tiempo aparente, pero en tiempo regular XI horas, LV minutos. Por lo tanto, el movimiento regular de la Luna era de CLXXXII grados, XVIII minutos; la posición de anomalía de CLIX grados, LV minutos,

pero corregido de 161 grados, XIII minutos, la prostaféresis, en la que el movimiento regular era menor que el aparente, de un sólo grado, XLIIII minutos. Es evidente, por lo tanto, que en uno y otro eclipse hubo la misma distancia desde la tierra a la Luna y que en ambos el Sol estaba casi en el apogeo; pero hubo una diferencia de un dígito [1/12] entre los eclipses.

(10) Pero, ya que el diámetro de la Luna acostumbra a ocupar casi medio grado (tal como expondremos después), su duodécima parte será de un sólo dígito, II minutos y medio, con los que coincide el casi medio grado en la órbita oblicua de la Luna alrededor de las secciones con la eclíptica, en dicha cantidad en el segundo eclipse la Luna estaría más alejada de la sección ascendente que en la primera de la descendente: por lo que está clarísimo que el verdadero movimiento de latitud de la Luna, después de revoluciones completas, fue de CLXXIX grados y medio. Pero la anomalía lunar añade al movimiento regular entre el primero y el segundo eclipse 21 minutos, que es la diferencia entre sí de las prostaféresis. Así, pues, tendremos un movimiento regular de latitud de la Luna de CLXXIX grados, LI minutos, después de círculos completos. Pero el tiempo transcurrido entre uno y otro eclipse era de mil seiscientos ochenta y tres años, ochenta y ocho días, XXII horas, XXXV minutos según el tiempo aparente, que coincidía con el regular. En este tiempo, completadas veintidós mil quinientas setenta y siete revoluciones regulares, hay CLXXIX grados, LI minutos. Lo que concuerda con nuestros cálculos ya expuestos.

Capítulo XIIII

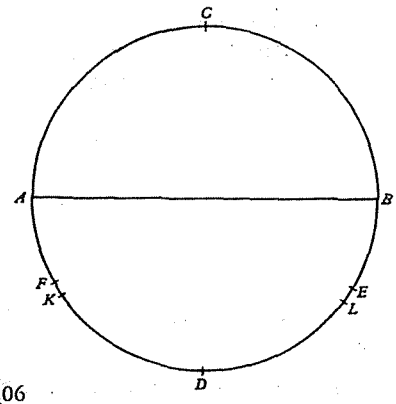
De las posiciones de la anomalía lunar en latitud

(26) También para determinar las posiciones de esta trayectoria con respecto a los principios [de los calendarios] preestablecidos, tomaremos aquí dos eclipses lunares, no referentes a la misma sección, ni a partes opuestas del diámetro, como en los casos precedentes, sino a las mismas [distancias], norte o sur (respetadas todas las demás condiciones, según dijimos), a tenor del precepto ptolomaico, con las que obtendremos nuestro propósito libres de error. Así pues, el primer eclipse que ya utilizamos para investigar otros movimientos de la Luna, era el que dijimos observado por C.

Ptolomeo en el año diecinueve de Adriano, pasados dos días del mes Chiach, una hora equinoccial antes de la media noche en Alejandría, pero en Cracovia dos horas antes de la media noche, a la que seguía el día tercero; y se eclipsó la Luna en el tiempo medio del eclipse en diez doceavas partes de su diámetro, esto es diez dígitos a partir del norte, estando el Sol a XXV grados, X minutos de Libra, y la posición de la anomalía lunar era de LXIIII grados, XXXVIII minutos, y su prostaféresis substractiva de IIII grados, XX minutos, hacia la sección descendente. El otro, también con la máxima diligencia, lo observamos en Roma, en el año mil quinientos de Cristo después de las Nonas de Noviembre, pasadas dos horas de la media noche, tras la que amanecía el día VIII antes de los Idus de Diciembre. Pero en Cracovia, que está V grados al este, eran dos horas y un tercio después de media noche, estando el Sol a 205
XXIII grados, XVI minutos de Scorpio, y se eclipsaron también diez dígitos desde el norte. Pasaron pues, a partir de la muerte de Alejandro mil ochocientos veinticuatro años Egipcios, ochenta y cuatro días, catorce horas, XX minutos, en tiempo aparente, pero en el regular XIIII horas, XVI minutos. Estaba, por lo tanto, el movimiento medio de la Luna a CLXXIIII grados, XIIII minutos, la anomalía lunar era de CCXCIIII grados, XLIIII minutos, la corregida de CCXCI grados, 35 minutos, la prostaféresis aditiva de IIII grados, XXVIII minutos.

(12) Así pues, es evidente que la Luna en estos dos eclipses mantenía una distancia casi igual desde su ápside superior, y el Sol estaba en ambos alrededor de su ápside medio, y la magnitud de la sombra era igual, como ponen de manifiesto la latitud austral de la Luna y de ahí que la Luna mantuviera distancias iguales desde las secciones, pero en éste [el segundo] ascendente, en aquél [el primero] descendente. Hay, pues, entre ambos eclipses mil trescientos sesenta y seis años Egipcios, CCCLVIII días, IIII horas, XX minutos de tiempo aparente, pero del regular IIII horas, XXVII minutos. En los cuales el movimiento de latitud es de 159 grados, 55 minutos.

(21 Sea, ahora, el círculo oblicuo de la Luna, cuyo diámetro AB forme una sección común con la eclíptica, y sea C el límite boreal, D el austral, A la sección eclíptica descendente, B la ascendente. Tómense dos arcos iguales AF, BE, con respecto a las partes australes, de modo que el primer eclipse ocurriera en el punto F, el segundo en E. Y a su vez sea FK la prostaféresis substractiva en el primer eclipse, EL la aditiva en el segundo. Así pues, ya que el arco es de CLIX grados, LVI minutos, si a éste se le añade FK, que era



206

de IIII grados, XX minutos, y EL de IIII grados, XXVIII minutos, FKLE completo será de CLXVIII grados, XLII minutos y lo que falta para un semicírculo será de XI grados, XVIII minutos. La mitad de éste es de V grados, XXXIX minutos, igual a AF y BE, distancias verdaderas de la Luna desde el segmento AB, y por tanto AFK es de nueve grados, LIX minutos. De aquí también consta la posición de latitud media desde el límite boreal, esto es CAFK, de noventa y nueve grados, LIX minutos. Y pasaron desde la muerte de Alejandro hasta esta posición y tiempo de la observación ptolomaica, CDLVII años Egipcios, noventa y un días, diez horas según la apariencia, en cambio según el tiempo regular nueve horas, LIIII minutos, en los que el movimiento medio de latitud es de L grados, LIX minutos, que habiendo sido restados a los IC grados, LIX minutos, quedan XLIX grados al mediodía del primer día del mes primero Thoth, según los Egipcios, al principio de los años de Alejandro, pero sobre el meridiano Cracoviense.

(8) A partir de aquí, se dan también para los demás principios [de las diversas cronologías] las posiciones de la trayectoria de la latitud lunar, según las diferencias de tiempos, tomadas desde el límite boreal, desde donde deducimos el movimiento. A partir de la primera Olimpíada hasta la muerte de Alejandro transcurrieron CDLI años Egipcios, CCXLVII días, en los cuales según la corrección del tiempo se restan VII minutos de una hora, en dicho tiempo la trayectoria de latitud es de CXXXVI grados, LVII minutos. A la vez, desde la primera Olimpíada hasta César hay DCCXXX años Egipcios, XII horas, pero en la corrección se añaden X minutos de una hora, tiempo en el que el movimiento es de CCVI grados, LIII minutos. Desde entonces hasta Cristo hay XLV años, XII días. Por tanto, si a los XLIX grados se restan CXXXVI grados, LVII minutos, adaptados los CCCLX del círculo, quedan CCLXXII grados, III minutos para el mediodía del primer día del mes Hecatombeón de la primera Olimpíada. Si a éstos se suman CCVI grados, LIII minutos, resultan CXVIII grados, LVI minutos para la media noche antes de las Calendas de Enero de los años Julianos. Añadidos

finalmente X grados, XLIX minutos, se obtiene similarmente la posición en el principio de los años de Cristo en CXXIX grados, XLV minutos, para la medianoche antes de las Calendas de Enero.

Capítulo XV

CONSTRUCCIÓN DE UN INSTRUMENTO PARALÁCTICO

(3) Por el impedimento de las conmutaciones lunares [paralajes], la 207
suerte no nos brindó, como a C. Ptolomeo, la ocasión de experimentar que la máxima latitud de la Luna, según el ángulo de sección de la propia órbita y de la eclíptica, es de cinco grados, siendo el círculo de CCCLX. En cambio aquél, en Alejandría, cuyo polo boreal se eleva a XXX grados, LVIII minutos, esperaba hasta que la Luna se acercara lo más posible hasta el vértice del horizonte, es decir, cuando estuviera en el principio de Cáncer y en el límite boreal, lo que ya podía predecir con números. Por medio de cierto instrumento, al que llama paraláctico, fabricado para aprehender las conmutaciones de la Luna, descubre entonces que la mínima distancia desde el vértice es sólo de dos grados y un octavo, distancia con respecto a la cual, si sucediese alguna paralaje, era necesario que hubiera sido pequeñísima en tan breve intervalo. Por tanto, restados los dos grados y un octavo de XXX grados, LVIII minutos[19], quedan XXVIII grados, LI minutos y medio, que exceden a la máxima oblicuidad de la eclíptica (que era entonces de XXIII grados, LI minutos, XX segundos) en casi cinco grados completos, y se descubre que esta latitud de la Luna coincide por completo con las otras particulares [mediciones].

(19) El instrumento paraláctico[20] consta de tres reglas, de las cuales dos son iguales en longitud, al menos de cuatro codos, y la tercera un poco más larga. Esta y una de las primeras se unen a los dos extremos de la tercera con una hábil perforación y ejes o estaquillas que coincidan en éstos, de modo que aunque móviles en la superficie oscilen lo mínimo por aquellas junturas. En la regla más larga, desde el centro de juntura, se traza una línea recta a través de toda su longitud, y en ella se toma una distancia igual a la que hay entre las dos juntas, que se ha tomado exactísimamente. Esta [distancia] se divide en mil partecillas iguales o en más, si

puede hacerse: tal división se extiende al resto [de la regla], a tenor de las mismas partes, hasta que se llegue a 1.414 partes [unidades], que subtienden el lado del cuadrado inscrito en un círculo, cuyo radio fuera de *mil unidades*. El *resto* que quede de esta regla, se podrá cortar como superfluo. En la otra regla descríbase también una línea desde el centro de la juntura, o sea la [distancia] que existe entre los centros de las junturas, y que tenga espejillos fijos a la misma en un lado, como ocurre en las dioptras, por los que se pueda mirar, que se desvíen lo menos posible del recorrido de la línea antes señalada en la longitud de la regla, y que estén a la misma distancia: estará previsto también, que la línea, con su extremo lanzado hacia la regla más larga, pueda tocar la línea graduada y se produzca de este modo, con ayuda de las reglas, un triángulo isósceles, cuya base estará en la línea dividida en partes. Después, se
208 pondrá derecho y se afianzará un trozo de madera perfectamente cortado y alisado, al cual se une este instrumento por la parte de la regla en la que están las dos uniones, [se une] con unos goznes, por medio de los cuales, como corresponde a una puerta, pueda girar, pero de tal modo que la línea recta que pasa por los centros de las junturas de la regla, corresponda siempre con la perpendicular y se levante con respecto al vértice del horizonte como su eje. Por tanto, al buscar la distancia de alguna estrella al vértice del horizonte, teniendo en la visual dicha estrella por medio de los espejillos de la regla, mantenida debajo la regla con la línea dividida, se percibe cuántas unidades *subtienden el ángulo* que hay entre lo visto y el eje del horizonte, siendo de XX mil unidades el diámetro del círculo, y obtendrá por medio de la tabla el arco buscado del círculo máximo entre la estrella y el vértice [del horizonte].

Capítulo XVI

De cómo se obtienen las conmutaciones de la Luna

(13) Con este instrumento (como dijimos) Ptolomeo determinó que la latitud máxima de la Luna era de cinco grados. Después, vuelve a determinar la conmutación [paralaje], y dice que él ha encontrado que ésta es en Alejandría de un grado, VII minutos, estando el Sol en V grados, XXVIII minutos de Libra; y el movi-

miento medio de la Luna respecto al Sol de LXXVIII grados, XIII minutos, la anomalía regular de CCLII grados, XX minutos; el movimiento de latitud de CCCLIIII grados, XL minutos; la prostaféresis aditiva VII grados, XXVI minutos. Y, por lo tanto, la posición de la Luna a III grados, IX minutos de Capricornio; el movimiento de latitud corregido de II grados, VI minutos; su declinación desde el círculo equinoccial de XXIII grados, XLIX minutos. La latitud alejandrina de XXX grados, LVIII minutos. Dijo que la Luna había sido vista por medio del instrumento casi en el círculo meridiano, a L grados, LV minutos desde el vértice del horizonte, esto es, a más de un grado y VII minutos de lo que exigía el cálculo. Por lo cual, según el modo de pensar de los antiguos, partiendo del excéntrico y del epiciclo, se demuestra que entonces la distancia de la Luna desde el centro de la tierra era de XXXIX unidadès, XLV minutos [de esas unidades], de las cuales una unidad corresponde al radio de la tierra, y de lo que se sigue la proporción de los círculos: en cuanto a esto se evidencia que la Luna en su máxima distancia de la tierra (que se produce, según dicen, en el apogeo del epiciclo en la Luna nueva y plena) posee LXIIII unidades, X minutos, o sea un sexto de la unidad, en cambio en la mínima (que se produce en las cuadraturas) y estando la Luna partida en los perigeos, mide XXXIII unidades, XXXIII minutos. Partiendo de aquí calculó incluso las paralajes que acontecen alrededor de los noventa grados a partir del vértice: la menor de LIII minutos, XXXIII segundos, en cambio la mayor a un grado, XLIII minutos (como puede apreciarse con más amplitud en lo que sobre esto elaboró).

(36) Pero está ya a la vista de todos el considerar, para los que piensan estas cosas, que acontecen de manera muy distinta, por lo que en múltiples ocasiones experimentamos. Sin embargo, volveremos a considerar dos observaciones, con las que se pone de manifiesto de nuevo que nuestras hipótesis acerca de la Luna son más ciertas que aquéllas [las de Ptolomeo], en cuanto se halla que 209
coinciden con las apariencias y no dejan lugar a duda. Diré que, en el año MDXXII después de Cristo, en el quinto día antes de las Calendas de Octubre, transcurridas cinco horas y dos tercios de hora desde el mediodía y cerca de la puesta del Sol en Gynopolis [Frauenburg], encontramos por medio del instrumento paralláctico el centro de la Luna en el círculo meridiano, a partir del vértice del horizonte hallamos su distancia de LXXXII grados, L minutos. Por lo tanto, habían pasado desde el principio de los años de Cristo hasta esa hora mil quinientos veintidos años *Egipcios*, CCLXX-

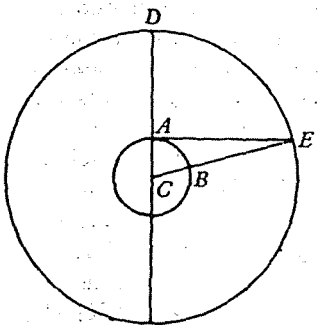
XIIII días, XVII horas y dos tercios de hora según la apariencia, pero según el tiempo regular XVII horas, XXIIII minutos. Por lo que la posición aparente del Sol según el cálculo estaba en el grado XIII, 29 minutos de Libra, la distancia regular de la Luna desde el Sol era de LXXXVII grados, VI minutos, la anomalía regular era de CCCLVII grados, XII. minutos, la real de CCCLVIII grados, XXX minutos, añadiendo VII minutos. Y así la posición real de la Luna estaba en los XII grados, XXXII minutos de Capricornio. El movimiento medio de latitud desde el límite boreal era de ciento noventa y siete grados, I minuto, el real de IIICC grados, 8 minutos. La latitud austral era de IIII grados, IIIL minutos, declinando desde el círculo equinoccial XXVII grados, XLI minutos, la latitud del lugar de nuestra observación de LIIII grados, XIX minutos, la cual [sumada] con la declinación lunar proporciona la verdadera distancia desde el polo del horizonte de LXXXII grados. Así pues, los L minutos que sobran eran de *conmutación*, que según la tradición de Ptolomeo debía ser de un grado, XVII minutos.

(21) De nuevo realizamos otra observación en el mismo lugar, en el año mil quinientos veinticuatro de Cristo, siete días antes de los Idus de *Agosto*, transcurridas seis horas desde el mediodía, y vimos por medio del mismo instrumento a la Luna en el grado LXXXII desde el vértice del horizonte. Habían pasado desde el principio de los años de Cristo hasta dicha hora MDXXIIII años egipcios, CCXXXIIII días, XVIII horas [aparentes], y también XVIII horas exactas. Puesto que la posición del Sol según el cálculo estaba a XXIIII grados, XIIII minutos, de Leo, el movimiento medio de la Luna a partir del Sol de IIIC grados, V minutos, la anomalía regular de CCXLII grados, X minutos, la corregida de CCXXXIX grados, 38 minutos, añadiendo casi VII grados al movimiento medio: por tanto la posición real de la Luna estaba a IX grados, 39 minutos de Sagitario, el movimiento medio de latitud de VIICC grados, XIX minutos, el real de CC grados, IIIXX minutos, la latitud austral de la Luna IIII grados, XLI minutos, la declinación austral XXVI grados, XXXVI minutos, que [sumada] con la latitud del lugar de observación de LIIII grados, XIX minutos, proporciona una distancia de la Luna de
210 LXXX grados, 55 minutos, desde el polo del horizonte. Pero aparecían LXXXII grados. Así, pues, un grado y los V minutos que excedían pasaron a la paralaje lunar, la que según Ptolomeo convenía que fuese de un grado, XXXVIII minutos, y según la opinión de los *antiguos*, lo cual, en razón de la armonía que se desprende de su hipótesis, se nos obligó a aceptar.

Capítulo XVII

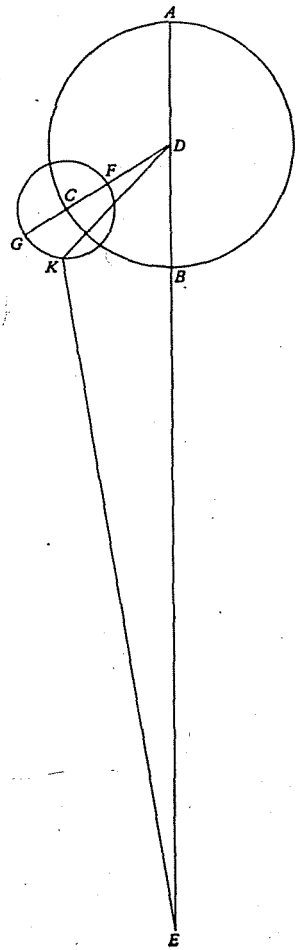
DEMOSTRACIÓN DE LA DISTANCIA DE LA LUNA A LA TIERRA Y LA MEDIDA QUE TENGA EN UNIDADES, DE LAS CUALES UNA CORRESPONDE A LA DISTANCIA DEL CENTRO DE LA TIERRA A SU SUPERFICIE [RADIO]

(9) A partir de ésto se mostrará cuánta distancia hay de la Luna a la tierra, sin la cual no puede establecerse una medida segura de las conmutaciones [paralajes], pues están implicadas, y se determinará de este modo. Sea AB el círculo máximo de la tierra, su centro C, y desde el cual descríbase otro círculo, con respecto a éste el de la tierra se considera de una magnitud significativa, y ese círculo sea DE y D el polo del horizonte y esté en E el centro de la Luna, de modo que la distancia DE desde el vértice sea conocida. Así, puesto que el ángulo DAE en la primera observación tenía LXXXII grados, L minutos y ACE según el cálculo es de LXXXII grados, por tanto la diferencia entre estos AEC es de L minutos, que eran los de la conmutación, tendremos el triángulo ACE de ángulos dados y por tanto de lados conocidos. En efecto, por el ángulo CAE será conocido el lado CE de 99.219 unidades, de las que el diámetro del círculo que circunscribe el triángulo AEC ha sido de cien mil, y AC de 1.454 de tales unidades, que tienen en CE casi sesenta y ocho unidades: de las cuales AC que parte del centro de la tierra [radio] valdría una unidad. Y esta era en la primera observación la distancia de la Luna desde el centro de la tierra. En cambio, en la segunda, el ángulo DAE correspondía a un movimiento aparente de LXXXII grados, y por cálculo ACE era de LXXX grados, 55 minutos, y por substracción el que está bajo AEC de LXV minutos. Así, pues, el lado EC era de 99.027 unidades y AC de 1.891, de las que el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo ha sido de cien mil, y así la distancia CE de la Luna era de 56 unidades, XLII minutos, de las cuales AC que parte del centro de la tierra valdría una unidad.



(27) Sea ahora el epiciclo mayor de la Luna ABC, cuyo centro esté en D, y tómese E como centro de la tierra, desde el cual trácese la línea recta EBDA, de tal modo que A sea el apogeo y B el perigeo.

Tómese también el arco ABC de CCXLII grados, X minutos, según la calculada regularidad de la anomalía lunar: y con centro en C descríbase el epiciclo segundo FGK, cuyo arco FGK sea de VICC grados, X minutos, doble distancia de la Luna desde el Sol, y únase DK, que al substraer a la anomalía dos grados XXVII minutos, dejará un ángulo KDB de anomalía corregida de LIX grados, XLIII minutos, siendo CDB completo de LXII grados, X
11 minutos, en los que excede al semicírculo[21], y el ángulo BEK era de VII grados. Por tanto, los ángulos del triángulo KDE se dan en grados, en los que CLXXX valen dos rectos, y se da también la proporción de los lados, DE de 91.856 unidades y EK de 86.354 unidades, de las que el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo KDE valdría cien mil; pero siendo DE de cien mil, KE valdrá 94.010 unidades. Y según se demostró más arriba, siendo DF de 8.600 unidades, DFG completa será de 13.340. Así, pues, para esta proporción conocida, siendo EK de LVI unidades, XLII minutos (según se demostró), de las cuales la que parte del centro de la tierra vale una unidad [el radio de la tierra], se sigue que DE valga LX de las mismas unidades, XVIII minutos y DF, V unidades, XI minutos, DFG VIII unidades, II minutos, y EDG completa, como extendida en una línea recta, vale LXVIII unidades con un tercio, altitud máxima de los cuartos de Luna. Restada también DG de ED quedan LII unidades, XVII minutos de distancia mínima de aquélla. Y así toda EDF, altitud que coincide en la Luna plena y brillante, será la altitud [distancia] máxima de LXV unidades y media, y deducida DF será la *mínima*, de LV unidades, VIII minutos. Y no debe inmutarnos que otros estimaran la distancia máxima de la Luna llena y nueva de LXIIII unidades, X minutos, sobre todo aquellos que no pudieron conocer, a no ser en



parte, las conmutaciones de la Luna por la disposición de sus emplazamientos. A nosotros nos fue concedido percibirlas con más plenitud, por la mayor cercanía de la Luna con respecto al horizonte, alrededor del cual consta que se completan las paralajes, y sin embargo no hallamos, por esta desemejanza, que las conmutaciones se diferencien en más de un minuto.

Capítulo XVIII

ACERCA DEL DIÁMETRO DE LA LUNA Y DE LA SOMBRA TERRESTRE EN EL LUGAR DE TRÁNSITO DE LA LUNA

(23) A causa también de la distancia de la Luna desde la tierra, varían los diámetros aparentes de la Luna y de la sombra, por lo que conviene hablar de esto. Y aunque los diámetros del Sol y de la Luna se determinan correctamente por medio de la dioptra de Hiparco, sin embargo se considera que, en el caso de la Luna, esto se realiza con mucha más eficacia por medio de algunos eclipses peculiares de la Luna, en los cuales dista por igual del ápside superior e inferior, sobre todo si entonces también el Sol se ha situado de la misma manera, de modo que el círculo de sombra que la Luna atraviesa por uno y otro lado, permanezca igual, a no ser que los eclipses se produzcan en partes [de extensión] desiguales.

(30) Es evidente que la diferencia confrontada recíprocamente entre las partes eclipsadas y la latitud lunar, muèstra qué cantidad de arco alrededor del centro de la tierra distiende el diámetro de la Luna. Realizado ésto, enseguida se conoce el semidiámetro de la sombra, lo que se verá más claro con un ejemplo. De este modo, si en la mitad del primer eclipse, se ocultaron tres dígitos o tres doceavas partes del diámetro de la Luna, que tenía una latitud de XLVII minutos, LIIII segundos, en el otro diez dígitos con una latitud de XXIX minutos, XXXVII segundos. Hay, pues, una diferencia en las partes oscurecidas de VII dígitos, en latitud de XVIII minutos, XVII segundos, por los que son proporcionales XII dígitos a XXXI minutos, XX segundos, que subtiende el diámetro de la Luna.

(40) Así pues, es patente que el centro de la Luna en la mitad del primer eclipse excede a la sombra en un cuarto de su diámetro, en

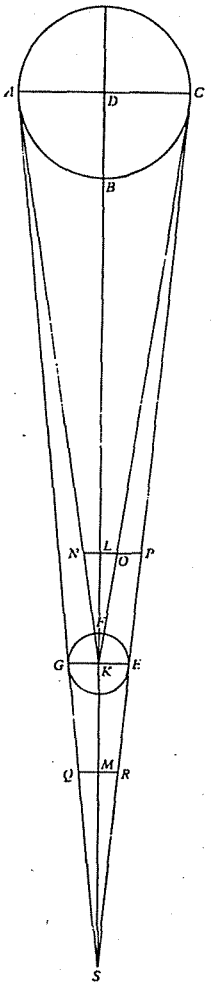
el que hay siete minutos, L segundos, de latitud, que si se restan de los XLVII minutos, LIIII segundos, de la latitud total, dan XXXX minutos, IIII segundos de semidiámetro de la sombra: como en el otro eclipse, en el cual, por encima de la latitud de la Luna, la sombra ocupó X minutos, veintisiete segundos, por un tercio del diámetro lunar, si se le suman XXIX minutos, XXXVII segundos, se obtiene asimismo XL minutos, IIII segundos, semidiámetro de la sombra. Y así, según la opinión de Ptolomeo, estando el Sol y la Luna en conjunción o en oposición en la distancia máxima desde la tierra, el diámetro de la Luna es de XXXI minutos con un tercio, el mismo que también del Sol confesó haber encontrado por medio de la dioptra de Hiparco, pero el de la sombra es de un grado, XXI minutos y un tercio, y pensó que estos estaban mutuamente como XIII a V, esto es, como el doble añadiendo tres quintos.

Capítulo XIX

DE CÓMO SE DEMUESTRAN AL MISMO TIEMPO LA DISTANCIA DEL SOL Y DE LA LUNA DESDE LA TIERRA, SUS DIÁMETROS Y EL DE LA SOMBRA EN LA POSICIÓN DEL TRÁNSITO DE LA LUNA Y EL EJE DE LA SOMBRA

(17) Puesto que el Sol tiene también alguna paralaje, que por ser muy pequeña no se percibe fácilmente, a no ser que coincidan entre sí la distancia del Sol y de la Luna desde la tierra, sus diámetros, el [diámetro] de la sombra en la posición de tránsito de la Luna y el eje de la sombra, los cuales por otra parte se deducen mutuamente mediante demostraciones analíticas. Primero estudiaremos las opiniones de Ptolomeo acerca de estas cosas y cómo las ha demostrado, y elegiremos de ellas lo que nos parezca más verdadero.
(23) Aquel atribuyó al diámetro aparente del Sol XXXI minutos y un tercio, que usa sin discriminación; pues el mismo diámetro [atribuye] a la Luna llena y nueva, mientras estuviera en el apogeo, y dijo que estaba a la distancia de LXIIII unidades, X minutos, de las que la mitad del diámetro de la tierra es una unidad. Partiendo de ello, el resto lo demostró así. Sea ABC el círculo del globo solar con su centro D, y EFG el terrestre en su máxima distancia desde el Sol con su [centro] que será K; las líneas rectas AG, CE, tangentes a uno y otro círculo, prolongadas las cuales coincidirán

en el vértice de la sombra que está en el punto S, y trácese también por el centro del Sol y de la tierra DKS; constrúyase también AK, KC, y únanse AC, GE, que conviene difieran lo mínimo de los diámetros a causa de su gran distancia. Tómense también en DKS, con distancias iguales LK, KM, a las que origina en el apogeo la Luna llena y nueva, según la opinión de aquél [Ptolomeo] de LXIIII unidades, X minutos, de los que EK es una unidad, y QMR el diámetro de la sombra en el lugar de paso de la Luna, y NOL el diámetro de la Luna en ángulos rectos con DK, y prolónguese LOP. El primer propósito es encontrar cuál sea la proporción de DK con respecto a KE. Siendo el ángulo NKO de XXXI minutos y un tercio, de los que IIII rectos valen CCCLX grados, su mitad LKO será de XV minutos y dos tercios, y el ángulo en L, recto. Así pues, en el triángulo LKO de ángulos conocidos se da la proporción del lado KL con respecto a LO, y LO tiene en longitud XVII minutos de unidad, XXXIII segundos, de los que LK tiene LXIIII unidades, X minutos, si KE vale una unidad; y dado que LO es a MR como V a XIII, MR valdrá XLV minutos, XXXVIII segundos de las mismas unidades. Pero como LOP y MR son paralelas a KE con intervalos iguales, por lo tanto LOP, MR conjuntamente serán el doble de KE, restados del cual MR y LO quedará OP de LVI minutos de unidad, XLIX segundos[22]. Pero según la segunda proposición del libro VI de Euclides son proporcionales EC a PC, KC a OC y KD a LD en la razón en que lo es KE a OP, esto es LX minutos de unidad a LVI minutos, XLVIIII segundos. Por lo mismo, se conoce LD como de LVI minutos de unidad, XLIX segundos, siendo toda la DLK una unidad, y por tanto la KL restante de tres minutos, XI segundos. Pero, puesto que si KL es de LXIII unidades, X minutos, de los que FK es una unidad, toda KD será de MCCX unidades. Y ya quedó también claro que MR vale XLV de tales minutos, XXXVIII segundos, con lo que consta la proporción de KE a MR y de KMS a MS; y



213

de toda la KMS, la KM valdrá XIIII minutos de unidad, XXII segundos, y de un modo separado, de las [unidades] que KM tuviera LXIIII unidades, X minutos, toda KMS será de CCLXVIII unidades, eje de la sombra. Así según Ptolomeo.

(18) Pero otros[23], después de Ptolomeo, concluyeron de distinta manera, porque encontraron que estas cosas no coincidían suficientemente con las apariencias. No obstante, suponen que la distancia máxima de la Luna llena y nueva desde la tierra es de LXIIII grados, X minutos, y que el diámetro aparente del Sol en su apogeo es de XXXI minutos y un tercio. También conceden que el diámetro de la sombra en el lugar del tránsito de la Luna es como XIII a V, al igual que Ptolomeo. Pero, por el contrario, niegan que el diámetro aparente de la Luna sea en ese momento mayor a XXIX minutos y medio y, por tanto, casi ponen el diámetro de la sombra como de un grado y XVI minutos con tres cuartos, de ahí consideran que se deduce la distancia del apogeo solar desde la tierra como de MCXLVI unidades y el eje de la sombra de CCLIIII, de las cuales la distancia que parte del centro de la tierra [el radio] es una, atribuyendo esto al filósofo Arateo como su descubridor. Sin embargo, estas cosas no pueden ser colegidas con razón alguna.

(29) Nosotros hemos pensado ajustarlo y corregirlo de esta manera: atribuyendo un diámetro aparente del Sol en el apogeo de XXXI minutos, XL segundos (conviene que ahora sea algo mayor que antes de Ptolomeo), el de la Luna llena y plena, y en su ápside máximo, de XXX minutos, y el diámetro de la sombra en el lugar de tránsito de aquélla de LXXX minutos y tres quintos, conviene que entre ellos la proporción sea un poco mayor que la de V a XIII, sino como de 150 a 403; en efecto, todo el Sol no es cubierto por la Luna, a no ser que ella tenga una distancia desde la tierra menor a 62 unidades, siendo una unidad la que parte del centro de la tierra [el radio]. Puestas así las cosas, parecen ser más
214 coherentes con una proporción segura, tanto entre sí como con las demás, y coincidentes con los eclipses aparentes del Sol y de la Luna. Tendremos, pues, según la precedente demostración en unidades y minutos de las que una parte es la distancia desde el centro de la tierra, que es KE, LO será de XVII minutos de esa clase, VIII segundos, y por tanto MR como de XLVI minutos, I segundo y OP de LVI minutos, LI segundos. Y toda DLK de 1.179 unidades, distancia del apogeo del Sol desde la tierra, y KMS, eje de la sombra, de CCLXV unidades.

Capítulo XX

DE LA MAGNITUD DE ESTOS TRES ASTROS, EL SOL, LA LUNA Y LA TIERRA Y DE SU COMPARACIÓN MUTUA

(11) Por tanto, es también patente que KL es la dieciochoava parte de KD y en esa proporción está LO con respecto a DC. De dieciocho LO se obtiene como resultado cinco unidades, casi XXVII minutos, siendo KE una unidad: o sea que SK es a KE, como CCLXV es a una, igual que todo SKD, MCCCCXLIIII unidades, es a DC de V unidades semejantes, XXVII minutos[24]: las proporciones son siempre las mismas; esta será la proporción entre los diámetros del Sol y de la tierra.

(17) Pero, puesto que las esferas están en razón cúbica de sus diámetros, luego después de multiplicar el quíntuplo con XXVII minutos, resultarán CLXII unidades menos un octavo de esta unidad[25], en los que el Sol es mayor que el globo terráqueo. A su vez, por tanto, el diámetro de la Luna es de XVII minutos, IX segundos, de los que KE es una unidad. Y por tanto, el diámetro de la tierra es al diámetro de la Luna como siete es a dos, esto es, en una relación triple más dos tercios: al cubo, se muestra que la tierra es cuarenta y tres veces mayor que la Luna menos una octava parte de la Luna. Y, por tanto, el Sol será mayor que la Luna en siete mil veces, menos LXIII.

Capítulo XXI

DEL DIÁMETRO APARENTE DEL SOL Y DE SUS CONMUTACIONES

(27) Pero, puesto que las mismas dimensiones cuando están más lejanas parecen menores (que las mismas cuando están más cerca), a causa de eso acontece que el Sol, la Luna y la sombra de la tierra varíen por sus desiguales distancias desde la tierra, no menos que las paralajes. Todo lo cual puede deducirse fácilmente de lo ya dicho con respecto a cualquier otra elongación. Esto se manifiesta en primer lugar en el Sol. Habiendo demostrado, en efecto, que la tierra está lo más lejos de él a 10.322 unidades, de las que desde el centro de la órbita de revolución anual serían 10.000, y lo más

cercana a 9.678 unidades de la otra parte del diámetro. Dado que el ápside superior es de MCLXXIX unidades, de las que una constituye la distancia desde el centro de la tierra [radio], el inferior será de MCV de las
215 mismas unidades, y por tanto el medio de MCXLII. Dividiendo 1.000.000 por MCLXXIX tendremos 848 unidades que subtienden, en el triángulo rectángulo[26], un ángulo mínimo de II minutos, LV segundos de conmutación máxima, que acontece alrededor del horizonte. Del mismo modo, divididos mil millares por MCV unidades de la distancia mínima se obtienen 905 unidades que subtienden el ángulo de III minutos, VII segundos, de la máxima conmutación del ápside inferior.

(6) Es, pues, ostensible que el diámetro del Sol mide V unidades, 27 minutos, siendo una unidad el diámetro de la tierra, y que aparece en el ápside superior como de XXXI minutos, XLVIII segundos. Por tanto, MCLXXIX unidades son proporcionales a V unidades, XXVII minutos, como 2.000.000 del diámetro del círculo a 9.245, que subtienden XXXI minutos, XLVIII segundos. Se sigue que en la distancia mínima de MCV unidades hay [un diámetro aparente de] XXXIII minutos, LIIII segundos. Luego, la diferencia entre éstos es de II minutos, VI segundos, pero entre las conmutaciones hay sólo XII segundos [de diferencia]. Ptolomeo consideró que una y otra [diferencia] deberían ser despreciadas por su pequeñez, en cuanto un minuto o dos no son fácilmente percibidos por los sentidos: tanto menos posible es que se haga esto con los segundos. Por tanto, si mantenemos la paralaje máxima del Sol en III minutos, no parecerá que hemos cometido error alguno. También obtendremos los diámetros medios aparentes del Sol por sus distancias medias, o (como algunos) por el movimiento horario aparente del Sol, que estiman está con respecto a su diámetro como V es a LXVI o como uno es a XIIII y un quinto. Pues dicho movimiento horario es casi proporcional a su distancia.

Capítulo XXII

DEL DIÁMETRO DESIGUALMENTE APARENTE DE LA LUNA Y DE SUS CONMUTACIONES

(24) Una mayor diversidad entre uno y otro [diámetro y paralaje] aparece en la Luna por ser el astro más cercano. Pues siendo su

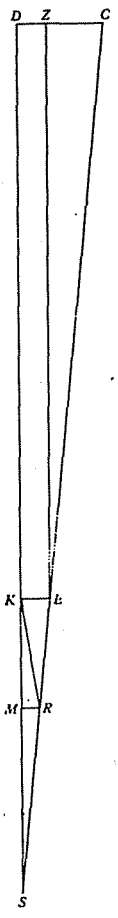
alejamiento máximo de la tierra de LXV y medio unidades en la Luna nueva y llena, el mínimo, según lo demostrado más arriba, será de LV unidades, VIII minutos, en los cuartos, y la elongación máxima de LXVIII unidades, XXI minutos, y la mínima de LII unidades, XVII minutos. Así pues, entre esos cuatro límites tendremos las paralajes de la Luna naciente y poniente, dividiendo el semidiámetro del círculo por las distancias de la Luna a la tierra, las más remotas, los cuartos lunares, de L minutos, XVII segundos, la de la llena y nueva de LII minutos, XXIIII segundos, la de la inferior de LXII minutos, XXI segundos, y la del cuarto inferior de LXV minutos, XLV segundos.

(34) A partir de estos datos se patentizan también los diámetros de la Luna. Pues, quedó de manifiesto que el diámetro de la tierra es al diámetro de la Luna como VII es a dos, y la distancia que hay desde el centro de la tierra [radio] al semidiámetro de la Luna como de siete a IIII, proporción en la que están también las paralajes con respecto a los diámetros que se ven de la Luna. Por ello, las líneas rectas que comprenden ángulos de conmutaciones mayores y de diámetros aparentes, no se diferencian en la trayectoria de la Luna, y los ángulos son casi análogos a las líneas rectas que los subtienden 216
y la diferencia entre éstos no se hace sensible. Con este resumen se manifestó que en el primer límite de las conmutaciones ya expuestas, el diámetro aparente de la Luna será de XXVIII minutos y tres cuartos, en el segundo de casi XXX minutos, en el tercero de XXXV minutos, XXXVIII segundos, en el último de XXXVII minutos, XXXIIII segundos. Según la hipótesis de Ptolomeo y de otros, convenía que éstas fueran casi de un grado y debería suceder que entonces la Luna en los cuartos proyectara sobre la tierra tanta luz como la Luna llena.

Capítulo XXIII

CÓMO SE EXPLICA LA DIVERSIDAD DE LA SOMBRA DE LA TIERRA

(11) Ya atestiguamos también, que el diámetro de la sombra es al diámetro de la Luna como CCCCIII a CL, la cual [la sombra] por



eso en la Luna llena y en la nueva, mientras el Sol está en el apogeo, aparece con una magnitud mínima de 80 minutos, 36 segundos, y con una máxima de XCV minutos, XLIIII segundos, y se produce una diferencia máxima de XIIII minutos, 8 segundos. También varía la sombra de la tierra, incluso en el momento de atravesarla la Luna, por su desigual distancia al Sol, de este modo. Vuélvase a trazar, pues, como en la figura anterior, la línea recta DKS por los centros del Sol y de la tierra, y las tangentes CES, unidos DC, KE. Puesto que, como se demostró, mientras la distancia DK sea de MCLXXIX unidades, siendo KE una unidad, y KM LXII de las mismas unidades, el radio de la sombra MR era de XLVI minutos, I segundo, de la misma unidad KE, y, unidos K, R, el ángulo de apariencia MKR de 42 minutos, 32 segundos, y el eje de la sombra KMS de CCLXV unidades.

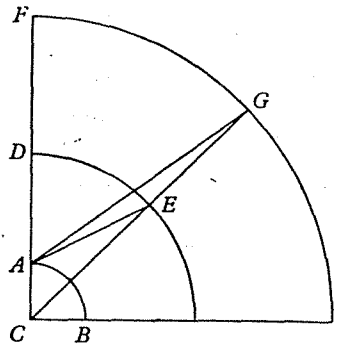
(24) Estando la tierra próxima al Sol, siendo DK de MCV unidades, calcularemos la sombra de la tierra en el momento de atravesarla la Luna, de este modo. Trácese EZ [paralela] a DK y serán proporcionales CZ a ZE como EK a KS. Pero CZ vale IIII grados, XXVII minutos y ZE MCV unidades. Como ZE y la restante DZ son iguales a DK, KE[27], siendo KZ un paralelogramo. Por lo tanto KS será de CCXLVIII de las mismas unidades, IXX minutos, de las que KE es una. Y KM era de LXII unidades, y por tanto la restante MS tendrá CLXXXVI unidades, 19 minutos. Pero, ya que también son proporcionales SM a MR y SK a KE, luego se conoce MR como de XLV minutos, I segundo, siendo KE la unidad, y por tanto el ángulo de la apariencia, que está en MKR, tendrá 41 minutos, 35 segundos. Y sucede en el momento de atravesarla la Luna, y a causa del acercamiento y alejamiento del Sol y la tierra, con una diferencia máxima en el diámetro de la sombra de I minuto, de los cuales EK es la unidad, según la
217 visual [el ángulo de visión] de LVII segundos, de los que CCCLX unidades valen cuatro rectos. Además, el diámetro de la sombra con respecto al diámetro de la Luna estaba allí [en el primer caso] en una proporción mayor a la de XIII a V, pero aquí [en el segundo caso] menor, como siendo [la proporción de XIII a V] la media. Por lo cual cometeremos sólo un pequeño error si hacemos uso de la misma, ahorrándonos trabajo y siguiendo el sentir de los antiguos.

DK

Capítulo XXIIII

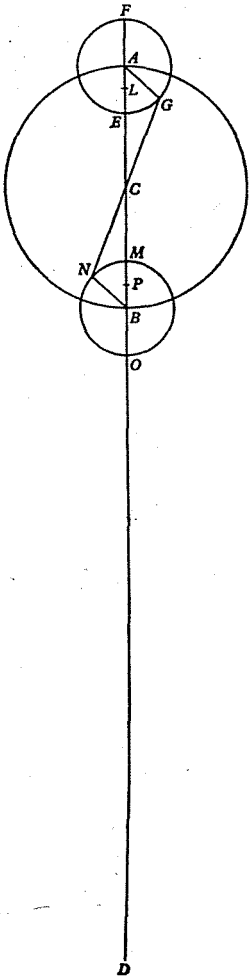
EXPOSICIÓN CANÓNICA DE LAS CONMUTACIONES DEL SOL Y DE LA LUNA EN EL CÍRCULO QUE PASA POR LOS POLOS DEL HORIZONTE

(10) Ahora ya no será ambiguo el determinar cada una de las paralajes del Sol y de la Luna. Trácese, pues, el círculo terrestre AB, con centro en C, y que pase por el vértice del horizonte, y en la misma superficie el círculo de la Luna DE, el del Sol FG, la línea CDF por el vértice del horizonte y CEG, en la que se consideran las verdaderas posiciones del Sol y de la Luna, a las que se unirán AG, AE. Por lo tanto, las paralajes del Sol se dan en el ángulo AGC, las de la Luna en cambio por el AEC: también una conmutación entre el Sol y la Luna se mide por el ángulo GAE, diferencia de AGC y AEC.



(18) Tomemos ahora el ángulo ACG, con el que queremos comparar aquellos. Y sea, por ejemplo, de treinta grados: es patente por la demostración de los triángulos planos, que si disponemos la línea CG de MCXLII unidades, de las que AC sería una, el ángulo AGC, en que difiere la altitud real de Sol de la que se ve, tendrá un sólo minuto y medio. Y siendo el ángulo ACG de LX grados, AGC será de II minutos, XXXVI segundos. Del mismo modo se patentizará en los restantes [ángulos]. En cambio, con respecto a la Luna se determinarán en sus cuatro [puntos] límites. Puesto que, si en su máxima distancia desde la tierra, que sería CE, de LXVIII unidades, XXI minutos (como dijimos), siendo CA una unidad, tomamos el ángulo DCE, o sea DE arco de XXX grados, de los que CCCLX son cuatro rectos, tendremos el triángulo ACE, en el que se conocen dos lados AC, CE, con el ángulo ACE, a partir de los cuales hallaremos AEC, ángulo de conmutación, de XXV minutos, XXVIII segundos. Y cuando CE fuera de LXV unidades y media, el ángulo en AEC será de XXVI minutos, XXXVI segundos. Del mismo modo, en la tercera posición, cuando CE sea de LV unidades VIII minutos, el ángulo de conmutación AEC será de XXXI minutos, XLII segundos. Finalmente, en la distancia mínima, teniendo entonces CE de LII unidades, XVII minutos, AEC resultará un

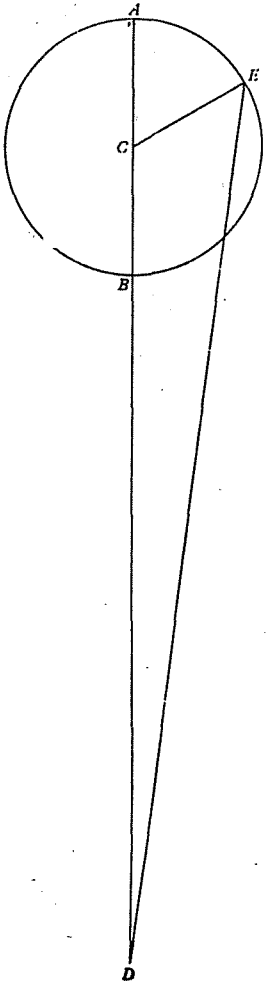
ángulo de XXXIII minutos, XXVII segundos, A su vez, cuando el arco DE sume LX grados del círculo, en ese mismo orden la paralaje primera será de XLIII minutos, LV segundos, la segunda de XLV minutos, LI segundos, la tercera de LIII y medio minutos, la cuarta de LVII minutos y medio. Todas estas cosas las inscribimos
218 en el orden de la tabla adjunta, que para un uso más cómodo, al modo de las otras, extendemos en una serie de XXX filas, pero de seis en seis grados, con lo que se alcanza un número doble [180°] al que hay desde el vértice del horizonte hasta un máximo de noventa.



(4) Hemos dividido la misma tabla en nueve columnas. Así, en la primera y segunda estarán los números comunes del círculo; en la tercera pondremos las paralajes del Sol, después las conmutaciones lunares y en cuarto lugar las diferencias, con las que las paralajes menores, que suceden en el cuarto y apogeo lunares, difieren de las que siguen en la plena y nueva. El sexto lugar contendrá las conmutaciones que produce en el perigeo la Luna llena o nueva, y los minutos que siguen son las diferencias que producen paralajes estando la Luna en cuarto y próxima a nosotros y con las que exceden a aquéllas. Después, los dos restantes espacios que quedan se conservan para los minutos de las proporciones con las que podrán ser calculadas las paralajes entre estos cuatro puntos límite.

(13) Expondremos primero las que están en relación al apogeo y que se dan entre los primeros límites, de este modo. Sea el círculo AB el primer epiciclo de la Luna, cuyo centro sea C, y tomado D como centro de la tierra, trácese la línea recta DBCA, y con centro en el apogeo A descríbase el epiciclo segundo EFG: tómese también el arco EG de LX grados y únanse AG, CG. Luego, como precedentemente

se demostró, la línea CE vale V unidades, XI minutos, de las que el radio de la tierra es una unidad, y de las que DC tiene LX unidades, XVIII minutos, y EF dos de las mismas unidades, LI minutos, por tanto en el triángulo ACG se conocen los lados GA de una unidad, XXV minutos y AC de VI unidades, XXXVI minutos, con el ángulo CAG comprendido entre ellos. Luego, por la demostración de los triángulos planos, el tercer lado CG será de VI de las mismas unidades, VII minutos. Luego, toda la DCG, representada como en línea recta o su igual DCL, será de LXVI unidades, XXV minutos. Pero DCE era LXV unidades y media, por lo tanto queda EL, como exceso, de LV y medio minutos de unidad. Y dada esta proporción, cuando DCE sea de LX unidades, EF será de II de las mismas unidades, XXXVII minutos, EL de XLVI minutos. Y en tanto EF sea de LX minutos, el exceso EL será de casi XVIII. Esto lo anotaremos en la tabla en séptimo lugar a partir de la zona de los LX grados.



(31) Del mismo modo lo mostraremos con respecto al perigeo B, en el que se repite el segundo epiciclo MNO, con el ángulo MBN de LX grados. Será, pues, el triángulo BCN, como antes, de lados y ángulos conocidos, e igualmente el exceso MP de casi LV y medio minutos, siendo el radio de la tierra de una unidad. Pero, puesto que DBM es de LV de las mismas unidades, VIII minutos: si la establecemos de LX unidades, MBO será de III de tales unidades, VII minutos, y el exceso MP de LV minutos. Y así como III unidades y siete minutos es a LV minutos, así sesenta a casi XVIII, lo mismo que antes; sin embargo, se diferencian en unos pocos segundos. De esta manera obraremos también en los demás casos, con lo que cubriremos la octava columna de la tabla. Porque, si en lugar de estos usáramos

los que [minutos proporcionales] se expusieron en la tabla de las prostaféresis, no cometeremos error alguno; pues son casi las mismas [proporciones], y se trata de mínimas [cantidades].

(42) Quedan los minutos de las proporciones que se dan en los términos medios, como entre el segundo y el tercero. Sea AB el primer epiciclo ya trazado en la Luna llena y nueva, cuyo centro sea
219 C, tómese D como centro de la tierra y extiéndase la línea recta DBCA. Tómese también desde el apogeo A un cierto arco, por ejemplo AE, de LX grados y conéctese DC, CE; tendremos, pues, el triángulo DCE, del cual nos son conocidos dos lados, CD de LX unidades, XIX minutos, y CE de V unidades, XI minutos, y también el ángulo interior DCE de dos rectos menos el ACE. Luego, por lo demostrado sobre los triángulos, DE será de LXIII de las mismas unidades, IIII minutos. Pero toda DBA era de LXV unidades y media, excediendo al ED en II unidades, XXVII minutos. Y como AB, esto es X unidades, XXII minutos, es a II unidades, XXVIII minutos, así LX minutos es a XIIII, que se anotan en la tabla opuestos a los LX grados. Con este ejemplo hemos completado el resto y llenamos la tabla que sigue, y añadiremos otra sobre los diámetros del Sol, de la Luna y de la sombra de la tierra, para que en cuanto sea posible los tengamos a la vista.

TABLA DE PARALAJES DEL SOL Y LA LUNA

Números comunes		Paralaje del Sol		Diferencia del primer y segundo límite en la Luna menguante		Paralaje del segundo límite de la Luna		Paralaje del tercer límite de la Luna		Diferencia a añadir del tercer y cuarto límite		Minutos proporcionales del Epiciclo B	A
o	o	'	"	'	"	'	"	'	"	'	"	'	'
6	354	0	10	0	7	2	46	3	18	0	12	0	0
12	348	0	19	0	14	5	33	6	36	0	23	1	0
18	342	0	29	0	21	8	19	9	53	0	34	3	1
24	336	0	38	0	28	11	4	13	10	0	45	4	2
30	330	0	47	0	35	13	49	16	26	0	56	5	3
36	324	0	56	0	42	16	32	19	40	1	6	7	5
42	318	1	5	0	48	19	5	22	47	1	16	10	7
48	312	1	13	0	55	21	39	25	47	1	26	12	9
54	306	1	22	1	1	24	9	28	49	1	35	15	12
60	300	1	31	1	8	26	36	31	42	1	45	18	14
66	294	1	39	1	14	28	57	34	31	1	54	21	17
72	288	1	46	1	19	31	14	37	14	2	3	24	20
78	282	1	53	1	24	33	25	39	50	2	11	27	23
84	276	2	0	1	29	35	31	42	19	2	19	30	26
90	270	2	7	1	34	37	31	44	40	2	26	34	29
96	264	2	13	1	39	39	24	46	54	2	33	37	32
102	258	2	20	1	44	41	10	49	0	2	40	39	35
108	252	2	26	1	48	42	50	50	59	2	46	42	38
114	246	2	31	1	52	44	24	52	49	2	53	45	41
120	240	2	36	1	56	45	51	54	30	3	0	47	44
126	234	2	40	2	0	47	8	56	2	3	6	49	47
144	216	2	52	2	4	50	10	59	39	3	17	55	54
150	210	2	54	2	4	50	55	60	31	3	20	57	56
156	204	2	56	2	5	51	29	61	12	3	22	58	57
162	198	2	58	2	5	51	56	61	47	3	23	59	58
168	192	2	59	2	6	52	13	62	9	3	23	59	59
174	186	0	2	6	52	22	62	19	3	24	60	60	60
180	180	3	0	2	6	52	24	62	21	3	24	60	60

TABLA DE LOS SEMIDIAMETROS (RADIOS) DEL SOL, LA LUNA Y LA SOMBRA (DE LA TIERRA)

Números comunes		Semidiámetro del Sol		Semidiámetro de la Luna		Semidiámetro de la Sombra		Variación de la Sombra
o	o	'	"	'	"	'	"	'
6	354	15	50	15	0	40	18	0
12	348	15	50	15	1	40	21	0
18	342	15	51	15	3	40	26	1
24	336	15	52	15	6	40	34	2
30	330	15	53	15	9	40	42	3
36	324	15	55	15	14	40	56	4
42	318	15	57	15	19	41	10	6
48	312	16	0	15	25	41	26	9
54	306	16	3	15	32	41	44	11
60	300	16	6	15	39	42	2	14
66	294	16	9	15	47	42	24	16
72	288	16	12	15	56	42	40	19
78	282	16	15	16	5	43	13	22
84	276	16	19	16	13	43	34	25
90	270	16	22	16	22	43	58	27
96	264	16	26	16	30	44	20	31
102	258	16	29	16	39	44	44	33
108	252	16	32	16	47	45	6	36
114	246	16	36	516	55	45	20	39
120	240	16	39	17	4	45	52	42
126	234	16	42	17	12	46	13	45
132	228	16	45	17	19	46	32	47
138	222	16	48	17	26	46	51	49
144	216	16	50	17	32	47	7	51
150	210	16	53	17	38	47	23	53
156	204	16	54	17	41	47	31	54
162	198	16	55	17	44	47	39	55
168	192	16	56	17	46	47	44	56
174	186	16	57	17	48	47	49	56
180	180	16	57	17	49	47	52	57

Capítulo XXV

SOBRE EL CÁLCULO DE LA PARALAJE DEL SOL Y DE LA LUNA

(3) Expondremos también brevemente por medio de la tabla el 222
modo de calcular las paralajes del Sol y la Luna. Si con distancia del Sol o del doble de la Luna, desde el vértice del horizonte, tomamos en las tablas las paralajes correspondientes, la del Sol lo será simplemente, la de la Luna en cambio en sus cuatro puntos límites. Y si tomamos los primeros minutos de las proporciones correspondientes al movimiento [doble] de la Luna o a su distancia del Sol duplicada, con los cuales determinaremos los excesos del primero y último término como partes proporcionales a LX, las cuales restaremos siempre de la conmutación siguiente próxima, y añadiremos siempre las partes posteriores a la [paralaje] que está en el penúltimo límite: y así tendremos dos paralajes de la Luna corregidas, en el apogeo y perigeo, a las que incrementa o disminuye el epiciclo menor. Después, tomando los últimos minutos de las proporciones correspondientes a la anomalía lunar, determinaremos con ellos también la parte proporcional a partir de la diferencia entre las paralajes más próximamente encontradas, la cual añadiremos siempre a la primera paralaje examinada, la que está en el apogeo, y proporcionará la paralaje de la Luna buscada según el lugar y el tiempo, como en el ejemplo.

(16) Sean LIIII grados la distancia de la Luna desde el vértice [del horizonte], el movimiento medio de la Luna de XV grados, C grados de anomalía corregida. Quiero encontrar la paralaje lunar por medio de la tabla partiendo de esos datos. Duplico los grados de distancia: hacen CVIII, a los que en la tabla corresponde una diferencia entre el primer y segundo límite de un minuto, XLVIII segundos; la paralaje del segundo término de XLII minutos, L segundos; la paralaje del tercer límite de L minutos, LIX segundos, la diferencia entre el tercero y el cuarto de II minutos, 46 segundos, que anotaré por separado.

(23) El movimiento duplicado de la Luna resulta de XXX grados: encuentro V minutos primeros de las proporciones correspondientes a él, de los cuales tomo la parte proporcional a LX, y son de IX segundos a partir de la primera diferencia. Estos los resto de los XLII minutos, L segundos, de la conmutación: quedan XLII minutos, 31 segundos. De igual modo en la segunda diferencia, que era de II minutos, 46 segundos, la parte proporcional es de XIIII

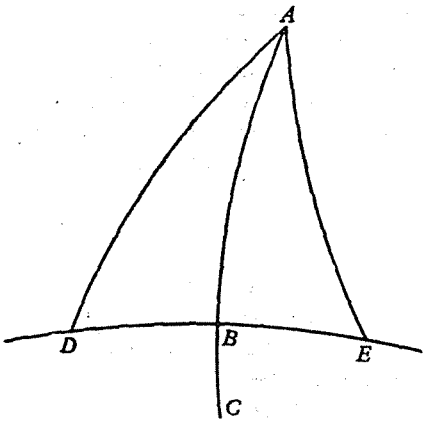
segundos, que sumo a los 50 minutos, 49 segundos, de la segunda conmutación: hacen 51 minutos, 13 segundos. Realmente la diferencia entre estas paralajes es de VIII minutos, 32 segundos. Después de esto tomo los últimos minutos de las proporciones correspondientes a los grados de la anomalía corregida, que son 34 y por ellas tomo la diferencia de VIII minutos, 31 segundos, como parte proporcional, y que es de IIII *minutos*, XXXI segundos; que añado a la primera paralaje corregida y suman 47 minutos, 31 segundos.

(35) Y esta será la paralaje de la Luna buscada en el círculo de de
223 altitud. Pero como cualquier otra conmutación de la Luna dista tan poco de aquellas que se producen en la Luna llena y nueva, parece que sería suficiente si nos contentáramos con los límites medios, de los que necesitaremos muchísimo a causa de las predicciones de los eclipses. No se precisa un examen tan riguroso de las demás, de las que quizás se juzgue que tienen menos utilidad que curiosidad.

Capítulo XXVI

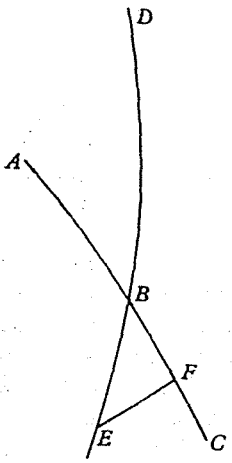
DE CÓMO SE DISTINGUEN LAS PARALAJES DE LONGITUD Y DE LATITUD

(8) Ahora la paralaje se diferencia simplemente en longitud y en latitud, o sea la [distancia] entre el Sol y la Luna [se distingue] por los arcos y ángulos de los círculos que se cortan entre sí, la eclíptica y el que pasa por los polos del horizonte. Puesto que quedó de manifiesto que este círculo al cortar en ángulos rectos a la eclíptica, no realiza ninguna paralaje de longitud, sino que pasa completamente a latitud, siendo el mismo círculo el de longitud y latitud. Pero, por el contrario, donde acontece que la eclíptica incide rectamente sobre el horizonte y él mismo pasa a ser como un círculo de altitud, entonces la Luna, aunque esté desprovista de latitud, no admite otra paralaje que la de longitud; sin embargo desviada hacia la latitud, no se substrae a ninguna conmutación de longitud. Así, sea ABC el círculo de la eclíptica, que incide en ángulo recto sobre el horizonte, y sea A el polo del horizonte: por tanto la órbita ABC será la misma que el círculo de altitud de la Luna que carece de latitud, cuyo lugar sería B y toda BC será su conmutación en longitud.



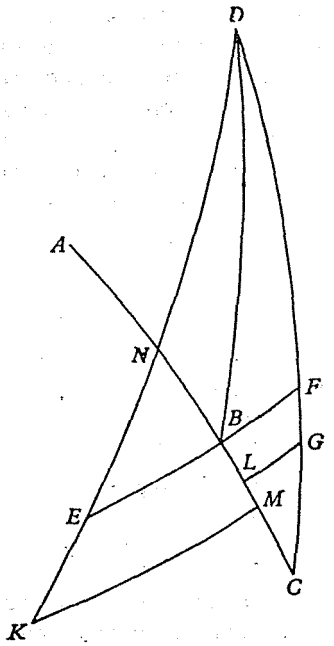
(20) Pero cuando tenga también latitud, una vez descrito el círculo DBE por los polos de la eclíptica y determinada como DB o BE la latitud de la Luna, es evidente que el lado AD o el AE no será igual al AB, ni el ángulo en D o E será recto, puesto que DA, AE no son círculos que pasen por los polos de DBE, y la conmutación participará en cierta latitud, tanto más cuanto más cercana esté la Luna del vértice. Pues manteniendo la misma base DE del triángulo ADE, los lados AD, AE, cuanto más cortos, formarán ángulos más agudos con respecto a la base. Y cuanto más alejada esté la Luna del vértice, los ángulos se asemejarán más a los rectos.

(1) Tómese ahora, con respecto a la eclíptica ABC, el círculo oblicuo DBE expresivo de la altitud de la Luna que no tiene latitud, cortando a la eclíptica en el punto B, y sea BE la paralaje en el círculo de altitud; y trácese EF arco de un círculo que pasa por los polos de ABC. En consecuencia, puesto que se conoce el ángulo EBF del triángulo BEF (como se demostró con anterioridad), el ángulo en F es recto, y el lado BE también se conoce: por lo tanto, por la demostración de los triángulos esféricos, se dan los restantes lados BF, FE (éste de latitud, aquél de longitud), en concordancia con la paralaje BE. Pero, puesto que BE, EF, FB, por su pequeñez difieren muy poco e imperceptiblemente de líneas rectas, no erraremos si utilizamos dicho triángulo rectángulo como rectilíneo, y con ello el razonamiento se hará más fácil. 224



(10) Es más difícil cuando la Luna tiene latitud. Repítase ABC como eclíptica, sobre la que incide oblicuamente el círculo DB que pasa por los polos del horizonte, y sea B la posición en longitud de

la Luna, FB la latitud boreal, y BE la austral. Desde el vértice del horizonte, que está en D, desciendan sobre la Luna los círculos de altitud DEK, DFC, en los que están las conmutaciones EK, FG. La verdadera posición de la Luna en longitud y latitud estará en los puntos E, F, pero son vistos en K, G, desde los cuales se trazarán KM, LG, arcos en ángulos rectos a la eclíptica ABC. En consecuencia, habiendo sido establecida la longitud y la latitud de la Luna junto con la latitud de la región, en el triángulo DEB serán conocidos dos lados DB, BE, y el ángulo de sección ABD, que junto con un recto dará DBE, y por tanto se obtendrá el otro lado DE con el ángulo DEB. De igual modo en el triángulo DBF, habiendo sido dados los lados DB, BF, junto con el ángulo DBF, que es con lo que le falta al ABD para valer un recto, también se dará DF con el ángulo DFB. Así, por la tabla, se da la paralaje EK y FG de los otros arcos DE, DF y DE ó DF distancia real de la Luna desde el vértice, del mismo modo también se da la distancia aparente DEK o DFG. Pero en el triángulo EBN, en el que se realiza la intersección de DE con la eclíptica en el punto N, se da el ángulo NEB y el ángulo recto NBE con base BE: también se conocerá el ángulo restante BNE junto con los otros lados BN, NE. Del mismo modo en todo el triángulo NKM, a partir de los ángulos conocidos en M y N, y de todo el lado KEN, se tendrá constancia de la base KM. Y esta misma [KM] es la latitud aparente austral de la Luna, cuyo exceso sobre EB es la paralaje de latitud, y también se conoce el otro lado NBM, descontado del cual NB quedará BM, conmutación de longitud.



(30) Así también, en el triángulo boreal BFC al ser conocidos el lado BF junto con el ángulo BFC y el recto en B, se dan los restantes lados BLC y FCG con el otro ángulo en C, y restando FG de FGC queda GC, lado dado en el triángulo GLC, junto con dos ángulos el LCG y el recto CLG, por lo cual se dan los restantes lados GL, LC, y por lo tanto lo que queda de BC es BL conmuta-

ción en longitud y GL la latitud aparente, cuya paralaje es BF exceso de la latitud verdadera. Pero (como se ve) este cálculo, que se relaciona con datos tan pequeños, produce más trabajo que fruto. Será, pues, suficiente si utilizamos el ángulo ABD en lugar del DCB y DBF en lugar de DEB, y simplemente, como antes, utilizamos la media DB en lugar de los arcos DE, EF, despreciando la latitud lunar; y no aparecerá error por ello, sobre todo en regiones septentrionales de la tierra, pero en las zonas australes, donde B toca el vértice del horizonte con una latitud máxima de V grados, y estando la Luna próxima a la tierra, la diferencia es de casi seis minutos. Sin embargo, en las conjunciones eclípticas con el Sol, en las que la latitud de la Luna no puede exceder de medio grado, tal diferencia puede ser sólo de un minuto y tres cuartos.

(1) Así pues, de todo esto se evidencia, que la conmutación en 225
longitud se añade siempre a la posición verdadera de la Luna en el cuadrante oriental de la eclíptica, y se resta siempre en el otro cuadrante para obtener la longitud aparente de la Luna y la latitud aparente por conmutación de latitud. Puesto que si están en la misma dirección, se suman, si en opuesta, se resta de la mayor la menor y lo que queda es la latitud aparente de la parte hacia la que la mayor declina.

Capítulo XXVII

CONFIRMACIÓN DE LO QUE SE HA EXPUESTO RESPECTO A LAS PARALAJES DE LA LUNA

(9) El hecho de que las paralajes de la Luna así expuestas están de acuerdo con las apariencias, podemos confirmarlo con otros muchos experimentos: como éste que realizamos en Bolonia el séptimo día antes de los Idus de Marzo, después de la puesta del Sol, en el año de Cristo MIIID. Examinamos que la Luna estaba a punto de ocultar a una estrella brillante de las Hyades, a la que los romanos llaman Palilicio. Observado esto, vimos la estrella en contacto con la parte tenebrosa del cuerpo lunar y ya perdiendo luz entre los cuernos de la Luna, hacia el final de la hora quinta de la noche, y más cercana al cuerno austral en casi un tercio de la latitud [anchura], o sea del diámetro de la Luna. Y puesto que la

estrella estaba, según los cálculos, en dos grados, LII minutos, de Géminis, con una latitud austral de cinco grados y un sexto, estaba claro que el centro de la Luna según la visual precedía a la estrella en la mitad del diámetro y, por tanto, su posición aparente en longitud era de II grados, XXXVI minutos, en latitud de V grados y casi VI minutos.

(21) Pues bien, desde el principio de los años de Cristo habían transcurrido MIIID años egipcios, LXXVI días, XXIII horas en Bolonia; en cambio en Cracovia, que está casi IX grados más hacia oriente, XXIII horas, XXXVI minutos, a los que la regularidad añade IIII minutos. Estaba, pues, el Sol en los XXVIII y medio grados de Piscis, y por tanto el movimiento regular de la Luna con respecto al Sol era de LXXIIII grados, la anomalía regular de CXI grados X minutos, la posición verdadera de la Luna en los III grados, XXIIII minutos de Géminis, la latitud austral de IIII grados, XXXV minutos. En cuanto al movimiento real en latitud era de CCIII grados, XLI minutos. Entonces también, en Bolonia ascendían los XXVI grados de Scorpio con un ángulo de LIX y medio grados, y la Luna estaba desde el vértice del horizonte a LXXXIIII grados y el ángulo de sección entre el círculo de altitud y la eclíptica de casi XXIX grados, la paralaje de la Luna en longitud un grado, LI minutos, de latitud XXX minutos, que coinciden perfectamente con la observación: por lo tanto, menos pueden dudar algunos de nuestras hipótesis y de que es correcto lo que de ellas se deduce.

Capítulo XXVIII

DE LAS CONJUNCIONES Y OPOSICIONES MEDIAS DEL SOL Y DE LA LUNA

(36) Lo dicho hasta ahora acerca del movimiento de la Luna y el / el Sol, facilita el modo de investigar sus conjunciones y oposiciones. Pues, para un tiempo próximo a cuanto hemos pensado que acontecerá una u otra, buscamos el movimiento regular de la Luna: si
226 hubiéramos encontrado que éste completó ya un círculo, apreciamos una conjunción; plena [en oposición] en el semicírculo. Pero como esto acontece raramente, ha de considerarse la distancia entre ellos [el Sol y la Luna]; dividida ésta por el movimiento diario de la Luna, sabremos en cuánto tiempo uno precederá al otro, o suce-

derá, según tengamos más o menos [distancia] en el movimiento. Por tanto, con respecto a este tiempo buscaremos movimientos y posiciones, con los cuales calcularemos los novilunios verdaderos y las lunaciones llenas, y discerniremos sus conjunciones eclípticas partiendo de las otras, como indicaremos más abajo. Cuando hayamos establecido esto, será posible extenderlo para algunos meses y continuarlo durante algunos años, según la tabla que contiene los tiempos de los doce meses y los movimientos regulares de la anomalía del Sol y de la Luna y los de la latitud de la Luna, uniendo uno a uno los movimientos regulares ya encontrados. Pero pondremos como verdadera la anomalía del Sol, para que de inmediato tengamos la adecuada; pues, no se sentirá su diferencia en uno sino en varios años por la lentitud en su principio, esto es en su ápside superior.

TABLA DE CONJUNCION Y OPOSICIÓN DEL SOL Y LA LUNA

Períodos de tiempo					Movimiento de anomalía lunar				Movimiento de latitud de la Luna			
Meses	Días	Min.	Seg.	Ter.	60°	°	'	"	60°	°	'	"
1	29	31	50	9	0	25	49	0	0	30	40	14
2	59	3	40	18	0	51	38	0	1	1	20	28
3	88	35	30	27	1	17	27	1	1	32	0	42
4	118	7	20	36	1	43	16	1	2	2	40	56
5	147	39	10	45	2	9	5	2	2	33	21	10
6	177	11	0	54	2	34	54	2	3	4	1	24
7	206	42	51	3	3	0	43	2	3	34	41	38
8	236	14	41	12	3	26	32	3	4	5	21	52
9	265	46	31	21	3	52	21	3	4	36	2	6
10	295	18	21	30	4	18	10	3	5	6	42	20
11	324	50	11	39	4	43	59	4	5	37	22	34
12	354	22	1	48	5	9	48	4	0	8	2	48
Para medio mes entre la Luna Llena y la Luna Nueva												
	14	45	55	4½	3	12	54	30	3	15	20	7

Movimiento de anomalía solar											
Meses	60°	°	'	"		Meses	60°	°	'	"
1	0	29	6	18		7	3	23	44	7
2	0	58	12	36		8	3	52	50	25
3	1	27	18	54		9	4	21	56	43
4	1	56	25	12		10	4	51	3	1 1
5	2	25	31	31		11	5	20	9	20
6	2	54	37	49		12	5	49	15	38
Para medio mes										
						½	0	14	33	9

Capítulo XXIX

SOBRE LA INDAGACIÓN DE LAS CONJUNCIONES Y OPOSICIONES REALES DEL SOL Y LA LUNA

(4) Teniendo (como se dijo) el tiempo de la conjunción media o 228
de la oposición de estos astros con sus movimientos, es necesario para encontrar las verdaderas, la distancia real con la que le precede o le sigue. Por ejemplo, si la Luna estuviera antes que el Sol en su conjunción u oposición, es claro que la [conjunción u oposición] real sucedería después; si el Sol [ha sido anterior], entonces ya ha pasado la [conjunción u oposición] real que buscamos. Esto se clarifica por la prostaféresis de ambos astros. Puesto que si no las hay o son iguales y de la misma manera de ser, es decir si ambas son aditivas o substractivas, es patente que en ese mismo momento coinciden las conjunciones u oposiciones reales con las medias. Pero si son desiguales, la diferencia indica la separación entre ellos y precede o sigue el astro cuyo exceso es sumado o restado. Pero estando en lugares diferentes, tanto más precede aquel astro cuya prostaféresis fuera substractiva; las cuales, [prostaféresis] en el mismo tiempo, juntas [sumadas] dan como resultado la distancia entre ellos.

(16) Sobre ésto calcularemos cuántas horas enteras puede atravesar la Luna, tomando dos horas por cada grado de separación: de manera que si estuvieran con una separación de alrededor de VI grados, tomaremos en lugar de ellos XII horas. Luego, con respecto a este intervalo de tiempo así establecido, buscaremos la real elevación de la Luna a partir del Sol: esto lo realizaremos fácilmente, una vez conocido que el movimiento medio de la Luna es de un sólo grado y un minuto por cada dos horas: y que el movimiento horario de anomalía y el suyo real alrededor de la Luna llena y nueva es de casi L minutos, que en seis horas acumulan un movimiento regular de III grados y otros tantos minutos y una marcha real de anomalía de cinco grados, con los cuales en la tabla de las prostaféresis lunares consideraremos las diferencias entre las prostaféresis, diferencia que añadiremos al movimiento medio si ocurriera la anomalía en la parte inferior del círculo, y la restaremos si es en la superior; porque el resultado de la suma o de la resta es el movimiento real de la Luna en las horas tomadas. Luego, este movimiento es suficiente si fuera igual a la distancia antes determinada. De lo contrario, la distancia multiplicada por el número de horas estimada la dividiremos por este movimiento, o bien dividiremos la verdadera distan-

cia simple por el movimiento horario registrado; resultará, pues, la diferencia real de tiempo en horas y minutos entre la conjunción u oposición media y la verdadera. Añadiremos ésta al tiempo medio de conjunción u oposición, si la Luna estuviera antes que el Sol o su posición diametralmente opuesta al Sol, o bien la restaremos si está después, y así tendremos el tiempo de la conjunción u oposición real. Aunque confesamos que también la irregularidad del Sol añade o disminuye algo, sin embargo hay que despreciarlo con pleno derecho, ya que en todo el recorrido e incluso en la máxima elongación, que se extiende más allá de siete grados, no puede completar ni un sólo minuto. Y este es el modo más seguro de calcular las lunaciones. Quienes sólo se fijan en el movimiento horario de la Luna, al que llaman superación horaria, se equivocan algunas veces y se ven obligados más a menudo a la repetición del cálculo. Porque la Luna cambia por horas y no permanece igual a sí
229 misma. Así pues, para [determinar] el tiempo de la verdadera unión u oposición ajustaremos el verdadero movimiento de latitud, para predecir la latitud real de la Luna, y la posición real del Sol con respecto al equinoccio de primavera, es decir con respecto a los signos: allí donde se conoce que la posición de la Luna es la misma o la opuesta. Y de esta manera el tiempo se conoce como tiempo medio y regular para el meridiano de Cracovia, lo reduciremos al tiempo aparente según el método arriba indicado. En cuanto a si quisiéramos determinarlo con respecto a otro lugar distinto de Cracovia, consideraremos su longitud y por cada grado de su longitud tomaremos IIII minutos de hora, y por cada minuto de longitud IIII segundos de hora, lo que añadiremos al tiempo de Cracovia si el otro lugar fuera más oriental y lo restaremos si es más occidental: y el resto o la suma será el tiempo de conjunción u oposición del Sol y la Luna.

Capítulo XXX

DE CÓMO SE DISTINGUEN LAS CONJUNCIONES Y OPOSICIONES DEL SOL Y DE LA LUNA, EN LAS QUE SE DAN LOS ECLIPSES, DE LAS OTRAS

(15) En la Luna se distingue fácilmente si hay eclipses o no. Puesto que si su latitud fuera menor que la mitad [de la suma] de los diámetros de la Luna y de la sombra, la Luna producirá un eclipse: si es mayor

no lo produce. Pero con respecto al Sol la cuestión es más complicada, mezclándose la paralaje de ambos, por lo cual muchas conjunciones aparentes difieren de las reales. En consecuencia, habiendo observado cuál es la conmutación entre el Sol y la Luna según la longitud en el momento de la conjunción real, del mismo modo buscaremos, en el cuadrante oriental de la eclíptica durante el espacio de tiempo de una hora que precede a la conjunción verdadera, o durante una hora después en el cuadrante occidental, la longitud que se aprecia de la Luna con respecto al Sol, para entender cuánto se aleja la Luna del Sol en una hora según la apreciación visual.

(24) Luego, habiendo dividido aquella conmutación en longitud por este movimiento horario, tendremos la diferencia de tiempo entre la unión real y la aparente. Esta [diferencia] cuando se resta del tiempo de la conjunción real en la parte de oriente de la eclíptica o se añade en la occidental (pues allí la conjunción aparente precede a la real, aquí le sigue), proporcionará el tiempo buscado de la conjunción real. En relación a este tiempo calcularemos la latitud aparente de la Luna con respecto al Sol, o sea la distancia de los centros del Sol y la Luna, restada la paralaje del Sol de la conjunción visible. Si esta latitud fuera mayor que la mitad de los diámetros del Sol y la Luna, el Sol no sufrirá eclipse: pero si es menor lo sufrirá. Y de estas cosas se evidencia que, si la Luna en el momento de la conjunción real no hubiera ocasionado ninguna paralaje en longitud, serán las mismas la conjunción aparente y la real, y esta unión acontecerá alrededor de los noventa grados de la eclíptica, tomados desde el oriente o desde el occidente.

Capítulo XXXI

CUÁN GRANDE PUEDE SER UN ECLIPSE DE SOL O DE LUNA

(37) Después de que hayamos reconocido que va a eclipsarse el Sol o la Luna, fácilmente sabremos cuán grande será su eclipse: en el Sol por la latitud aparente que hay entre el Sol y la Luna en el momento de la unión visible. Pues si la restáramos de la mitad de los diámetros del Sol y de la Luna, queda lo que se eclipsará del Sol 230
a lo largo de su diámetro. Si ésto lo multiplicamos por XII y dividimos el producto por el diámetro del Sol, tendremos el nú-

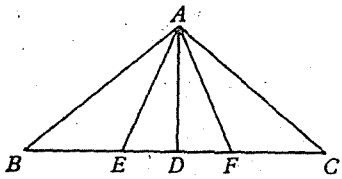
mero de dígitos del eclipse. Pero si entre el Sol y la Luna no hubiera ninguna latitud, se eclipsaría todo el Sol, o tanto cuánto la Luna pudiera tapar.

(5) Casi del mismo modo en el eclipse lunar, a no ser porque en lugar de la latitud aparente utilizamos la simple, la cual descontada de la mitad de los diámetros de la Luna y de la sombra, proporciona la parte de la Luna que se eclipsa, siempre que la latitud de la Luna no fuera menor que la mitad de los diámetros tomada sobre el diámetro de la Luna: pues entonces se eclipsará completamente y, además, la menor latitud añade cierta demora en las tinieblas, que será máxima cuando no haya ninguna latitud, lo que pienso que es clarísimo para quienes lo consideren. Por tanto, en un eclipse determinado de Luna, multiplicando la parte eclipsada por doce y dividiendo el producto por el diámetro de la Luna, obtendremos el número eclipsado de dígitos, no de otra manera a como se dijo en el caso del Sol.

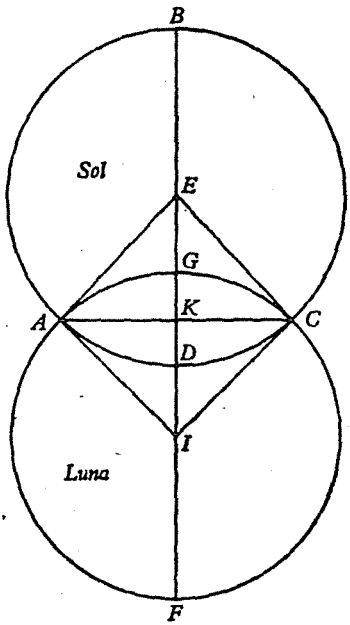
Capítulo XXXII

CÓMO CONOCER DE ANTEMANO CUÁNTO DURARÁ UN ECLIPSE

(16) Queda por ver cuánto durará un eclipse. Pero aquí ha de señalarse que utilizaremos los arcos que hay entre el Sol, la Luna y la sombra, como líneas rectas por su pequeñez, por la cual no parecen diferenciarse de la recta. Por tanto, hemos tomado el centro del Sol o de la sombra en el punto A y la línea BC como el paso del disco lunar, cuyo centro está en B en el momento de contacto con el Sol o con la sombra al principio del incidente, y en C al final del recorrido, unánse AB, AC, y trácese AD perpendicular a BC. Es evidente que estando el centro de la Luna en D, será el momento medio del eclipse: pues AD es la más corta de las líneas que descienden desde A, y BD es igual a DC, puesto que también AB y AC son iguales: y éstas, una y otra, están constituidas por la mitad de los diámetros del Sol y de la Luna en el eclipse solar, y de la Luna y de la sombra en el lunar, y AD es la latitud real de la Luna, o sea la [apreciada por la] vista en la mitad



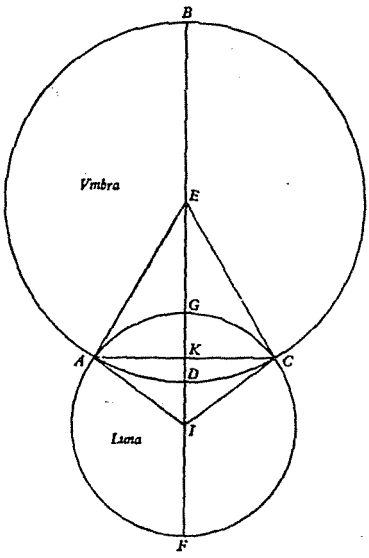
del eclipse. Así pues, restando el cuadrado de AD del cuadrado de AB, queda el de BD: luego se da la longitud de BD. Dividiendo éste por el movimiento horario real de la Luna en su eclipse o por el visible en el eclipse solar, tendremos el tiempo de la mitad de la duración. Pero, ya que la Luna en muchas ocasiones se retrasa en medio de las tinieblas, lo que sucede cuando la mitad de la suma de los diámetros de la Luna y de la sombra excede la latitud de la Luna en más de lo que es su diámetro (como dijimos), por tanto, poniendo E como centro de la Luna en el principio del obscurecimiento total, cuando la Luna toca por dentro a la parte cóncava de la sombra, y F en el otro punto de contacto, cuando la Luna empieza a emerger, trazadas AE, AF, se demostrará a la manera anterior que ED, DF son la mitad del retraso en las tinieblas, porque AD es la latitud conocida de la Luna y AE o AF es en lo que la mitad del diámetro de la sombra es mayor que la mitad del diámetros de la Luna. En consecuencia, serán conocidos ED o DF, de donde, a la vez, dividida [esa cantidad] por el movimiento horario real de la Luna, tendremos el tiempo medio de retraso, que es lo que se buscaba. Hay que advertir sin embargo que, como la Luna se mueve en su órbita, no corta (mediante círculos que pasan por los polos de la eclíptica) porciones longitudinales del círculo zodiacal 231
completamente iguales a las de su propia órbita. Sin embargo, la diferencia es tan pequeña, que en la distancia total de XII grados en la sección eclíptica, entre cuyos extremos está casi el límite de los eclipses de Sol y de Luna, no exceden entre sí los arcos de tales órbitas en dos minutos, que harían la XV[ava] parte de una hora. Por eso usamos a menudo uno por otro, como si de los mismos se tratara. También utilizamos la misma latitud de la Luna en los puntos extremos del eclipse que en la parte central, aunque tal latitud de la Luna siempre crece o decrece y se producen además espacios de incidencia y de tránsito no exactamente iguales, pero con diferencias tan pequeñas, que pa-



recería desperdiciar en vano el tiempo el investigarlo con más exactitud. Así, los tiempos, duraciones y magnitudes de los eclipses han sido explicados por los diámetros.

(12) Pero, puesto que muchos opinan que no conviene distinguir las partes eclipsadas con respecto a los diámetros, sino a las superficies (pues no se eclipsan las líneas sino las superficies), por lo tanto, sea ABCD el círculo del Sol o de la sombra, cuyo centro sea E, y el círculo lunar AFCG, cuyo centro sea I, los cuales se cortan mutuamente en los puntos A, C, y trácese a través de uno y otro centro la recta BEIF y únanse AE, EC, IA, IC y AKC formando ángulos rectos con BF. A partir de aquí. queremos averiguar cuánta será la superficie obscurecida ADCG, o cuántos doceavos de toda la superficie del disco solar o lunar hay en la parte eclipsada. Así, pues, ya que por lo anterior se conocen los semidiámetros AE, AI de uno y otro círculo, y también la distancia entre los centros, o sea la latitud lunar EI, tenemos el triángulo AEI de lados conocidos y por lo tanto de ángulos conocidos, según lo demostrado antes, al cual es semejante e igual EIC.

(23) En consecuencia, ADC y AGC serán arcos dados en grados, de los cuales el círculo vale CCCLX. Además, Arquímedes de Siracusa, en las mediciones del círculo demuestra que la circunfe-
232 rencia admite con respecto al diámetro una relación menor a tres un séptimo y mayor a tres diez setentaiunavo [3,10/71]. Ptolomeo toma una cantidad media entre éstas, como tres, ocho minutos, XXX segundos, es a uno. Con esta proporción los arcos AGC y ADC también aparecen con los mismos grados que sus diámetros, o AE y AI, y lo contenido por EA, AD y por IA, AG es igual a los sectores AEC y AIC, respectivamente[28].



(8) Pero también se conoce la ro base AKC común a los triángulos isósceles AEC y AIC, y las perpendiculares EK, KI. Por tanto, se conoce lo que está bajo AK, KE, que es la superficie del triángulo AEC, del mismo modo lo que está bajo AK, KI, superficie del triángulo ACI. Restando estos triángu-

los de sus sectores, quedarán los segmentos de círculos AGC y ACD: con los que está constituida toda la ADCG que se buscaba. Y además, se conoce toda la superficie del círculo, la que está bajo BE y BAD es contenida por el eclipse de Sol, o la que está bajo FI y FAG en el eclipse de Luna. En consecuencia, quedará aclarado cuántos doceavos de todo el círculo del Sol o de la Luna están eclipsados en ADCG.

(16) Con respecto a la Luna es ya suficiente con ésto, que por otros ha sido tratado más ampliamente: pues nos dirigimos rápidamente a las revoluciones de los otros cinco astros, de los que se hablará a continuación.

LIBRO QUINTO

(3) Hasta aquí terminamos, según nuestras fuerzas, la exposición 233
de las revoluciones de la tierra alrededor del Sol, y de la Luna alrededor de la tierra. Ahora nos acercamos al movimiento de cinco estrellas errantes, cuyo orden y magnitud de las órbitas la misma movilidad de la tierra enlaza, con acuerdo maravilloso y segura simetría, tal como reseñamos sumariamente en el libro primero, cuando mostramos que las órbitas tenían sus centros no con respecto a la tierra sino más bien alrededor del Sol. Resta, pues, demostrar todo esto particular y más evidentemente y hacer realidad las promesas con suficiencia, en cuanto nos sea posible, presentando las experiencias que sean claras, tanto las que recibimos de los tiempos antiguos, como las nuestras, y con las que se tendrá mayor certeza sobre el cálculo de sus movimientos. Estos cinco astros son denominados, en el Timeo de Platón[1], según el aspecto de cada uno: Saturno, Phaenon, como si dijeras brillante y surgiente, pues se oculta menos que los demás, y ocultado por el Sol emerge más rápidamente; Júpiter, por su esplendor Phaethon; Marte, Pyrois por su resplandor ígneo; Venus [2], a veces φωσφόρος, a veces ἕσπερος, esto es Lucifer y Véspero, según que luzca por la mañana o por la tarde; y finalmente Mercurio, Stilbon por su luz resplandeciente y brillante. Ellos son arrastrados en longitud y latitud con una diferencia mayor que la Luna.

Capítulo Primero

ACERCA DE SUS REVOLUCIONES Y MOVIMIENTOS MEDIOS

(21) Dos movimientos en longitud muy diferentes aparecen en ellos. Uno es a causa del movimiento de la tierra, del que ya hablamos, el otro propio de cada uno. Al primero, no sin razón, pareció bien llamarle movimiento de conmutación, siendo el que hace aparecer en todos ellos estacionamientos, progresiones y regresiones, no porque el planeta, que avanza siempre con su propio movimiento, sea así desviado, sino que así aparece a causa de la conmutación, la cual produce el movimiento de la tierra según la diferencia y magnitud de sus órbitas.

(27) Así pues, es claro que las posiciones verdaderas de Saturno, Júpiter y Marte tan sólo se nos hacen visibles cuando están en posición acrónica[3], lo que sucede aproximadamente en medio de las retrogradaciones: pues entonces, coincidiendo con la posición media del Sol en línea recta, están exentos de aquella conmutación. En cambio, en Venus y Mercurio la razón es otra. Pues entonces se ocultan al máximo estando en conjunción con el Sol, y muestran únicamente la desviación que realizan con respecto al Sol, de modo que nunca son hallados sin tal conmutación. Luego es privativo de cada planeta su revolución de conmutación (hablo del movimiento de la tierra con respecto al planeta), que se explica por medio de ambos [la tierra y el planeta]. Pues afirmamos que el movimiento de conmutación [la paralaje] no es otra cosa sino aquel en que el
234 movimiento regular de la tierra excede al movimiento de aquellos planetas, como en Saturno, Júpiter, Marte, o es excedido, como en Venus y Mercurio. Pero, puesto que tales períodos de conmutaciones se hallaron desiguales con una clara diferencia, los antiguos advirtieron que también eran desiguales los movimientos de aquellas estrellas, y tenían ápsides de círculos, a partir de los cuales su irregularidad volvía a empezar: y pensaron que éstos [ápsides] tenían sede perpetua en la esfera de las estrellas no errantes. Con este argumento se inició el aprendizaje de sus movimientos medios y períodos regulares. Como tenían claro en la memoria la posición de alguno con respecto a una distancia fija a partir del Sol y una estrella fija, y averiguaron que después de un intervalo de tiempo la estrella llegaba al mismo lugar con idéntica distancia del Sol, les pareció que el planeta había recorrido todo el movimiento irregular y de nuevo volvía a la primera posición en relación con la tierra

Y así, por el tiempo que transcurrió, calcularon el número de revoluciones íntegras e iguales, y mediante ellas los movimientos particulares de la estrella [el planeta].

(14) Ptolomeo[4] reseñó estos circuitos por el número de años solares, que tomó de Hiparco, según confiesa. Y quieren que se entiendan como años solares los que se miden a partir de un equinoccio o un solsticio. Pero ya quedó patente que tales años no son completamente iguales; por tanto utilizaremos los que se miden con respecto a las estrellas fijas; por medio de los cuales restablecimos los movimientos de estas cinco estrellas con mayor corrección, de acuerdo con los excesos o defectos que encontramos en nuestro tiempo, de esta manera:

(21) Con respecto a Saturno, la tierra da la vuelta cincuenta y siete veces, movimiento al que llamamos de conmutación[5], en LIX de nuestros años solares, un día, VI minutos, y casi XLVIII segundos: en cuyo tiempo la estrella [el planeta] por su propio movimiento da dos veces la vuelta, añadiendo un sólo grado, VI minutos, VI segundos. Júpiter es superado sesenta y cinco veces por la tierra en LXXI años solares, a los que faltan V días, XLV minutos, XXVII segundos: en los que la estrella da la vuelta por su movimiento seis veces, faltándole V grados, XLI minutos, II segundos y medio. Las revoluciones de conmutación de Marte son XXXVII en LXXIX años solares, II días, XXVII minutos, III segundos, en cuyo tiempo la estrella por su movimiento completa cuarenta y dos períodos, y añade II grados, XXIIII minutos, LVI segundos. Venus supera cinco veces el movimiento de la tierra en VIII años solares, menos II días, XXVI minutos, XLVI segundos. Y con seguridad durante este tiempo circundó al Sol tres veces, menos dos grados, XXIV minutos, XL segundos. Mercurio, a su vez, realiza CXLV períodos de conmutación en cuarenta y seis años solares, añadiendo XXXIIII minutos de día, XXIII segundos, con los cuales también supera al movimiento de la tierra, por lo que 235
alrededor del Sol da la vuelta ciento noventa y una veces, añadiendo XXXIIII minutos de día, y casi XXIII segundos.

(3) Por lo tanto los circuitos de las conmutaciones son privativos de cada uno: el de Saturno en CCCLXXVIII días, V minutos, XXXII segundos, XI terceros. El de Júpiter en CCCIIC días, XXIII minutos, II segundos, 56 terceros. El de Marte en DCCLXXIX días, LVI minutos, IXX segundos, VII terceros. El de Venus, en DLXXXIII días, LV minutos, XVII segundos, XXIIII terceros. El de Mercurio, en CXV días, LII minutos, XLII segundos, XII terceros. Los cuales reducidos a grados de círculo y

multiplicados por CCCLXV, repartidos según su número de días y minutos, tendremos el movimiento anual de Saturno de CCCXLVII grados, XXXII minutos, II segundos, LIIII terceros, 12 cuartos. De Júpiter, CCCXXIX grados, XXV, VIII, XV, VI. De Marte, CLXVIII grados, XXVIII minutos, XXIX, XIII, XII. De Venus, CCXXV grados, I minuto, XLVIII, LIIII, XXX. El de Mercurio después de tres revoluciones, LIII grados, LVI minutos, XLVI, LIIII, XL. La trescientas sesenta y cincoava parte de estos será el movimiento diurno de Saturno de LVII minutos, VII, XLIIII, Júpiter, de LIIII minutos, IX, III, IL. Marte, de XXVII minutos, XLI, XL, VIII. Venus, de XXXVI minutos, IL, XXVIII, XXXV. Mercurio, III grados, VI minutos, XXIIII, VII, XLIII, según son expuestos en las tablas que siguen (parecidas a los movimientos medios del Sol y de la Luna).

(22) En cambio, pensamos que era superfluo extenderse también con respecto a sus movimientos propios. Pues constan restando éstos del movimiento medio del Sol, al que ellos componen[6] (como dijimos). Pero cualquiera no contento con esto, puede hacerlo por su gusto. Ya que el movimiento propio y anual de Saturno con respecto a la esfera de las estrellas no errantes es de XII grados, XII minutos, XLVI, XII, LII. El de Júpiter de XXX grados, XIX minutos, XL, LI, LVIII. El de Marte, de CLXXXXI grados, XVI minutos, XIX, LXXX, LII. En cambio, con respecto a Venus y Mercurio[7], puesto que no se nos muestran, el movimiento del Sol se utiliza y suple en lugar de ellos, mediante el cual sus apariencias se conocen y demuestran, como vemos a continuación:

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE SATURNO EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años Egipcios	Movimiento					Años Egipcios	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	5	47	32	3	9	31	5	33	33	37	59
2	5	35	4	6	19	32	5	21	5	41	9
3	5	22	36	9	29	33	5	8	37	44	19
4	5	10	8	12	38	34	4	56	9	47	28
5	4	57	40	15	48	35	4	43	41	50	38
6	4	45	12	18	58	36	4	31	12	53	48
7	4	32	44	22	7	37	4	18	45	56	57
8	4	20	16	25	17	38	4	6	18	0	7
9	4	7	48	28	27	39	3	53	50	3	17
10	3	55	20	31	36	40	3	41	22	6	26
11	3	42	52	34	46	41	3	28	54	9	36
12	3	30	24	37	56	42	3	16	26	12	46
13	3	17	56	41	5	43	3	3	58	15	55
14	3	5	28	44	15	44	2	51	30	19	5
15	2	53	0	47	25	45	2	39	2	22	15
16	2	40	32	50	34	46	2	26	34	25	24
17	2	28	4	53	44	47	2	14	6	28	34
18	2	15	36	56	54	48	2	1	38	31	44
19	2	3	9	0	3	49	1	49	10	34	53
20	1	50	41	3	13	50	1	36	42	38	3
21	1	38	13	6	23	51	1	24	14	41	13
22	1	25	45	9	32	52	1	11	46	44	22
23	1	13	17	12	42	53	0	59	18	47	32
24	1	0	49	15	52	54	0	46	50	50	42
25	0	48	21	19	1	55	0	44	22	53	51
26	0	35	53	22	11	56	0	21	54	57	1
27	0	23	25	25	21	57	0	9	27	0	11
28	0	10	57	28	30	58	5	56	59	3	20
29	5	58	29	31	40	59	5	44	31	6	30
30	5	46	1	34	50	60	5	32	3	9	40

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE SATURNO EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA Y FRACCIONES DE DIA

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	57	7	44	31	0	29	30	59	46
2	0	1	54	15	28	32	0	30	28	7	30
3	0	2	51	23	12	33	0	31	25	15	14
4	0	3	48	30	56	34	0	32	22	22	58
5	0	4	45	38	40	35	0	33	19	30	42
6	0	5	42	46	24	36	0	34	16	38	26
7	0	6	39	54	8	37	0	35	13	46	1
8	0	7	37	1	52	38	0	36	10	53	55
9	0	8	34	9	36	39	0	37	8	1	39
10	0	9	31	17	20	40	0	38	5	9	23
11	0	10	28	25	4	41	0	39	2	17	7
12	0	11	25	32	49	42	0	39	59	24	51
13	0	12	22	40	33	43	0	40	56	32	35
14	0	13	19	48	17	44	0	41	53	40	19
15	0	14	16	56	1	45	0	42	50	48	3
16	0	15	14	3	45	46	0	43	47	55	47
17	0	16	11	11	29	47	0	44	45	3	31
18	0	17	8	19	13	48	0	45	42	11	16
19	0	18	5	26	37	49	0	46	39	19	0
20	0	19	2	34	41	50	0	47	36	36	44
21	0		59	42	25	51	0	48	33	34	28
22	0	20	56	50	9	52	0	49	30	42	12
23	0	21	53	57	53	53	0	50	27	49	56
24	0	22	51	5	38	54	0	51	24	57	40
25	0	23	48	13	22	55	0	52	22	5	24
26	0	24	45	21	6	56	0	53	19	13	8
27	0	12	42	28	50	57	0	54	16	20	52
28	0	26	39	36	34	58	0	55	13	28	36
29	0	27	36	44	18	59	0	56	10	36	20
30	0	28	33	52	2	60	0	57	7	44	5

MOVIMIENTO DE CONMUTACION EN JUPITER EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años Egipcios	Movimiento					Años Egipcios	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	5	29	25	8	15	31	2	11	59	15	48
2	4	58	50	16	30	32	1	41	24	24	3
3	4	28	15	24	45	33	1	10	49	32	18
4	3	57	40	33	0	34	0	40	14	40	33
5	3	27	5	41	15	35	0	9	39	48	48
6	2	56	30	49	30	36	5	39	4	57	3
7	2	25	55	57	45	37	5	8	30	5	18
8	1	55	21	6	0	38	4	37	55	13	33
9	1	24	46	14	15	39	4	7	20	21	48
10	0	54	11	22	31	40	3	36	45	30	4
11	0	23	36	30	46	41	3	6	10	38	19
12	5	53	1	39	1	42	2	35	35	46	34
13	5	22	26	47	16	43	2	5	0	54	49
14	4	51	51	55	31	44	1	34	26	3	4
15	4	21	17	3	46	45	1	3	51	11	19
16	3	50	42	12	1	46	0	33	16	19	34
17	3	20	7	20	16	47	0	2	41	27	49
18	2	49	32	28	31	48	5	32	5	36	4
19	2	18	57	36	46	49	5	1	31	44	19
20	1	48	22	45	2	50	4	30	56	52	34
21	1	17	47	53	17	51	4	0	22	0	50
22	0	47	13	1	32	52	3	29	47	9	5
23	0	16	38	9	47	53	2	59	12	17	20
24	5	46	3	18	2	54	2	28	37	25	35
25	5	15	28	26	17	55	1	58	2	33	50
26	4	44	53	34	32	56	1	27	27	42	5
27	4	14	18	42	47	57	0	56	52	50	20
28	3	43	43	51	2	58	0	26	17	58	35
29	3	13	8	59	17	59	5	55	43	6	50
30	2	42	34	7	33	60	5	25	8	15	6

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE JUPITER EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA Y FRACCIONES DE DIA

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	54	9	3	31	0	27	58	40	58
2	0	1	48	18	7	32	0	28	52	50	2
3	0	2	42	27	11	33	0	29	46	59	5
4	0	3	36	36	15	34	0	30	41	8	9
5	0	4	30	45	19	35	0	31	35	17	13
6	0	5	24	54	22	36	0	32	29	26	17
7	0	6	19	3	26	37	0	33	23	35	21
8	0	7	13	12	30	38	0	34	17	44	25
9	0	8	7	21	34	39	0	35	11	53	29
10	0	9	1	30	38	40	0	36	6	2	32
11	0	9	55	39	41	41	0	37	0	11	36
12	0	10	49	48	45	42	0	37	54	20	40
13	0	11	43	57	49	43	0	38	48	29	44
14	0	12	38	6	53	44	0	39	42	38	47
15	0	13	32	15	57	45	0	40	36	47	51
16	0	14	26	25	1	46	0	41	30	56	55
17	0	15	20	34	4	47	0	42	25	5	59
18	0	16	14	43	8	48	0	43	19	15	3
19	0	17	8	52	12	49	0	44	13	24	6
20	0	18	3	1	26	50	0	45	7	33	10
21	0	18	57	10	20	51	0	46	1	42	14
22	0	19	51	19	23	52	0	46	55	51	18
23	0	20	45	28	27	53	0	47	50	0	22
24	0	21	39	37	31	54	0	48	44	9	26
25	0	22	33	46	35	55	0	49	38	18	29
26	0	23	27	55	39	56	0	50	32	27	33
27	0	24	22	4	43	57	0	51	26	36	37
28	0	25	16	13	46	58	0	52	20	45	41
29	0	26	10	22	50	59	0	53	14	54	45
30	0	27	4	31	54	60	0	54	9	3	49

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE MARTE EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años Egipcios	Movimiento					Años Egipcios	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	2	48	28	30	36	31	3	2	43	48	38
2	5	36	57	1	12	32	5	51	12	19	14
3	2	25	25	31	48	33	2	39	40	49	50
4	5	13	54	2	24	34	5	28	9	20	26
5	2	2	22	33	0	35	2	16	37	51	2
6	4	50	51	3	36	36	5	5	6	21	38
7	1	39	19	34	12	37	1	53	34	52	14
8	4	27	48	4	48	38	4	42	3	22	50
9	1	16	16	35	24	39	1	30	31	53	26
10	4	4	45	6	0	40	4	19	0	24	2
11	0	53	13	36	36	41	1	7	28	54	38
12	3	41	42	7	12	42	3	55	57	25	14
13	0	30	10	37	48	43	0	44	25	55	50
14	3	18	39	8	24	44	3	32	54	26	26
15	0	7	7	39	1	45	0	21	22	57	3
16	2	55	39	9	37	46	3	9	51	27	39
17	5	44	4	40	13	47	5	58	19	58	15
18	2	32	33	10	49	48	2	46	48	28	51
19	5	21	1	41	25	49	5	35	16	59	27
20	2	9	30	12	1	50	2	23	45	30	3
21	4	57	58	42	37	51	5	12	14	0	39
22	1	46	27	13	13	52	2	0	42	31	15
23	4	34	55	43	49	53	4	49	11	1	51
24	1	23	24	14	25	54	1	37	39	32	27
25	4	11	52	45	1	55	4	26	8	3	3
26	1	0	21	15	37	56	1	14	36	33	39
27	3	48	49	46	13	57	4	3	5	4	15
28	0	37	18	16	49	58	0	51	33	34	51
29	3	25	46	47	25	59	3	40	2	5	27
30	0	14	15	18	2	60	0	28	30	36	4

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE MARTE EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA Y FRACCIONES DE DIA

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	27	41	40	31	0	14	18	31	51
2	0	0	55	23	20	32	0	14	46	13	31
3	0	1	23	5	1	33	0	15	14	55	12
4	0	1	50	46	41	34	0	15	41	36	52
5	0	2	18	28	21	35	0	16	9	18	32
6	0	2	46	10	2	36	0	16	37	0	13
7	0	3	13	51	42	37	0	17	4	41	53
8	0	3	41	33	22	38	0	17	32	23	33
9	0	4	9	15	3	39	0	18	0	5	14
10	0	4	36	56	43	40	0	18	27	46	54
11	0	5	4	38	24	41	0	18	55	28	35
12	0	5	32	20	4	42	0	19	23	10	15
13	0	6	0	1	24	43	0	19	50	51	55
14	0	6	27	43	44	44	0	20	18	33	36
15	0	6	55	25	25	45	0	20	46	15	16
16	0	7	23	61	45	46	0	21	13	56	56
17	0	7	50	48	26	47	0	21	41	38	37
18	0	8	18	30	6	48	0	22	9	20	17
19	0	8	46	11	47	49	0	22	37	1	57
20	0	9	13	53	27	50	0	23	4	43	38
21	0	9	41	35	7	51	0	23	32	25	18
22	0	10	9	16	48	52	0	24	0	6	59
23	0	10	36	58	28	53	0	24	27	48	39
24	0	11	4	40	8	54	0	24	55	30	19
25	0	11	32	21	49	55	0	25	23	12	0
26	0	12	0	3	29	56	0	25	50	53	40
27	0	12	27	45	9	57	0	26	18	35	20
28	0	12	55	26	49	58	0	26	46	17	1
29	0	13	23	8	30	59	0	27	13	58	41
30	0	13	50	50	11	60	0	27	41	40	22

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE VENUS EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años Egipcios	Movimiento					Años Egipcios	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	3	45	1	45	3	31	2	15	54	16	53
2	1	30	3	30	7	32	0	0	56	1	57
3	5	15	5	15	11	33	3	45	57	47	1
4	3	0	7	0	44	34	1	30	59	32	4
5	0	45	8	45	18	35	5	16	1	17	8
6	4	30	10	30	22	36	3	1	3	2	12
7	2	15	12	15	25	37	0	46	4	47	15
8	0	0	14	0	29	38	4	31	6	32	19
9	3	45	15	45	33	39	2	16	8	17	23
10	1	30	17	30	36	40	0	1	10	2	26
11	5	15	19	15	40	41	3	46	11	47	30
12	3	0	21	0	44	42	1	31	13	32	34
13	0	45	22	45	47	43	5	16	15	17	37
14	4	30	24	30	51	44	3	1	17	2	41
15	2	15	26	15	55	45	0	46	18	47	45
16	0	0	28	0	58	46	4	31	20	32	48
17	3	45	29	46	2	47	2	16	22	17	52
18	1	30	31	31	6	48	0	1	24	2	56
19	5	15	33	16	9	49	3	46	25	47	59
20	3	0	35	1	13	50	1	31	27	33	3
21	0	45	36	46	17	51	5	16	29	18	7
22	4	30	38	31	20	52	3	1	31	3	10
23	2	15	40	16	24	53	0	46	32	48	14
24	0	0	42	1	28	54	4	31	34	33	18
25	3	45	43	46	31	55	2	16	36	18	21
26	1	30	45	31	35	56	0	1	38	3	25
27	5	15	47	16	39	57	3	46	39	48	29
28	3	0	49	1	42	58	1	31	41	33	32
29	0	45	50	46	46	59	5	16	43	18	36
30	4	30	52	31	50	60	3	1	45	3	40

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE VENUS EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA Y FRACCIONES DE DIA

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	0	36	59	28	31	0	19	6	43	46
2	0	1	13	58	57	32	0	19	43	43	14
3	0	1	50	58	25	33	0	20	20	42	43
4	0	2	27	57	54	34	0	20	57	42	11
5	0	3	4	57	22	35	0	21	34	41	40
6	0	3	41	56	51	36	0	22	11	41	9
7	0	4	18	56	20	37	0	22	48	40	37
8	0	4	55	55	48	38	0	23	25	40	6
9	0	5	32	55	17	39	0	24	2	39	34
10	0	6	9	54	45	40	0	24	39	39	3
11	0	6	26	54	14	41	0	25	16	38	31
12	0	7	23	53	43	42	0	25	53	38	0
13	0	8	0	53	11	43	0	26	30	37	29
14	0	8	37	52	40	44	0	27	7	36	57
15	0	9	14	52	8	45	0	27	44	36	26
16	0	9	51	51	37	46	0	28	21	35	54
17	0	10	28	51	5	47	0	28	58	35	23
18	0	11	5	50	34	48	0	29	35	34	52
19	0	11	42	50	2	49	0	30	12	34	20
20	0	12	19	49	31	50	0	30	49	33	49
21	0	12	56	48	59	51	0	31	26	33	17
22	0	13	33	48	28	52	0	32	13	32	46
23	0	13	10	47	57	53	0	32	40	32	14
24	0	14	47	47	26	54	0	33	17	31	43
25	0	15	24	46	54	55	0	33	54	31	12
26	0	16	1	46	23	56	0	34	31	30	40
27	0	16	38	45	51	57	0	35	8	30	9
28	0	17	15	45	20	58	0	35	45	29	37
29	0	17	52	44	48	59	0	36	22	29	6
30	0	18	29	44	17	60	0	36	59	28	35

MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE MERCURIO EN AÑOS Y PERIODOS DE SESENTA AÑOS

Años Egipcios	Movimiento					Años Egipcios	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	53	57	23	6	31	3	52	38	56	21
2	1	47	54	46	13	32	4	46	36	19	28
3	2	41	52	9	19	33	5	40	33	42	34
4	3	35	49	32	26	34	0	34	31	5	41
5	4	29	46	55	32	35	1	28	28	28	47
6	5	23	44	18	39	36	2	22	25	51	54
7	0	17	41	41	45	37	3	16	23	15	0
8	1	11	39	4	52	38	4	10	20	38	7
9	2	5	36	27	58	39	5	4	18	1	13
10	2	59	33	51	5	40	5	58	15	24	20
11	3	53	31	14	11	41	0	52	12	47	26
12	4	47	28	37	18	42	1	46	10	10	33
13	5	41	26	0	24	43	2	40	7	33	39
14	0	35	23	23	31	44	3	34	4	56	46
15	1	29	20	46	37	45	4	28	2	19	52
16	2	23	18	9	44	46	5	21	59	42	59
17	3	17	15	32	50	47	0	15	57	6	5
18	4	11	12	55	57	48	1	9	54	29	12
19	5	5	10	19	3	49	2	3	51	52	18
20	5	59	7	42	10	50	2	57	49	15	25
21	0	53	5	5	16	51	3	51	46	38	31
22	1	47	2	28	23	52	4	45	44	1	38
23	2	40	59	51	29	53	5	39	41	24	44
24	3	34	57	14	36	54	0	33	38	47	51
25	4	38	54	37	42	55	1	27	36	10	57
26	5	22	52	0	49	56	2	21	33	34	4
27	0	16	49	23	55	57	3	15	30	57	10
28	1	10	46	47	2	58	4	9	28	20	17
29	2	4	44	10	8	59	5	3	25	43	23
30	2	58	41	33	15	60	5	57	23	6	30

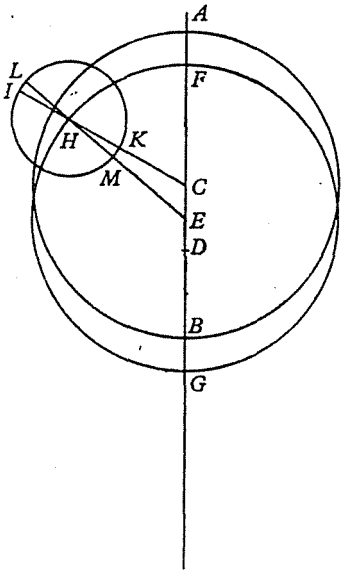
MOVIMIENTO DE CONMUTACION DE MERCURIO EN DIAS, GRUPOS DE SESENTA Y FRACCIONES DE DIA

Días	Movimiento					Días	Movimiento				
	60º	º	'	"	"'		60º	º	'	"	"'
1	0	3	6	24	13	31	1	36	18	31	3
2	0	6	12	48	27	32	1	39	24	55	17
3	0	9	19	12	41	33	1	42	31	19	31
4	0	12	25	36	54	34	1	45	37	43	44
5	0	15	32	1	8	35	1	48	44	7	58
6	0	18	38	25	22	36	1	51	50	32	12
7	0	21	44	49	35	37	1	54	56	56	25
8	0	24	51	13	49	38	1	58	3	20	39
9	0	27	57	38	3	39	2	1	9	44	53
10	0	31	4	2	16	40	2	4	16	9	6
11	0	34	10	26	30	41	2	7	22	33	20
12	0	37	16	50	44	42	2	10	28	57	34
13	0	40	23	14	57	43	2	13	35	21	47
14	0	43	29	39	11	44	2	16	41	46	1
15	0	46	36	3	25	45	2	19	48	10	15
16	0	49	42	27	38	46	2	22	54	34	28
17	0	52	48	51	52	47	2	26	0	58	42
18	0	55	55	16	6	38	2	29	7	22	56
19	0	59	1	40	19	49	2	32	13	47	9
20	1	2	8	4	33	50	2	35	20	11	23
21	1	5	14	28	47	51	2	38	26	35	37
22	1	8	20	53	0	52	2	41	32	59	50
23	1	11	27	17	14	53	2	44	39	24	4
24	1	14	33	41	28	54	2	47	45	48	18
25	1	17	40	5	41	55	2	50	52	12	31
26	1	20	46	29	55	56	2	53	58	36	45
27	1	23	52	54	9	57	2	57	5	0	59
28	1	26	59	18	22	58	3	0	11	25	12
29	1	30	5	42	36	59	3	3	17	49	26
30	1	33	12	6	50	60	3	6	24	13	40

Capítulo II

DEMOSTRACIÓN DE LA REGULARIDAD Y DE LA APARIENCIA DE ESTAS ESTRELLAS, SEGÚN LA OPINIÓN DE LOS ANTIGUOS

(4) En consecuencia, el movimiento medio de éstos [planetas] se encuentra de este modo. Ahora atendamos a la irregularidad aparente. Los matemáticos antiguos[8], que consideraban la tierra inmóvil, imaginaron en el caso de Saturno, Júpiter, Marte y Venus epiciclos excéntricos y además otro excéntrico, con respecto al cual se moviese el epiciclo con regularidad, y el planeta en el epiciclo. Del mismo modo como si AB fuera el círculo excéntrico, cuyo centro está en C, y su diámetro ACB, en el cual estuviera el centro de la tierra D, su apogeo en A, el perigeo en B, y también DC está cortada por la mitad en el punto E, haciendo centro en el cual descríbase otro excéntrico FG igual al anterior, en el que tomando como centro H dibújese el epiciclo IK, y trácese por su centro la línea recta IKC, y del mismo modo LHME. Entiéndase también que los excéntricos están inclinados con respecto al plano de la eclíptica, y el epiciclo con respecto al plano del excéntrico, a causa de las latitudes propias del planeta, pero aquí están como en un sólo plano para comodidad de la demostración. 246



(16) Así pues, dicen que todo este plano con los puntos E, C, se mueve alrededor del centro D de la órbita de la eclíptica, en relación al movimiento de las estrellas fijas: por lo cual quieren que se entienda que estas posiciones inamovibles con respecto a la esfera de las estrellas no errantes tienen también un epiciclo que se mueve hacia el este en el círculo FHG, pero de acuerdo con la línea IHC, también con respecto a la que se mueve la estrella [el planeta] con regularidad en el epiciclo IK.

Por otra parte, conta que la regularidad del epiciclo debió producirse en relación al centro E de su deferente y la revolución del planeta con respecto a la línea LME. Así pues, conceden que en estas circunstancias la regularidad del movimiento circular puede realizarse alrededor de un centro ajeno y no del propio. Del mismo modo, e incluso más, sucede con Mercurio. Pero ya se refutó esto suficientemente, según creo, con respecto a la Luna. Estos y otros problemas semejantes[9] nos proporcionaron la ocasión de pensar sobre la movilidad de la tierra y en otros métodos con los que se mantendría la regularidad y los principios del arte, y transformar en algo más constante la razón de la irregularidad aparente.

Capítulo III

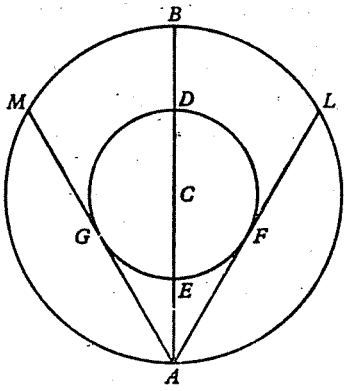
DEMOSTRACIÓN GENERAL DE LA IRREGULARIDAD APARENTE A CAUSA DEL MOVIMIENTO DE LA TIERRA

(31) Por lo tanto, dos son las causas por las que el movimiento regular del planeta aparece como irregular, tanto por el movimiento de la tierra como también por el propio movimiento: estudiaremos en general a ambos y por separado con demostración visual, para que se distingan mejor entre sí, empezando por aquél que se encuentra en todos ellos, por el movimiento de la tierra. Y en primer lugar lo referente a Venus y Mercurio, que están comprendidos dentro del círculo de la tierra.

(37) Sea, pues, el círculo AB excéntrico con respecto al Sol, círculo que ha descrito el centro de la tierra en su circuito anual, según cómo se expuso anteriormente; el centro sea C.

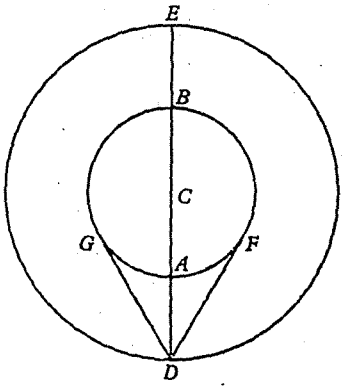
247 Ahora supongamos que el planeta no tiene ninguna otra irregularidad excepto ésta, lo cual sucederá si hacemos a DE, [círculo] bien de Venus o bien de Mercurio, homocéntrico al AB, el cual en cuanto a la latitud conviene que esté inclinado en relación al AB. Pero se consideran como si estuviesen en el mismo plano, para una demostración más cómoda, y se considera que la tierra está en el punto A, desde el que se elevan las visuales AFL y AGM, tangentes al círculo del planeta en los puntos F, G, y sea ACB el diámetro común a ambos [círculos].

(7) Sea también el movimiento de uno y otro, me refiero al de la tierra y el planeta, en la misma dirección, esto es hacia el este, pero siendo el planeta más rápido que la tierra. Por consiguiente, puesto el ojo en A, C y la línea ACB parecerá avanzar según el movimiento medio del Sol, en cambio el astro en el círculo DFG, como en un epiciclo, recorrerá en mayor tiempo el arco FDG, hacia el este, que el restante GEF hacia el oeste, y allí añade todo el ángulo FAG al movimiento medio del Sol, y aquí le resta lo mismo. Pero cuando el movimiento substractivo de la estrella, principalmente alrededor del perigeo E, fuera mayor que el aditivo del C, le parece al A que retrocede a tenor del exceso, cosa que sucede en estos astros; en los que estaría en una razón mayor la línea CE con respecto a la AE que el movimiento de A con respecto al curso del planeta, según la demostración de Apolonio de Perga [10] (como se dirá después). Pero cuando el movimiento aditivo fuera igual al sustractivo (compensados entre sí), parecerá detenerse; todo lo cual corresponde a las apariencias. En consecuencia, si no hubiera ninguna otra diferencia [irregularidad] en el movimiento de la estrella, como opinaba Apolonio, éstas podrían bastar. Pero las máximas elongaciones matutinas y vespertinas de estos astros desde la posición media del Sol, que se entienden por los ángulos FAE y GAE, no se encuentran iguales en todas partes, ni existe una conjetura para cada uno que sea evidente, ni en conjunto ni singularmente, porque los cursos de éstos no son homocéntricos con el círculo terrestre, sino con algunos otros, por lo que tiene la segunda diversidad [irregularidad].



(25) Esto mismo se demuestra también en los tres [planetas] superiores, Saturno, Júpiter, Marte, que giran alrededor de la tierra por todas partes. Repetido, pues, el círculo anterior de la tierra, añádase [el círculo] DE homocéntrico exterior en el mismo plano, en el que se toma la posición del planeta como en el punto D, desde el que se trazan las líneas rectas DF, DG, tangentes a la órbita de la tierra en los puntos F, G, y DACBE sea un diámetro común. Es evidente que desde A aparecerá tan

sólo la verdadera posición del planeta en la línea DE del movimiento medio del Sol, cuando está en posición acrónica y próximo a la tierra. Pero desde el punto opuesto, aunque en la misma línea, cuando la tierra está en B, aparecerá en conjunción con el Sol, producida por la proximidad del Sol al punto C. Pero siendo el curso de la tierra más rápido, en cuanto sobrepasa al movimiento del planeta, parecerá a lo largo del arco del apogeo que añade al movimiento de la estrella todo el ángulo GDF, y a lo largo del arco restante FAG restarle el mismo [ángulo], pero en un tiempo más corto en consonancia al arco menor FAG. Y cuando el movimiento substractivo de la tierra haya superado al movimiento aditivo de la estrella (sobre todo alrededor de A), parecerá que ésta se separa de la tierra y que se mueve hacia el oeste, y parecerá que se detine allí donde sea mínima la diferencia entre ambos movimientos contrarios, según lo apreciado por la vista. Y así se evidencia de nuevo, que todas estas cosas acontecen a causa de un único movimiento de la tierra, lo cual investigaron los antiguos por medio de los epiciclos de cada uno [de los planetas]. Pero, puesto que no se descubre el movimiento de la estrella como regular, contra la opinión de Apolonio y de los antiguos (transmitiendo esta irregularidad el movimiento de la tierra a la estrella), por tanto, los planetas no se mueven a lo largo de un círculo homocéntrico, sino de otro modo, que también demostraremos más adelante.



Capítulo IIII

DE QUÉ MODO APARECEN COMO IRREGULARES LOS MOVIMIENTOS PROPIOS DE LAS ESTRELLAS ERRANTES

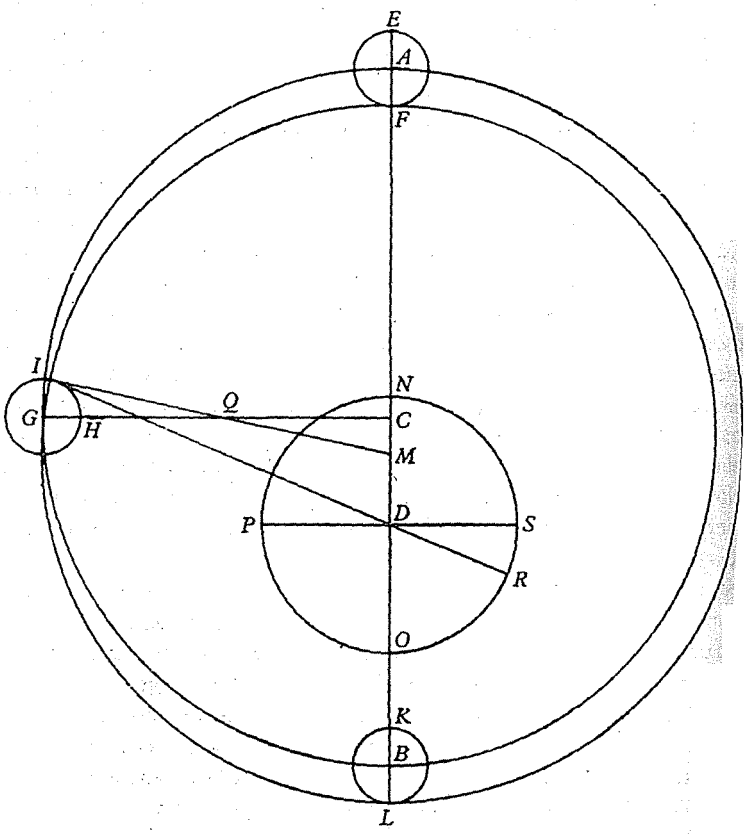
248 (3) Puesto que sus movimientos propios, según la longitud, poseen casi la misma disposición, excepto Mercurio, que pa-

rece diferir de ellos, por ello trataremos conjuntamente a los cuatro, y se asignará otro lugar para Mercurio. Así pues, donde los antiguos colocaron un sólo movimiento en dos excéntricos (como se ha señalado), nosotros pensamos que hay dos movimientos regulares, de los cuales se compone la irregularidad de la apariencia, o por un excéntrico de un excéntrico, o por un epiciclo de un epiciclo, o también de una manera mixta por un excentro-epiciclo, que pueden originar la misma irregularidad, según demostramos más arriba respecto al Sol y la Luna.

(11) Sea, por lo tanto, el círculo excéntrico AB alrededor del centro C, el diámetro ACB, en la línea media de la posición del Sol pasando por los ápsides superior e inferior del planeta, en tal diámetro el centro de la orbita de la tierra está en D, y tomando como centro el punto A en el ápside superior, y con una distancia de la tercera parte de CD, descríbase el epiciclo EF, en el perigeo del cual, que es F, colóquese el planeta. Y el movimiento del epiciclo a través del excéntrico AB se dirige hacia el este, y el movimiento del planeta en el arco superior del epiciclo de igual modo hacia el este, en el restante [arco BA] hacia el oeste, y las revoluciones de uno y otro, es decir, del epiciclo y del planeta, proporcionales entre sí. Además acontece, que cuando el epiciclo está en el ápside superior del excéntrico y el planeta por el contrario en el perigeo del epiciclo [11], se invierten mutuamente en direcciones contrarias, cuando uno y otro recorre su hemiciclo. Pero en ambos cuadrantes medios, uno y otro [círculo] tendrá su ápside medio, y entonces sólo [en el primer caso] el diámetro[12] del epiciclo será [paralelo] a la línea AB y en las posiciones contrarias estos diámetros son perpendiculares a AB, en el resto [del recorrido] estará siempre aproximándose o alejándose [de la perpendicular]: todo lo cual se sigue fácilmente como consecuencia de estos movimientos[13].

(25) A partir de aquí también se demuestra que, a causa de este movimiento compuesto, el astro no describe un círculo perfecto según la opinión de los matemáticos antiguos, sin embargo, la diferencia es insensible. Vuélvase a trazar el mismo epiciclo KL con centro en B, y tomando AG como cuadrante del círculo, HI un epiciclo en el mismo punto G y cortada CD en tres partes, sea CM una tercera parte igual a GI, y únanse GC, IM que se cortan en Q. Así pues, el arco AG es igual según lo prescrito al arco HI y el ángulo ACG es recto, recto es, pues, también el ángulo HGI y los que tienen como vértice

a Q también son iguales: luego los triángulos GIQ y QCM son equiángulos, y también de iguales lados uno y otro, porque la base GI se ha establecido igual a la base CM; y la subtensa QI es mayor que GQ, y también QM mayor que QC. Luego la recta total IQM es mayor que la total GQC. Pero FM, ML, AC, CG son iguales entre sí. Por lo tanto, un círculo descrito con centro en M por los puntos F, L, y en consecuencia igual al círculo AB, cortará a la línea IM. Del mismo modo se demos-



trará en el cuadrante opuesto, u otro. Consiguientemente el planeta, a causa de los movimiento regulares del epiciclo en el excéntrico y de él mismo en el epiciclo, no describe un círculo perfecto, sino casi perfecto: que era lo que se trataba de demostrar.

(40) Descríbase ahora, con centro en D, la órbita anual de la tierra, que sea NO, y prolónguese IDR, y además PDS paralelo [diámetro] a CG: por lo tanto IDR será la línea recta del movimiento real del planeta, GC la de los movimientos medio y regular, y en R estará el verdadero apogeo de la tierra con 249
respecto al planeta, en S el [apogeo] medio. Por tanto, el ángulo RDS o el IDP es la diferencia de uno y otro movimiento, o sea la diferencia entre el movimiento regular y el aparente, o sea entre el ángulo ACG y el CDI. Como si en lugar del excéntrico AB tomáramos un homocéntrico igual al mismo [AB] alrededor del punto D, como deferente de un epiciclo, cuyo radio [el de este epiciclo] fuera igual a CD, y sobre éste, también otro epiciclo, cuyo diámetro sea la mitad de CD [14]. Y muévase el primer epiciclo hacia el este, en cambio el segundo al contrario, en éste además el planeta retrocede a causa del doble movimiento: sucede lo mismo, como ya dijimos, y no de otra manera muy distinta a como con la Luna o cualquiera de los modos anteriormente dichos. Pero elegimos este excéntrico-epiciclo, porque permaneciendo siempre entre el Sol y el centro C, parece entretanto D haber cambiado, como se mostró en las apariencias solares. Para los que no se pliegan regularmente a esta mutación, es necesario que haya en ellos alguna diferencia, que aunque sea muy pequeña, se advierte, sin embargo, en Venus y Marte, según se verá en su lugar.

(14) Que estas hipótesis son suficientes para las apariencias, lo demostraremos en lo sucesivo a partir de las observaciones. Y ello, en primer lugar de Saturno, Júpiter y Marte, en los que es muy importante y difícil de encontrar la posición del apogeo y la distancia CD, puesto que a partir de aquí lo demás se demuestra fácilmente. En ellos usaremos el método que utilizamos con respecto a la Luna, o sea comparando tres oposiciones solares antiguas a otras tantas nuevas, a las que los griegos llaman resplandores acrónicos 250
de las mismas, nosotros [posiciones] extremas en las noches, es decir, cuando el planeta, opuesto al Sol, incide en la línea recta del movimiento medio del Sol, donde se despoja de toda aquella irregularidad que impone el movimiento de la tierra. Tales posi-

ciones son determinadas por observaciones mediante instrumentos astrolábicos (como se expuso anteriormente), empleando también el cálculo del Sol, hasta que se tenga constancia de que el planeta ha llegado al punto opuesto a éste.

Capítulo V

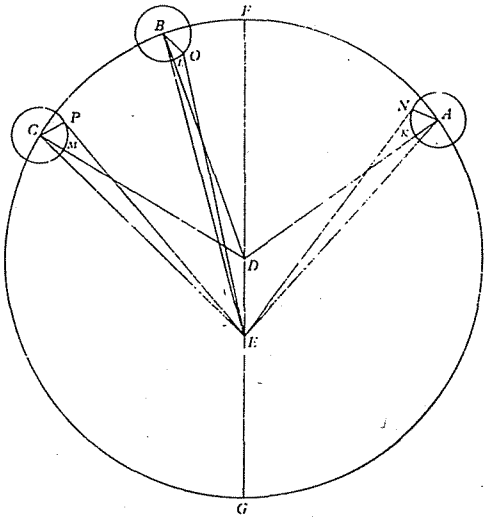
DEMOSTRACIONES DEL MOVIMIENTO DE SATURNO

(9) Empecemos, pues, por Saturno, tomando tres posiciones «acrónicas» observadas en otro tiempo por Ptolomeo. La primera de éstas fue en el año undécimo de Adriano, en el día séptimo del mes Mechyr [15], en la primera hora de la noche, en el año CXXVII de Cristo, el día séptimo antes de las Calendas de Abril, transcurridas XVII horas iguales desde la media noche en relación al meridiano de Cracovia, que encontramos dista una hora de Alejandría. Se halló la posición de la estrella a CLXXIII grados, y casi XL minutos con respecto a la esfera de las estrellas fijas, a la que referimos todas estas cosas como punto de partida de los movimientos regulares, mientras tanto el Sol, en su movimiento simple, estaba entonces en la posición opuesta, a CCCLIIII grados, XL minutos, tomado el origen a partir del cuerpo de Aries. La segunda se realizó en el año XVII de Adriano en el día XVIII del mes Epiphi, según los egipcios, pero según los romanos en el año CXXXIII de Cristo, en el día tercero antes de las Nonas de Junio, once horas equinocciales a partir de media noche y encuentra la estrella a CCXLIII grados, tres minutos, estando el Sol, en su movimiento medio, a LXIII grados, III minutos, a las XV horas a partir de la media noche. Después refiere la tercera en el año vigésimo de Adriano, en el mes Mezori según los egipcios, en el día XXIIII del mes, que era el año CXXXVI de Cristo, en el día octavo antes de los Idus de Julio, a las XI horas desde la media noche, e igualmente según el meridiano de Cracovia a CCLXXVII grados, XXXVII minutos, mientras el Sol estaba en su movimiento medio IIIC grados, XXXVII minutos.

(27) Por lo tanto, en el primer intervalo hay VI años, LXX días, LV minutos, durante los cuales la estrella se movió según percibió la vista LVIII grados, XXIII minutos, el movimiento medio de la tierra con referencia a la estrella, esto es el de conmutación, de

CCCLII grados, XLIIII minutos. En consecuencia los VII grados, XVI minutos que faltan para un círculo, se añaden al movimiento medio de la estrella, de modo que será de LXXV grados, XXXIX minutos. En el segundo intervalo hay tres años egipcios, XXXV días, L minutos; el movimiento aparente del planeta es de XXXIIII grados, XXXIIII minutos, el de conmutación de CCCLVI grados, XLIII minutos, y los III grados, XVII minutos que faltan para el círculo se añaden al movimiento aparente de la estrella, para que su movimiento medio sea de XXXVII grados, LI minutos.

(37) Examinados así estos datos, descríbase el círculo excéntrico del planeta ABC, cuyo centro sea D, un diámetro FDG, en el que esté E centro de la gran órbita de la tierra. Y sea A el centro del epiciclo en la primera posición de la noche, B en la segunda, C en la tercera. Alrededor de los cuales se describirá el epiciclo a tenor de la tercera parte de la distancia de DE; únanse los centros A, B, C, con D, E, mediante líneas rectas, que cortarán la circunferencia 251
del epiciclo en los puntos K, L, M, y tómense los arcos KN igual a AF, LO a BF y MP a FBC, y conéctese EN, EO, EP. Según el cálculo, el arco AB es de LXXV grados, XXXIX minutos, BC de XXXVII grados, LI minutos. El ángulo del movimiento aparente NEO de LXVIII grados, XXIII minutos y el OEP de XXXIIII grados, XXXIIII minutos. Primeramente se propone el examinar la posición del ápside superior e inferior, esto es de F, G, junto con la distancia entre los centros D, E, sin los cuales no hay modo de discernir el movimiento regular y el aparente.



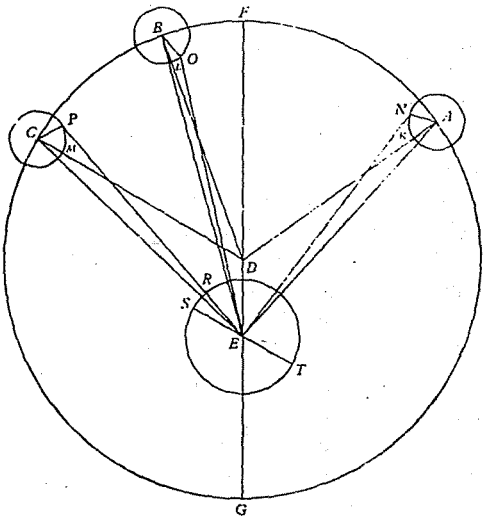
(10) Pero se presenta aquí una dificultad no menor a la que se le presentó a Ptolomeo en este mismo lugar. Porque si el ángulo dado NEO comprendiera al arco dado AB, y el OEP al BC, quedaría claro el camino para demostrar lo que buscamos. Pero el arco conocido AB subtiende al ángulo desconocido AEB y de igual

modo, bajo el arco conocido BC está el ángulo desconocido BEC: convenía conocer ambos. Pero no puede percibirse las diferencias entre los ángulos AEN, BEO y CEP, si antes no se han fijado los arcos AF, FB y FBC semejantes a los del epiciclo y por tanto dependientes entre sí, de manera que se conocen o se desconocen a la vez. Por eso quienes estaban apartados de los medios de demostración se apoyaron en [métodos] a posteriori y en rodeos,
252 donde no se les mostró un acceso directo y a priori. Así Ptolomeo, en estas investigaciones, se extendió en una ingente multitud de números con un razonamiento prolijo, que considero molesto y superfluo detallar, sobre todo porque en nuestros cálculos que siguen a continuación tendremos que imitar casi el mismo método. Finalmente en la revisión de sus cálculos encuentra que el arco AF tiene LVII grados, I minuto, FB XVIII grados, XXXVII minutos, FBC de LVI grados y medio, la distancia DE entre los centros tiene VI unidades, L minutos, teniendo DF LX; pero son 1.016 [16], siendo en nuestros cálculos DF de diez mil. De aquéllas [1.016] tomamos las tres cuartas partes, o sea DE de 854, y la cuarta parte restante, 285, se las damos al epiciclo, tomando éstos [cálculos] y prestándoselos a nuestra hipótesis demostraremos que son congruentes con las apariencias observadas. Porque en la primera posición acrónica el lado AD del triángulo ADE vale 10.000 y DE vale 854 de las mismas unidades, siendo el ángulo ADE suplementario del ADF [ADE + ADF = 180°], de donde según lo demostrado en los triángulos planos AE consta de 10.489 partes semejantes, y los restantes ángulos DEA de LIII grados, VI minutos, DAE de III grados, LV minutos, de los que cuatro rectos son CCCLX grados; pero el ángulo KAM es igual al ADF de LVII grados, I minuto: luego todo el NAE será de LX grados, LVI minutos. Así pues, en el triángulo NAE se dan dos lados, el AE de 10.489 unidades y el NA de 285 unidades, de las que AD valía diez mil, con el ángulo NAE: se dará también el AEN que es de un grado, XXII minutos; y restando, el NED de LI grados, XLIIII minutos, de los que cuatro rectos son CCCLX grados.

(20) De modo semejante en la segunda posición acrónica. Pues, en el triángulo BDE se da el lado DE de 854 unidades, siendo BD de 10.000, con el ángulo BDE suplementario del BDF, resultará de CLXI grados, XXII minutos, y dados los lados y los ángulos, el lado BE de 10.812 unidades, siendo BD de 10.000, y el ángulo DBE de un grado XXVII minutos, y el restante BED de XVII grados, XI minutos. Pero también el ángulo OBL, igual al BDF que tenía XVIII grados, XXXVI minutos; luego todo el EBO es

de los mismos XX grados, V minutos. Así pues, en el triángulo EBO se dan dos lados, el BE de 10.812 unidades y el BO de 285 unidades, junto con el ángulo EBO: se da por la demostración de los triángulos planos el restante, el BEO de XXXII minutos. En consecuencia, queda BED de XVI grados, XXXIX minutos.

(30) También en la tercera posición acrónica se conocen dos lados, el CD y el DE, del triángulo CDE, *como antes*, y el ángulo CDE de LVI grados, XXIX minutos[17]; por el cuarto precepto de los triángulos planos, se conoce la base CE de 10.512 unidades, siendo CD de 10.000 y el ángulo DCE de III grados, LIII minutos, con el restante ángulo CED de LII grados, XXXVI minutos. Luego todo el EPC de LX grados, XXII minutos, siendo IIII rectos de CCCLX. Así también se conocen del triángulo ECP dos lados con el ángulo ECP: luego también se da el ángulo CEP que es de un grado XXII minutos, de donde también el restante PED de LI grados, XIIII minutos. De ahí se calcula todo el ángulo de apariencia OEN de LXVIII grados, XXIII minutos y el OEP de XXXIIII grados, XXXV minutos, que coinciden con lo observado. Y F, posición del ápside superior del excéntrico, alcanza los CCXXVI grados, XX minutos, desde la cabeza de Aries; a los que si se suman los VI grados, XL minutos, de la precesión del equinoccio 253
de primavera entonces existente, se llegará al grado XXIII de Scorpio según la opinión de Ptolomeo. Pues la posición aparente de la estrella en este tercer acronycio [oposición solar] (según se dijo) era de CCLXXVII grados, XIIII[18] minutos, si a éstos se les resta los LI grados, XIIII minutos, según el ángulo de apariencia, como se demostró, quedará la posición del ápside superior del excéntrico en CCXXVI grados, XXIII minutos.



(6) Se traza ahora también la órbita anual de la tierra RST, que cortará la línea PE en el punto R, y se dibuja el diámetro SET, se-

gún [paralelo a] CD línea del movimiento medio del planeta. En consecuencia, siendo iguales los ángulos SED y CDF, el ángulo SER será la diferencia y prostaféresis entre el movimiento aparente y el medio, esto es, entre los ángulos CDF y PED, y valdrá V grados, XVI minutos, y la misma [diferencia] hay entre el movimiento de conmutación medio y el verdadero, que restada del semicírculo, queda el arco RT de CLXXIIII grados, XLIIII minutos, que es el movimiento regular de conmutación, tomando T como punto de partida, esto es, desde la conjunción media del Sol y la estrella hasta la última oposición de la noche, o sea la oposición verdadera de la tierra y la estrella. Tenemos pues, que en el momento de esta observación, es decir, en el año veinteavo del mandato de Adriano, en el CXXXVI de Cristo, el día octavo antes de los Idus de Julio, XI horas después de la media noche, la anomalía de Saturno desde el ápside superior de su excéntrico es de LVI grados y medio, y el movimiento medio de conmutación de CLXXIIII grados, XLIIII minutos: ha sido oportuno que se demostrase esto por lo que sigue.

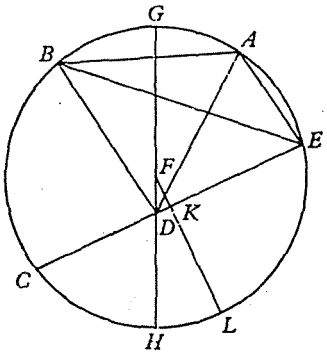
Capítulo VI

ACERCA DE OTRAS TRES POSICIONES ACRÓNICAS MÁS RECIENTES CON RESPECTO A SATURNO

254 (3) Al discrepar no poco el cálculo del movimiento de Saturno legado por Ptolomeo del de nuèstro tiempo, y no poder entenderse de inmediato en qué parte se oculta el error, nos hemos visto obligados a presentar nuevas observaciones, de las que tomamos otra vez tres oposiciones nocturnas de él [Saturno]. La primera en el año de Cristo MDXIIII, el día tercero antes de las Nonas de Mayo, una hora y 1/5 antes de media noche, momento en el que Saturno se hallaba a CCV grados, XXIIII minutos. La otra en el año MDXX de Cristo, en el tercer día antes de los Idus de Julio, al mediodía, encontrándose a CCLXXIII grados, XXV minutos. La tercera en el año MDXXVII también de Cristo, el día VI antes de los Idus de Octubre, VI horas y dos quintos después de medianoche y Saturno apareció en el VII° minuto del grado primero después del cuerno de Aries. Hay, pues, entre la primera y la segunda [oposición] VI años egipcios, LXX días, XXXIII minutos, en los cuales el movimiento aparente de Saturno fue de LXVIII

grados, un minuto. De la segunda a la tercera hay VII años egipcios, LXXXIX días, XLVI minutos, y el movimento aparente de la estrella de ochenta y seis grados, XLII minutos, y el movimiento medio durante el primer intervalo fue de LXXV grados, XXXIX minutos, en el segundo de ochenta y ocho grados, XXIX minutos. Por lo tanto en la búsqueda del ápside superior y de la excentricidad hay que proceder según la primera regla de Ptolomeo, como si la estrella se moviera en un excéntrico simple. Y aunque no sea suficiente, sin embargo, conducidos con rectitud llegaremos más fácilmente a la verdad.

(21) Sea, pues, ABC el círculo en el que se mueve el planeta con regularidad. Y esté en el punto A el primer acronycio, en B el segundo, en C el tercero, y en el mismo tómese a D como centro de la órbita de la tierra, al cual se unen AD, BD, CD, y uno cualquiera de éstos [acronycios] extiéndase en línea recta hasta la parte opuesta de la circunferencia, por ejemplo CDE, y únanse AE, BE. Puesto que es dado el ángulo BDC de LXXXVI grados, XLII minutos, siendo dos rectos de CLXXX, el ángulo restante [suplementario] BDE será de XCIII grados, XVIII minutos; pero siendo dos rectos igual a CCCLX, valdrá CLXXXVI grados, XXXVI minutos y el BED, correspondiente al arco BC, de LXXXVIII grados, XXIX minutos, y, por tanto, el ángulo restante DBE de LXXXIIII grados, LV minutos. Así, pues, conocidos los ángulos del triángulo BDE se dan los lados por la tabla, BE de 19.953 unidades y DE de 13.501 unidades, siendo el diámetro [de la circunferencia] que circunscribe al triángulo de 20.000.



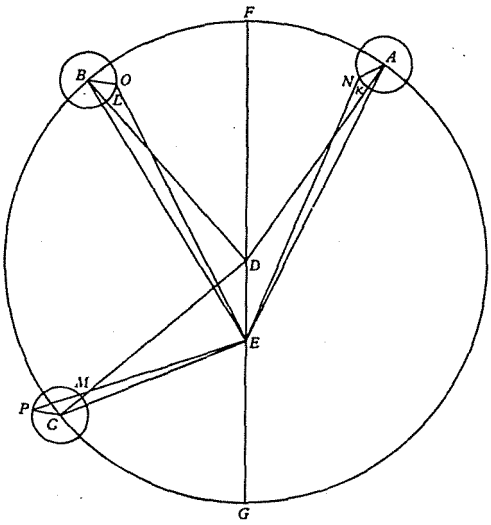
(34) De igual modo en el triángulo ADE, ya que se conoce el ángulo ADC de CLIIII grados, XLIII minutos, siendo dos rectos CLXXX, y el restante [suplementario] ADE de XXV grados, XVII minutos, pero valiendo dos rectos CCCLX, será de L grados, XXXIIII minutos, de los cuales también el AED, correspondiente al arco ABC, es de CLXIIII grados, VIII minutos, y el restante 255
DAE de CXLV grados, XVIII minutos: además también constan los lados, DE de 19.090 unidades y AE de 8.542 unidades, midiendo el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo ADE 20.000. Pero si DE medía 13.501 unidades, AE medirá 6.043 de

tales unidades, puesto que también BE medía 19.953. Por tanto, en el triángulo ABF se conocen estos dos lados, el BE y el EA, con el ángulo AEB (correspondiente al arco AB), que consta de LXXV grados, XXXVIIII minutos; así, pues, por la demostración de los triángulos planos, AB mide 15.647 unidades, de las cuales BE tenía 19.968. Pero como es dada la cuerda del arco AB de 12.266 unidades, siendo el diámetro del excéntrico de 20.000, la EB será de 15.664 unidades y la DE de 10.599. Así, pues, por medio de la cuerda BE se conoce ahora el arco BAE de CIII grados, VII minutos. De aquí que toda la EABC sea de CXCI grados, XXXVI minutos, y CE, la otra parte restante del círculo, de CLXVIII grados, XXIIII minutos, y de aquí que la cuerda CDE sea de 19.898 unidades: y la diferencia CD de 9.299 unidades [CDE – DE = 9.299]. Y ahora queda claro que si CDE fuera el diámetro del excéntrico, en ella caerían las posiciones del ápside superior e inferior y se manifestaría la distancia entre los centros, pero como el segmento EABC es mayor, en él estará el centro.

(18) Sea [el centro] F y trácese por éste y por D el diámetro GFDH y CDE perpendicular a FKL. Pero es evidente que el rectángulo contenido bajo CD, DE, es igual al que está bajo GD, DH. Pero el GD, DH con el cuadrado de FD es igual al [cuadrado] de la mitad del GDH, que es FDH. En consecuencia, restando del cuadrado de la mitad del diámetro, el rectángulo GD, DH, o su igual CD, DE, quedará el cuadrado de FD[19]. Luego, en longitud, tendremos FD de 1.200 unidades, siendo la distancia desde el centro GF de 10.000; en cambio, midiendo FG 60 unidades, FD mediría VII unidades, XII minutos, que difieren poco de Ptolomeo. Pero, puesto que CDK es la mitad de todo CDE, medirá 9.949 unidades y quedó demostrado que CD medía 9.299 unidades, por lo tanto la diferencia DK vale 650 unidades, suponiendo a GF de 10.000 y a FD de 1.200; pero midiendo FD 10.000 DK medirá 5.411, que es la mitad de la cuerda del doble del ángulo DFK: y este mismo ángulo vale XXXII grados, XLV minutos, valiendo cuatro rectos CCCLX, y por estar en el centro del círculo subtiende [cantidades] semejantes en el arco HL. Pero todo el CHL, mitad del CLE, vale LXXXIIII grados, XIII minutos; luego la diferencia CH [CHL – HL], desde la tercera posición acrónica al perigeo, vale LI grados, XXVIII minutos, que restados del semicírculo queda el arco CBG de CXXVIII grados, XXXII minutos, desde el ápside superior hasta la tercera posición acrónica. Y el
256 arco CB midiendo LXXXVIII grados, XXIX minutos, el resto BF será de XL grados, III minutos, desde el ápside superior a la

posición acrónica segunda. Después, el arco que sigue, BFA, mide LXXV grados, XXXIX minutos, y completa al AF, que desde la primera posición acrónica hasta el apogeo F mide XXXV grados, XXXVI minutos.

(5) Sea ahora el círculo ABC, su diámetro FDEG, su centro D, su apogeo F, perigeo G, el arco AF de XXXV grados, XXXVI minutos, el FB de XL grados, III minutos, el FBC de CXXVIII grados, XXXII minutos. Y se toma la distancia DE, las tres cuartas partes, o sea 900 unidades de la ya demostrada entre los centros, y la cuarta parte que queda es de 300 unidades: siendo el radio FD de 10.000, y con tal cuarta parte descríbase el epiciclo en los centros A, B, C, y se completa la figura según la hipótesis ya propuesta. Dispuesto esto así, si quisiéramos hallar las posiciones de Saturno observadas por el método antes expuesto, y que después habrá que repetir, encontramos alguna discrepancia. Y para resumir, y no cargar al lector con muchos datos y no dar la sensación de que se trabaja más en indicar errores que en mostrar inmediatamente el camino recto, todo esto conduce necesariamente, según las demostraciones de los triángulos planos, al ángulo NEO de LXVIII grados, XXXV minutos, y al otro, OEM, de LXXXVII grados, XII minutos, aunque éste es mayor que el ángulo aparente en medio grado y aquél menor en XXVI minutos. Y entonces podremos cuadrar unos y otros sólo si, movido un poco el apogeo, consideramos AF igual a XXXVIII grados, L minutos, y en consecuencia el arco FB de XXXVI grados, IL minutos, y el FBC de CXXV grados, XVIII minutos. Y también la distancia DE entre los centros medirá 854, y el radio del epiciclo 285 unidades, midiendo FD 10.000, todo lo cual aproximadamente coincide con Ptolomeo, como se expuso más arriba. A partir de aquí quedará claro que estas cantidades coinciden con las apariencias, manifestaciones



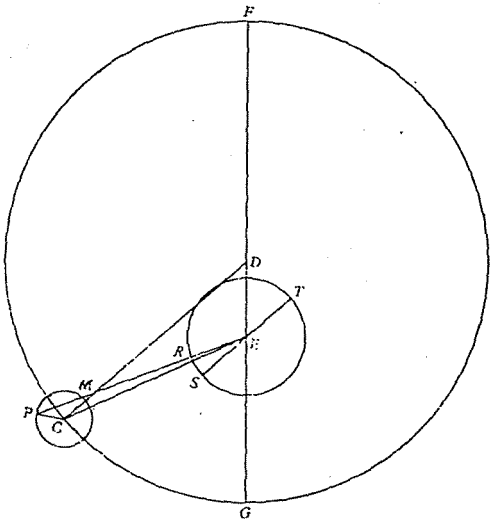
[oposiciones solares] nocturnas observadas, puesto que bajo la primera posición acrónica en el triángulo ADE se conoce el lado DE que mide 854 unidades, siendo AD de 10.000, y el ángulo ADE de CXLI grados, X minutos, sumando con el ADF dos rectos alrededor del centro. Partiendo de ello se demuestra: el otro lado AE mide 10.679 unidades, siendo el radio FD de 10.000 y los otros ángulos el DAE de II grados, LII minutos y el DEA de XXXV grados, LVIII minutos. De modo semejante en el triángulo AEN, puesto que el KAN es igual al ADF todo el EAN medirá XLI grados, XLII minutos, y el lado AN 285 unidades, de las que AE tenía 10.679; de ahí se demuestra el ángulo AEN como de un grado, III minutos; pero todo el DEA consta de XXXV grados, LVIII minutos: luego, el resto, DEN, será de XXXIIII grados, LV minutos.

(15) También en la otra manifestación [oposición solar] en el punto culminante de la noche, tenemos el triángulo BED de dos lados conocidos (pues DE mide 854 unidades, teniendo BD, 10.000) con el ángulo BDE: tendrá por tanto BE 10.697 de aquellas unidades, el ángulo DBE de II grados, XLV minutos, y el otro BED de XXXIV grados, IIII minutos. Pero el LBO es igual al BDF: luego todo el EBO desde el centro medirá XXXIX grados, XXXIV minutos. Pero este es comprendido por los lados conocidos BO de 285 unidades y el BE de 10.697 unidades, con lo que se demuestra que el BEO mide LIX minutos: restado éste del ángulo BED, resulta el OED de XXXIII grados, V minutos. Pero ya se demostró en la primera manifestación [oposición solar] que el ángulo DEN medía XXXIIII grados, LV minutos: luego todo el ángulo OEN medirá LXVIII grados, por medio del cual se muestra la distancia de la primera manifestación [oposición solar] a la segunda, y que coincide con las observaciones.

(26) De igual modo se hará patente con respecto a la tercera posición acrónica. Puesto que en el triángulo CDE se conoce el ángulo CDE de LIIII grados, XLII minutos, y los lados CD, DE (según lo anterior), con lo que se demuestra que el tercer lado EC tiene 9.532 de las mismas unidades, y los ángulos restantes el CED de CXXI grados, V minutos, el DCE de IIII grados, XIII minutos: luego todo el PCE mide CXXIX grados, XXXI minutos. Así, de nuevo, se conocen del triángulo EPC dos lados PC, CE, con el ángulo PCE, con los que se hace patente el ángulo PEC de un grado XVIII minutos, que restado del CED dará el ángulo PED de CXIX grados, XLVII minutos, desde el ápside superior del excéntrico a la posición del planeta en el tercer acronicio. Pero quedó

claro que en el segundo eran XXXIII grados, V minutos: luego, entre el segundo y tercero acronicio del punto culminante de la noche de Saturno quedan LXXXVI grados, XLII minutos, congruentes con los que se estipulan según las observaciones. La posición, por tanto, de Saturno se había hallado en aquel tiempo por medio de esa consideración a ocho minutos de un sólo grado a partir de la primera estrella de Aries, tomada como punto de partida, y desde el mismo hasta el ápside inferior del excéntrico se puso de manifiesto que había LX grados, XIII minutos: por tanto el ápside inferior alcanza hasta el grado LX y casi un tercio, y la posición del ápside superior, diametralmente opuesta, llega hasta el grado CCXL y un tercio.

(I) Trácese ahora la gran órbita de la tierra RST con su centro en 258
E, el diámetro SET es paralelo a la línea del movimiento medio CD (haciendo los ángulos FDC y DES iguales entre sí). Luego la tierra y nuestro punto de mira estará en la línea PE, exactamente en el punto R, pero el ángulo PES, o sea, el arco RS, en lo que difiere el ángulo FDC (movimiento regular) del DEP (movimiento aparente), se demostró que mide V grados, XXXI minutos, los cuales restándolos del semicírculo proporcionan el arco RT de CLXXIIII grados, XXIX minutos, distancia de la estrella desde el apogeo de la órbita que está en T, igual que desde la posición media del Sol. Y así tenemos demostrado que en el año MDXXVII de Cristo, en el día sexto antes de los Idus de Octubre, en la hora VI y 2/5 después de media noche, el movimiento de anomalía de Saturno desde el ápside superior del excéntrico era de CXXV grados, XVIII minutos, el movimiento de conmutación [paralaje] de CLXXIIII grados, XXIX minutos, y la posición del ápside superior en los CCXL grados, XXI minutos a partir de la primera estrella de Aries en la esfera de las estrellas fijas.



Capítulo VII

SOBRE EL EXAMEN DEL MOVIMIENTO DE SATURNO

(15) Se demostró, pues, que Saturno, en el tiempo de la última de las tres observaciones de Ptolomeo, estaba con respecto al movimiento de su conmutación en los CLXXIIII grados, XLIIII minu-
259 tos, y la posición del ápside superior de su excéntrico estaba en los CCXXVI grados, XXIII minutos, desde la cabeza de la constelación de Aries. Por tanto, es patente que en el tiempo entre una y otra observación [la última de Ptolomeo y la última de Copérnico], Saturno ha completado MCCCXLIIII revoluciones, menos un cuarto de grado, de sus conmutaciones regulares. Así, pues, hay MCCCXCII años egipcios, LXXV días, XLVIII minutos [de día], desde el vigésimo año de Adriano, desde el vinticuatroavo día del mes Mesori de los egipcios, una hora antes del mediodía, hasta el año MDXXVII de Cristo, el día sexto antes de los Idus de Octubre, a las VI horas, momento de esta observación. Si quisiéramos calcular por medio de estos datos, según la tabla, el movimiento mismo, encontraríamos igualmente V veces sesenta grados, LIX grados [359°], XLVIII minutos, que sobrepasan a las mil trescientas cuarenta y tres revoluciones de conmutación. Por tanto se tiene correctamente calculado lo que se expuso acerca de los movimientos medios de Saturno. También en este tiempo el movimiento medio del Sol es de LXXXII grados, 30 minutos, de los cuales restados los CCCLIX grados, XLV minutos, quedan los LXXXII grados, 45 minutos del movimiento medio de Saturno, que ya exceden en su cuarenta y sieteava revolución, que coincide con el cálculo: entre tanto, también la posición del ápside superior del excéntrico avanzó XIII grados y LVIII minutos en la esfera de las estrellas no errantes, posición a la que Ptolomeo consideraba también fija. Pero ahora aparece moviéndose casi un grado cada cien años.

Capítulo VIII

ACERCA DE LA DETERMINACIÓN DE LAS POSICIONES DE SATURNO

(20) Transcurren CXXXV años, CCXXII días, XXVII minutos [de día], desde el principio de los años de Cristo hasta el año

vigésimo de Adriano, día XXIIII del mes Mesori, una hora antes del mediodía, momento de la observación de Ptolomeo, en ese tiempo el movimiento de conmutación de Saturno es de CCCXXVIII grados, LV minutos, que restados de CLXXIIII grados, XLIIII minutos, resultan CCV grados, XLIX minutos, lugar de la distancia de la posición media del Sol desde la [posición] media de Saturno, y también su movimiento medio de conmutación en la media noche antes de las Calendas de Enero. Desde la primera Olimpíada hasta esta posición hay DCCLXXV años egipcios, XII días y medio. Comprenden, además de las revoluciones completas, un movimiento de LXX grados, LV minutos, que restados de CCV grados, XLIX minutos, quedan CXXXIIII grados, LIIII minutos, para el principio de las Olimpíadas, el mediodía del primer día del mes Hecatombeón. De ahí, después de CCCCLI años, CCXLVII días, hay XIII grados, VII minutos, además de las revoluciones completas, que añadidos a los anteriores proporcionan la posición en tiempos de Alejandro Magno, a CXLVIII grados, un minuto, para el día primero al mediodía del mes Thoth de los egipcios; y hasta César transcurren CCLXXVIII años, CXVIII días y medio, y el movimiento de CCXLVII grados, XX minutos, determinan una posición de XXXV grados, XXI minutos, en la medianoche antes de las Calendas de Enero.

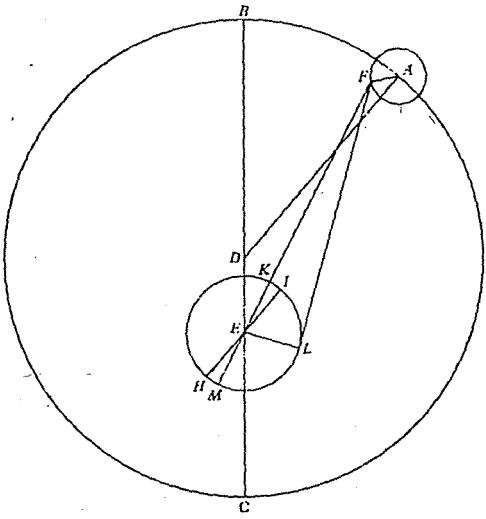
Capítulo IX

ACERCA DE LAS CONMUTACIONES DE SATURNO, QUE PROCEDEN ANUALMENTE DE LA ÓRBITA DE LA TIERRA, Y ACERCA DE CUÁNTA PUEDA SER LA DISTANCIA DE AQUEL 260

(4) Los movimientos regulares en longitud de Saturno se han demostrado de este modo a la vez que los aparentes. Pues, los demás movimientos aparentes que le acaecen son, según dijimos, conmutaciones que proceden anualmente de la órbita de la tierra, puesto que, igual que la magnitud de la tierra con respecto a la distancia de la Luna produce paralajes, así también su órbita, a través de la que realiza la revolución anual, tiene que producirlas en relación a las cinco estrellas errantes, pero mucho más evidentes

por su magnitud. Pero tales conmutaciones no pueden determinarse si antes no se conoce la altura de la estrella. Sin embargo, ésta es posible deducirla por una observación cualquiera de una conmutación. Por ejemplo, la que hicimos con respecto a Saturno en el año MDXIIII de Cristo, el día sexto antes de las Calendas de Marzo, a las cinco horas equinocciales después de la medianoche precedente. Saturno fue visto en línea recta con las estrellas que están en la frente de Scorpio, o sea la segunda y la tercera, las cuales, teniendo la misma longitud, están a CCIX grados en la esfera de las estrellas fijas. Así pues, por medio de éstas, se pudo localizar la posición de Saturno. Desde el principio de los años de Cristo hasta este momento hay MDXIIII años egipcios LXXVII[20] días, XIII minutos [de día]: y por tanto, según el cálculo, la posición media del Sol está a CCCXV grados, XLI minutos, la anomalía de conmutación de Saturno a CXVI grados, XXXI minutos, y en consecuencia la posición media de Saturno a CXIX grados, X minutos y el ápside superior del excéntrico a CCXL grados con un tercio aproximadamente.

(22) Sea ahora, según el método expuesto, el círculo excéntrico ABC, cuyo centro sea D, y en el diámetro BDC está el apogeo B, el perigeo C, el centro de la órbita de la tierra E; únanse AD, AE y haciendo centro en A, y con una distancia de la tercera parte de DE, trácese el epiciclo, en el cual F señala la posición de la estrella,



trazando el ángulo DAF igual al ADB, y desde el centro E de la órbita de la tierra dibújese HI, como si estuviera en el mismo plano que el círculo ABC: y se presenta como un diámetro paralelo a AD, de modo que se entiende con respecto al planeta el apogeo de su órbita en H y el perigeo en I. Determínese también en la misma órbita, el arco HL de CXVI grados, XXXI minutos, según el cálculo de la anomalía de la conmutación y únase FL,

EL, y FKEM corte a ambos arcos de la órbita. Así, pues, ya que el ángulo ADB mide XL[21] grados, X minutos, como el DAF por hipótesis, y el restante [suplementario] ADE tiene CXXXVIII grados, L minutos, y DE mide 854 unidades, siendo AD de 10.000, con lo que se demuestra que en el triángulo ADE el tercer lado AE mide 10.667 unidades, el ángulo DEA XXXVIII grados, IX minutos y el restante EAD III grados, un minuto. Luego, la suma EAF tiene XLIIII grados, XI minutos. A su vez, en el triángulo FAE se conoce el lado FA, de 285 unidades, por lo cual también el AE [10.667]: quedará demostrado que el otro lado FKE mide 10.465 de las mismas unidades y el ángulo AEF un grado, V minutos.

(40) En consecuencia, resulta evidente que toda la diferencia o prostaféresis entre la posición media y la real de la estrella es de IIII grados, VI minutos, que es la suma de los ángulos DAE y AEF. 261
Por lo que, si la posición de la tierra hubiera estado en K o en M, Saturno habría aparecido a los CCIII grados, XVI minutos de la constelación de Aries, como si [hubiera sido visto] a partir del centro E. Pero estando ahora la tierra en L es visto a CCIX grados. Los V grados, XLIIII minutos corresponden a la diferencia de conmutación según el ángulo KFL. Pero, como el arco HL, según el movimiento regular, se calculó de CXVI grados, XXIII minutos, restándole la prostaféresis HM resulta ML de CXII grados, XXV minutos: y el que queda [hasta los 180°] LIK es de LXVII grados, XXXI minutos, la misma medida que tiene el ángulo KEL. Por tanto, el triángulo FEL de ángulos conocidos, tiene también dada la proporción de los lados, por la que en unidades EF tiene 10.465, EL de 1.090, y AD o BD de 10.000: pero midiendo BD, según el cálculo de los antiguos, LX unidades, EL será de VI unidades, XXXII minutos, que en realidad difiere poco de la medida dada por Ptolomeo[22]. En consecuencia, la suma [todo] BDE mide 10.854 unidades, y el resto del diámetro, CE, 9.146 unidades. Pero, puesto que el epiciclo en B siempre le resta a la altura del planeta 285 unidades, y en cambio en C le aumenta otro tanto, esto es la mitad de su diámetro, por tanto la distancia mayor de Saturno desde el centro E será de 10.569 unidades, la mínima de 9.431, midiendo BD 10.000 unidades. Según esta relación, Saturno tiene en el apogeo una altitud de nueve unidades, XLII minutos, teniendo una unidad el radio de la órbita terrestre, en el perigeo VIII unidades, XXXIX minutos, y ya puede quedar claro, por el modo aquí expuesto acerca de las más pequeñas de la Luna, que las conmutaciones [paralajes] de Saturno pueden ser mayores. 262

Las máximas [conmutaciones] de Saturno cuando está en el apogeo son de V unidades, LV minutos, y las mínimas cuando está en el perigeo de VI unidades, XXXIX minutos; difieren entre sí en XLIIII minutos, que conciernen [al ángulo formado] por las líneas provenientes de la estrella en contacto [tangentes] con la órbita [de la tierra]. Y con este ejemplo, cada una de las diferencias particulares del movimiento de Saturno se han hallado, las cuales expondremos después al mismo tiempo y juntamente con las de estas cinco estrellas.

Capítulo X

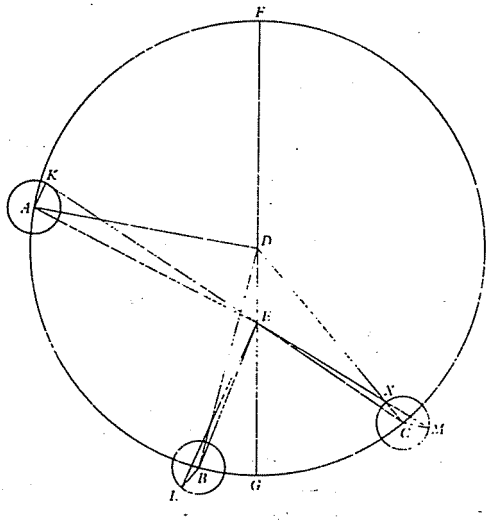
DEMOSTRACIONES DEL MOVIMIENTO DE JÚPITER

(9) Concluido Saturno, utilizaremos también el mismo método y orden con respecto al movimiento de Júpiter, repitiendo en primer lugar las tres posiciones transmitidas y demostradas por Ptolomeo[23], las cuales, mediante la transformación de círculos anteriormente señalada, restableceremos idénticamente o con una diferencia no muy grande. La primera oposición solar [in extremis noctis fulsionibus] se dio en el año XVII de Adriano, en el mes Epiphi de los egipcios, el primer día de dicho mes, una hora antes de la mitad de la noche siguiente, como ya dije a XXIII grados, XI minutos, de Scorpio: pero una vez deducida la precesión de los equinoccios a CCXXVI grados, XXXIII minutos. Registró la segunda en el año XXI de Adriano, en el día XIII del mes Pheophi de los egipcios, dos horas antes de la mitad de la noche del día siguiente, a VI grados[24], LIIII minutos de Piscis; pero con respecto a las esferas fijas había CCCXXXI grados, XVI minutos. La tercera en el año primero de Antonino, en el mes Athyr, en la noche siguiente al día vigésimo del mes, cinco horas después de la media noche, a siete grados, XLV minutos de la esfera de las no errantes.

(22) Así pues, desde la primera a la segunda oposición hay III años egipcios, CVI días, XXIII horas y el movimiento aparente de la estrella fue de CIIII grados, XLIII minutos. De la segunda a la tercera, un año, XXXVII días, VII horas, y el movimiento aparente de la estrella de XXXVI grados, XXIX minutos. En el primer intervalo de tiempo el movimiento medio es de IC grados, LV minutos. En el segundo de XXXIII grados, XXVI minutos. Y también encontró que el arco del excéntrico desde el ápside supe-

rior al primer acronicio era de LXXVII grados, XV minutos, y los que después siguen de la segunda oposición hasta el ápside inferior dos grados, L minutos y de aquí al tercer acronicio XXX grados, XXXVI minutos. Y la excentricidad total era de V unidades y media, siendo la línea desde el centro [el radio] de LX unidades; pero si fueran 10.000, serían 917. Todo lo cual se corresponde aproximadamente con lo observado.

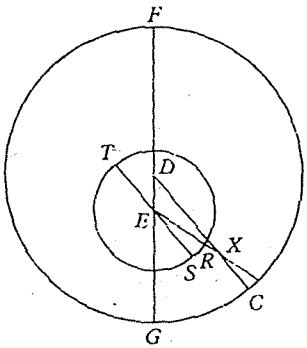
(33) Sea ahora el círculo ABC, cuyo arco AB de la primera oposición a la segunda tenga los propuestos IC grados, LV minutos; BC los XXXIII grados, XXVI minutos, y por el centro D trácese el diámetro FDG, de manera que desde el ápside superior F, FA mida LXXVII grados, XV minutos, FAB CLXXVII grados, X minutos y GC XXX grados, XXXVI minutos. Tómese también E como centro de la órbita de la tierra y las tres cuartas partes de 917, o sea la distancia DE, de 687 unidades, y según la cuarta parte, 229, trácese el epiciclo en los puntos A, B, C, y conéctense AD, BD, CD, AE, BE, CE, y en los epiciclos únanse AK, BL, CM, de tal manera que los ángulos DAK, DBL, y DCM sean iguales a ADF, FDB y FDC: finalmente únanse con líneas rectas K, L, M, con E. En consecuencia, puesto que del triángulo ADE se conoce el ángulo ADE de CII grados, XLV minutos, porque es conocido el ADF, y el lado DE de 687 unidades, midiendo AD 10.000, también se demostrará que el lado AE tiene 10.179 de las mismas unidades y el ángulo EAD de tres grados, XLVIII minutos y el DEA, que falta, de LXXIII grados, XXVII minutos y la suma EAK de LXXXI grados, III minutos. También en consecuencia, en el triángulo AEK, con dos lados dados, el EA de 10.174 unidades, de las que el AK mide 229, y el ángulo EAK, se hace patente el ángulo AEK como de un grado, XVII minutos. Por tanto también el KED que falta será de LXXII grados, X minutos.



263

(10) Del mismo modo se mostrará en el triángulo BED. Pues siguen siendo iguales a los anteriores los lados BD, DE; pero se conoce el ángulo BDE que mide II grados, L minutos: resultará por tanto la base BE de 9.314 unidades, siendo DB de 10.000, y el ángulo DBE de un grado XII minutos. A la vez en el triángulo ELB se conocen dos lados y todo el ángulo EBL de CLXXVII grados, XXII; se conocerá también el ángulo LEB como de IIII minutos de un grado. Al mismo tiempo, restando los XVI minutos obtenidos del ángulo FDB, resultan CLXXVI grados, LIIII, que
264 constituyen el ángulo FEL, restando del cual KED, de LXXII grados, X minutos, quedan CIIII grados, XLIIII minutos, de KEL que aproximadamente coinciden con los del ángulo de apariencia entre el primero y segundo de los términos observados.

(4) También en la tercera posición, por medio del triángulo CDE de lados CD, DE conocidos, con el ángulo CDE que *media* XXX grados, XXXVI minutos, se demostrará la base EC de 9.410 unidades y el ángulo DCE de II grados, VIII minutos. De donde la suma ECM medirá CXLVII grados, XLIIII minutos, en el triángulo ECM, por lo que el ángulo CEM se manifiesta como de XXXIX minutos, y el exterior DXE, igual a los dos interiores y opuestos ECX y CEX, de II grados, XLVII minutos, en los que DEM es menor al FDC, de tal modo que el suplementario GEM es de XXXIII grados, XXIII minutos, y la suma LEM de XXXVI grados, XXIX minutos, que es la diferencia entre la segunda y la tercera [oposición], coincidiendo también con lo observado. Pero, puesto que esta tercera oposición solar [summae noctis fulsio] se encontró a los VII grados, y XLV minutos [en la esfera de las estrellas fijas], al este del *ápside inferior* en XXXIII grados, XXIII minutos (como se demostró), muestra que la posición del ápside superior, a tenor de lo que falta del semicírculo, estaba en los CLIIII grados, XXX minutos [25] de la esfera de las fijas.



(17) Trácese ahora, alrededor de E la órbita anual de la tierra RST con su diámetro SET, paralelo a la línea DC. Ya se manifestó que el ángulo GDC midiendo XXX grados, XXXVI minutos, es igual al GES, y que el ángulo DXE, o su igual el RES y el arco RS, es de II grados, XLVII minutos, distancia del planeta desde el perigeo

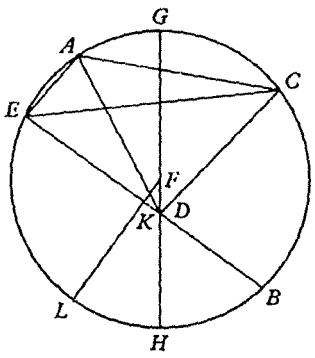
medio de la órbita, por lo cual la suma TSR desde el ápside superior es de CLXXXII grados, XLVII minutos. Y por esto se confirma, que en el tiempo de la tercera posición acrónica de Júpiter, registrado en el primer año de Antonino, el día XX del mes Athyr de los egipcios, cinco horas después de la medianoche siguiente, la estrella de Júpiter estaba, según la anomalía de conmutación, a CLXXXII grados, XLVII minutos. Su posición regular según la longitud a IIII grados, LVIII minutos, y la posición del ápside superior del excéntrico a CLIIII grados, XXII minutos. Todo lo cual coincide con nuestra hipótesis de la movilidad de la tierra y de su regularidad absoluta.

Capítulo XI

SOBRE OTRAS TRES POSICIONES ACRÓNICAS DE JÚPITER RECIENTEMENTE OBSERVADAS

(32) Sustituiremos las tres posiciones de la estrella Júpiter, transmitidas de otro tiempo y calculadas de este modo, por otras tres de los acronicios de Júpiter y que hemos observado con el máximo cuidado. El primero en el año MDXX de Cristo, el día anterior a las Calendas de Mayo, en la hora XI después de la medianoche anterior, a los CC grados, XXVIII minutos de la esfera de las fijas. El segundo en el año MDXXVI de Cristo, el día cuarto antes de las Calendas de Diciembre, a las tres horas después de medianoche, a XLVIII grados, XXXIIII minutos. El tercero en el año MDXXIX también de Cristo, en las mismas Calendas de Febrero, pasadas XIX horas a partir de la medianoche. A CXIII grados, XLIIII minutos. Del primero al segundo hay VI años, CCXII días, minutos [de día] XL, en los que el movimiento aparente de Júpiter fue de CCVIII grados, VI minutos. Del segundo al tercero hay 265
dos años egipcios, LXVI días, XXXIX minutos, y el movimiento aparente de la estrella fue de LXV grados, X minutos. Y el movimiento regular en el primer intervalo de tiempo es de CIC grados, XL minutos, en el segundo de LXVI grados, X minutos.

(6) Para este modelo trácese el círculo excéntrico ABC, en el que consideramos que el planeta se mueve simple y regularmente, y señálense tres posiciones anotadas según el orden de las letras A, B, C, de tal modo que el arco AB tenga CIC grados, XL minutos, el BC XLVI grados, X minutos, y por tanto lo que queda del

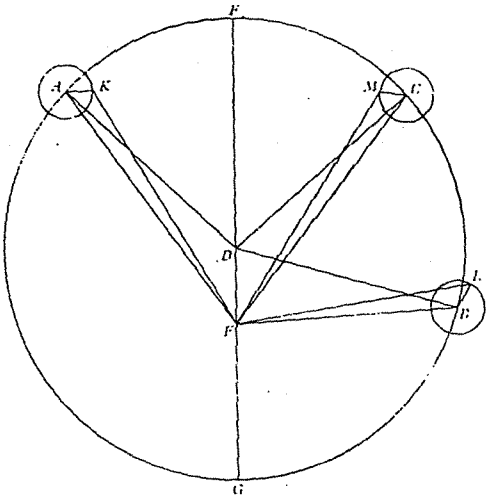


círculo, AC, XCIIII grados, X minutos. Tómese también D como centro de la órbita anual de la tierra, al que se unen ABC, formando AD, BD, CD, una cualquiera de las cuales, por ejemplo DB, prolónguese en línea recta hasta cortar ambas partes del círculo, formando BDE, y únanse AC, AE, CE. En consecuencia, puesto que el ángulo BDC del movimiento aparente mide LXV grados, X minutos, siendo desde el centro cuatro rectos CCCLX, y el suplementario CDE tendrá CXIIII de los mismos grados, L minutos; pero siendo CCCLX dos rectos sobre la circunferencia, tendrá el mismo [el CDE] CCXXXVIIII grados, XL minutos, y el CED [medido] en el arco BC, de LXVI grados, X minutos, y en consecuencia el ángulo que falta [del triángulo] DCE de LXIIII grados, X minutos: por lo tanto en el triángulo CDE de ángulos conocidos, se dan los lados CE de 18.150 unidades y ED de 10.918 unidades, midiendo el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo 20.000 unidades. (21) Del mismo modo en el triángulo ADE, puesto que es conocido el ángulo ADB de CLI grados, LIIII minutos, resto del círculo después de sustraer la distancia dada del primer acronicio al segundo, y en consecuencia el restante [el suplementario] ADE será de XXVIII grados, VI minutos, [suponiéndolo medido] desde el centro, pero [suponiéndolo medido] desde la circunferencia, de LVI grados, XII minutos, y el AED [medido] en el arco BCA de CLX grados, XX minutos: el que falta [del triángulo] EAD tendrá CXLIII grados, XXVIII minutos, de donde el lado AE alcanza las 9.420 unidades y el ED 18.992 unidades, midiendo el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo ADE 20.000 unidades. Pero si ED valía 10.918, y CE 18.150, AE tendrá 5.415 de las mismas unidades. Tengamos, pues, de nuevo un triángulo, el EAC, del cual se conocen los lados EA y EC con el ángulo AEC, [medido] por el arco AC, de XCIIII grados, X minutos, con los cuales se demostrará también el ángulo ACE, [medido] por medio del arco AE, de XXX grados, XL minutos, que con el AC suman CXXIIII grados, L minutos, cuya cuerda CE es de 17.727 unidades, siendo el diámetro del excéntrico de 20.000. Y de acuerdo con la proporción antes dada también será DE de 10.665 unidades, y todo el arco BCAE de CXCI grados.

(36) Sigue la parte restante del círculo EB de CLXVIIII, al que subtiende toda la BDE de 19.908 unidades, cuyo resto BD [EB (19.908) – DE (10.665)] es de 9.243. En consecuencia, ya que el segmento mayor es BCAE, en él estará el centro del círculo que es F.
(1) Trácese ahora el diámetro GFDH. Y es evidente que el rec- 266
tángulo contenido por ED, DB, es igual al GD, DH, que por lo tanto también se conoce. Pero el [rectángulo] GD, DH, junto con el [cuadrado formado por] FD, es igual al [formado] por FDH, por lo que restado de éste el [rectángulo] GD, DH, resulta el cuadrado de FD [26]; luego se conoce la longitud de FD, 1.193, siendo FG de 10.000; pero si fuera de LX, tendría VII unidades, IX minutos.
(7) Córtese ahora BE por la mitad en K y prolónguese FKL; por lo tanto constituirá ángulos rectos [será perpendicular] con BE. Y puesto que la mitad de BDK mide 9.954 unidades y DB 9.243, queda DK de 711 unidades. Por lo tanto en el triángulo DFK son dados los lados y también el ángulo DFK de XXXVI grados, XXXV minutos, y el arco LH con los mismos XXXVI grados, XXXV minutos. Pero LHB completo mide LXXXIIII grados y medio, el resto BH queda en XLVII grados, LV minutos, distancia del perigeo a la segunda posición, y el resto que sigue hasta el apogeo, BCG, de CXXXII grados, V minutos, restados los LXVI grados, X minutos, de BC, quedan LXV grados, LV minutos, [distancia] desde la tercera oposición al apogeo. Restados éstos de los XCIIII grados, X minutos, quedan XXVIIII grados, XV minutos[27], [distancia] desde el apogeo a la primera posición del epiciclo.
(18) Todo ello concuerda evidentemente poco con las apariencias, no corriendo el planeta por el excéntrico propuesto, de manera que ni siquiera este modo de demostración basado en un principio incierto puede llevar a algo seguro. De esto, entre otras muchas cosas, hay un indicio en que para Ptolomeo, en Saturno, presenta una distancia entre los centros mayor de lo justo, en Júpiter menor, y para nosotros lo mismo nos parece bastante mayor, de manera que, supuestos diferentes arcos de círculo para cada planeta, no parece evidentemente provenir lo que se busca del mismo modo. Y no era posible componer de otra manera el movimiento regular y el aparente de Júpiter en los tres términos propuestos, y en consecuencia en todos los demás, si no seguimos la separación total de excentricidad entre los centros, señalada por Ptolomeo, de V unidades, XXX minutos, teniendo el radio del excéntrico LX unidades; pero si tuviera 10.000, serían 917. Por lo que, el arco desde el ápside superior al primer acronicio mide XLV grados, II minutos, del ápside inferior al segundo LXIIII grados, XLII minu-

tos, y desde el tercer acronicio al ápside superior XLIX grados, VIII minutos.

(32) Repítase, pues, la figura anterior del excéntrico-epiciclo [excéntrico portador de un epiciclo], en cuanto convenga con este ejemplo. Por lo tanto, según nuestra hipótesis, las tres cuartas partes de la distancia total entre los centros DE, constituirán 687 unidades, y la cuarta parte restante [como radio] en el epiciclo 229 unidades, siendo FD de 10.000 unidades. Y midiendo el ángulo ADF XLV grados, II minutos, el triángulo ADE tendrá dos lados conocidos, AD, DE, con el ángulo ADE, con lo que se demuestra que el tercer lado AE tiene 10.496 unidades, ya que AD es de 10.000, y que el ángulo DAE mide dos grados



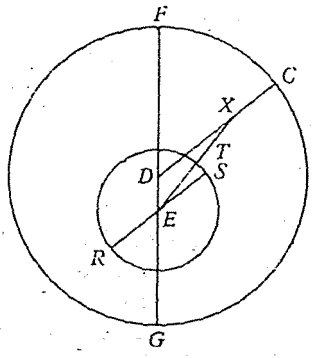
267 XXXIX minutos. Y puesto que el ángulo DAK se supone igual al ADF, la suma EAK será de XLVII grados, XXXIIII minutos, con lo cual se conocen del triángulo AEK dos lados, AK, AE, que comprenden al ángulo AEK de LVII minutos, que junto con el DAE, restándolo del ADF, queda el KED de XLI grados, XXVI minutos en la primera oposición solar[28].

(6) Del mismo modo se manifiesta en el triángulo BDE. Puesto que se dan como conocidos los lados BD, DE y el ángulo BDE de LXIIII grados, XLII minutos, también se conocerá el tercer lado BE de 9.725 unidades, siendo BD de 10.000, y el ángulo DBE tendrá III grados, XL minutos. Y por lo tanto también en el triángulo BEL se conocen dos lados BE y BL, con todo el ángulo EBL de CXVIII grados, LVIII minutos; y resultará conocido el BEL de un grado, X minutos, y a partir de ellos se sabrá que DEL mide CX grados, XXVIII minutos. Pero ya quedó claro también que el AED valía XLI grados, XXVI minutos; luego todo el KEL suma CLI grados, LIIII minutos. Por tanto, restándolos de cuatro rectos, de CCCLX grados, dan CCVIII grados, VI minutos de

apariencia entre la primera y la segunda oposición congruente con lo observado.

(16) Finalmente, en la tercera posición se conocen del mismo modo los lados DC, DE del triángulo CDE, y también el ángulo CDE de CXXX grados, LII minutos. Dado el ángulo FDC, el tercer lado DE medirá 10.463 unidades, siendo también CD de 10.000, y el ángulo DCE de II grados, LI minutos; luego el ECM 268
en total medirá LI grados, LVIIII minutos. De ahí que se conozcan también del triángulo ECM dos lados, CM y CE, y el ángulo MCE. Se pondrá también de manifiesto el ángulo MEC, que es de un grado, y éste juntamente con el DCE, calculado antes, son iguales a la diferencia entre el FDC y DEM [MEC + DCE = FDC – DEM], ángulos del movimiento regular y aparente, y de ahí el DEM será de XLV grados, XVII minutos en el acronicio tercero. Pero ya se demostró que el DEL era de CX grados, XXVIII minutos; en consecuencia, LEM que media entre la segunda y la tercera oposición observada será de LXV grados, X minutos, y que coincide con las observaciones. Pero, puesto que la tercera posición de Júpiter apareció a CXIII grados, XLIIII minutos de la esfera de las no errantes, la posición del ápside superior de Júpiter se muestra casi a CLIX grados.

(11) Por lo cual, si con centro en E trazamos la órbita de la tierra RST, cuyo diámetro RES sea [paralelo] a DC, entonces se manifiesta que en el tercer acronicio de Júpiter, el ángulo FDC sería de XLIX grados, VIII minutos, al cual es igual el DES, y que en R está el apogeo del movimiento regular en la conmutación. En cambio, ahora la tierra, habiendo recorrido el semicírculo más el arco ST, está en conjunción con Júpiter en el acronicio [oposición]: tal arco ST es de tres grados, LI minutos, puesto que el ángulo SET se demostró con esa magnitud. Y así, a partir de aquí, queda de manifiesto que en el año MDXXIX de Cristo, en las Kalendas de Febrero, a las XIX horas después de la medianoche, la anomalía de conmutación de Júpiter era igual a CLXXXIII grados, LI minutos, pero por su movimiento [Júpiter estaba] a 109 grados, LII minutos, y que el apogeo del excéntrico ahora está a CLIX grados, casi del cuerno de la constelación de Aries: que era lo que había que investigar.



Capítulo XII

COMPROBACIÓN DEL MOVIMIENTO REGULAR DE JÚPITER

(24) Ya anteriormente se vio que, en la última de las tres oposiciones solares consideradas por Ptolomeo, la estrella Júpiter estaba en su movimiento regular a IIII grados, LVIII minutos, con una anomalía de conmutación de CLXXXII grados, XLVII minutos [la tercera de Ptolomeo y la tercera de Copérnico]. Por lo que consta que en el tiempo que media entre una y otra observación, pasaron en el movimiento de conmutación de Júpiter, además de las revoluciones completas, un grado, V minutos, y en su propio movimiento casi CIIII grados, LIIII minutos. Pero, en el tiempo que media desde el año primero de Antonino, el día vigésimo del mes Athyr de los egipcios, cinco horas después de la media noche siguiente, hasta el año MDXXIX de Cristo, en las mismas Calendas de Febrero, XIX horas después de la media noche precedente, han transcurrido MCCCXCII años egipcios, IC días, XXXVII minutos de día. A este tiempo corresponde igualmente, según el cálculo más arriba expuesto, un grado, V minutos, además de las revoluciones completas: en las cuales [revoluciones] regulares la tierra se anticipó a Júpiter mil doscientas sesenta y siete veces. Y así, al coincidir el cálculo con lo visto, se tiene por cierto y comprobado. También se manifiesta, que el ápside superior e inferior del excéntrico se movieron hacia el este IIII grados y
269 medio. Una distribución mediada proporciona un grado aproximadamente por cada CCC años.

Capítulo XIII

POSICIONES QUE HAY QUE ASIGNAR AL MOVIMIENTO DE JÚPITER

(4) Pero, puesto que el tiempo transcurrido hacia atrás, desde la última de las tres observaciones en el año primero de Antonino, el día vigésimo del mes Athyr, IIII horas después de la medianoche siguiente, hasta el principio de los años de Cristo, era de CXXXVI años egipcios, CCCXIIII días, X minutos, en los que el movimiento medio de conmutación es de LXXXIIII grados, XXXI minutos; los cuales restándolos de CLXXXII grados, XLVII minu-

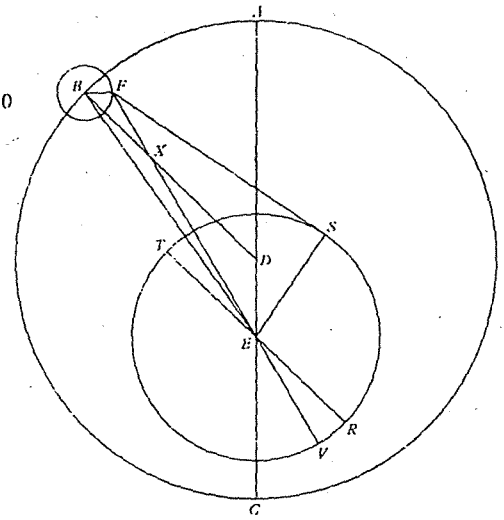
tos, resultan IIC grados, XVI minutos para la medianoche de las Calendas de Enero al principio de los años de Cristo. Desde este momento hasta la primera Olimpíada, o sea en DCCLXXV años egipcios, XII días y medio, se calcula en su movimiento, además de las revoluciones completas, LXX grados, LVIII minutos; restados de los IIC grados, XVI minutos, quedan XXVII grados, XVIII minutos, para la posición en la Olimpíada. Desde esta posición, descendiendo CCCCLI años, CCXLVII días, aumentan CX grados, LII minutos, que sumados con los de la Olimpíada, proporcionan CXXXVIII grados, X minutos, para la posición [en los tiempos] de Alejandro, al mediodía, del día primero del mes Toth según los egipcios. Y de este modo en otros cualesquiera.

Capítulo XIIII

ACERCA DE LO QUE SE HA DE INVESTIGAR EN LAS CONMUTACIONES DE JÚPITER Y DE SU ALTITUD EN RELACIÓN A LA ÓRBITA DE LA REVOLUCIÓN TERRESTRE

(21) Para percibir con respecto a Júpiter los demás movimientos aparentes, que son los de conmutación, observamos con sumo cuidado su posición en el año MDXX de Cristo, doce días antes de las Calendas de Marzo, VI horas antes de mediodía. Y observamos, por medio del aparato, que Júpiter precedía [estaba al oeste] a la primera estrella, la más brillante, de la frente de Escorpión, en IIII grados, XXXI minutos, y puesto que la posición de esta estrella fija era de CCIX grados, XL minutos, es patente que la posición de Júpiter estaba a CCV grados, IX minutos, con respecto a la esfera de las estrellas no errantes. En consecuencia, desde el principio de los años de Cristo hasta el momento de esta observación hay MDXX años iguales, LXII días, XV minutos, de donde se deduce el movimiento medio del Sol de CCCIX grados, XVI minutos, y la anomalía de conmutación de CXI grados, con lo que se deduce la posición media de la estrella Júpiter en CIIC grados, un minuto. Y puesto que la posición del ápside superior del excéntrico se halló en el momento de nuestra observación a CLIX grados, la anomalía del excéntrico de Júpiter estaba a XXXIX grados, un minuto.

(34) Siguiendo este ejemplo, trácese el círculo excéntrico ABC, cuyo centro sea D, y su diámetro ADC; esté el apogeo en A, el



270

perigeo en C, y por lo tanto en DC esté E, centro de la órbita anual terrestre. Tómese también el arco AB de XXXIX grados, un minuto, y haciendo centro en B trácese un epiciclo por medio de [radio] BF, la tercera parte de la distancia DE: hágase también el ángulo DBF igual al ADB y únanse con líneas rectas BD, BE, FE. En consecuencia, puesto que en el triángulo BDE se conocen dos lados, el DE de 687 unidades, siendo BD de 10.000, y esos dos lados comprenden el ángulo BDE que sabemos mide CXL grados, LIX minutos, a partir de ellos se demostrará que la base BE tiene 10.543 de las mismas unidades y el ángulo DBE de II grados, XXI minutos, en los que se diferencia BED de ADB [DBE = ADB − BED = 2.°, 21']. Luego todo el ángulo EBF medirá XLI grados, XXII minutos. Por lo tanto, en el triángulo EBF se conoce el mismo ángulo EBF con los dos lados que lo comprenden, el EB de 10.543 unidades, el BF con 229 de las mismas unidades, en cuanto tercera parte de la distancia DE, siendo BD de 10.000.

(11) De estos se deduce que el lado restante FE mide 10.373 unidades y el ángulo BEF de L minutos. Cortándose las líneas BD, FE en el punto X, el ángulo de la sección DXE será la diferencia entre FED y BDA [DXE = BDA − FED], movimiento medio y real[29], el cual [DXE] está compuesto por el DBE y BEF de III grados, XI minutos[30], que restados de los XXXIX grados, I minuto, dan como resultado el ángulo FED de XXXV grados, L minutos, desde el ápside superior del excéntrico a la estrella. Pero la posición del ápside superior estaba a CLIX grados; conjuntamente constituyen CXCIIII grados, L minutos. Esta era la verdadera posición de Júpiter con respecto al centro E, sin embargo apareció a los CCV grados, IX minutos; en consecuencia la diferencia de X grados, XIX minutos es la de conmutación.

(20) Trácese ahora la órbita terrestre RST alrededor del centro E, cuyo diámetro RET sea paralelo a BD, de modo que R sea el 271
apogeo de conmutación. Tómese también el arco RS como medida de la anomalía media de conmutación de CXI grados, XV minutos, y prolónguese FEV en línea recta por ambas partes de la circunferencia de la órbita terrestre y en V estará el verdadero apogeo del planeta y el ángulo de diferencia REV, igual al DXE, forma parte de todo el arco VRS de CXIIII grados, XXVI minutos, y el restante [suplementario] FES es de LXV grados, XXXIIII minutos. Pero, puesto que se halló que EFS medía X grados, XIX minutos, el ángulo restante FSE será de CIIII grados, VII minutos: en el triángulo EFS de ángulos conocidos, será dada la proporción entre sus lados, FE es a ES como 9.698 es a 1.791. En consecuencia FE mide 10.373 de las mismas unidades, de tales ES tendrá 1.916, y siendo BD de 10.000. Pero Ptolomeo calcula ES como de XI unidades, XXX minutos, habiendo desde el centro del excéntrico [radio] LX unidades, y esta es casi la misma proporción que hay entre 10.000 y 1.916, en lo que por tanto nada parece que nos distanciamos de él. Por tanto el diámetro ADC es al diámetro RET como V unidades, XIII minutos es a una unidad, del mismo modo que AD es a ES, o sea a RE, como V unidades, XIII minutos, 9 segundos, es a una unidad. Así, DE medirá XXI minutos, XXIX segundos, y BF VII minutos, X segundos. En consecuencia, la suma ADE, menos BF, estando Júpiter en el apogeo, será [proporcional] a la mitad del diámetro de la órbita terrestre, como V unidades, XXVII minutos, XXIX segundos, a uno, y la parte restante EC, junto con BF, [estando Júpiter] en el perigeo, [será proporcional al radio de la tierra] como IIII unidades, LVIII minutos, XLIX segundos, [es a una unidad], y en las posiciones medias, según convenga [la proporción]. Con lo que se tiene, que Júpiter en su apogeo efectúa una conmutación máxima de X grados, XXXV minutos, y en el perigeo de XI grados, XXXV minutos: y entre ellas hay una diferencia de un grado. Por lo tanto, se han demostrado los movimientos regulares de Júpiter a la vez que los aparentes.

Capítulo XV

SOBRE LA ESTRELLA MARTE

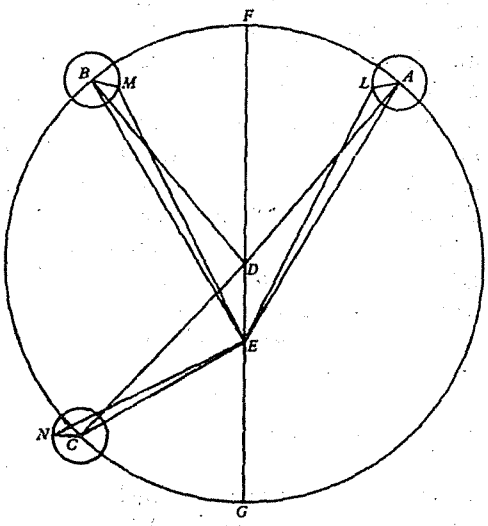
(26) Ahora tenemos que examinar las revoluciones de Marte, tomando tres oposiciones solares de los antiguos, a las que añadire-

mos los datos de la antigüedad sobre la movilidad terrena. Así pues, entre aquellas que nos *transmitió* Ptolomeo, la primera fue en el año décimo quinto de Adriano, el día XXVI del mes Tybi, el quinto de los egipcios, una hora equinoccial después de la media noche *siguiente*: y dice que [Marte] estaba a XXI grados de Gémi-nis, pero en relación con la esfera de las estrellas fijas estaba a LXXIIII grados, XX minutos. Anotó la segunda en el decimonono año del mismo [Adriano], el día VI del mes Pharmuthi, el octavo mes de los egipcios, tres horas antes de la medianoche siguiente, a XXVIII grados, L minutos, de Leo, pero a *CXLII grados*, X minutos, de la esfera de las estrellas no errantes. En cambio la tercera, en el año segundo de Antonino, el día duodécimo del mes Epiphi, el undécimo de los egipcios, *dos horas* equinocciales antes de la medianoche siguiente, a dos grados, XXXIIII minutos, de Sagitario, y a CCXXXV grados, LIIII minutos, de la esfera de las estrellas fijas.

(39) En *consecuencia*, entre la primera y la segunda [oposición] hay IIII años egipcios, LXIX días, veinte horas, o L minutos [de un día], y el movimiento aparente de la estrella, además de las revolu-
272 ciones completas, fue de LXVII grados, L minutos. Pero de la segunda a la tercera oposición hubo IIII años, XCVI días y una hora, y el movimiento aparente de la estrella fue de XCIII grados, XLIIII minutos. Y el movimiento medio en el primer intervalo, además de los recorridos totales, fue de LXXXI grados, XLIIII minutos, en el segundo de VC grados, XXVIII minutos. A partir de ahí encontró la distancia total entre los centros de XII unidades, teniendo LX la que parte del centro del excéntrico [el radio], pero si fueran 10.000, proporcionalmente serían 2.000. Y en los movimientos medios, desde la primera oposición hasta el ápside superior había XLI grados, XXXIII minutos. Y luego de uno a otro [aliud ex alio], desde el ápside superior a la segunda oposición XL grados, XI minutos, y desde la tercera oposición al ápside inferior XLIIII grados, XXI minutos.

(11) Pero según nuestra hipótesis de los movimientos regulares, entre los centros del excéntrico y de la órbita terrestre habrá las tres cuartas partes de aquella [distancia], o sea 1.500 unidades, y la cuarta parte restante, 500, será el semidiámetro del epiciclo. De este modo, trácese ahora el círculo excéntrico ABC, cuyo centro sea D, el diámetro que pasa por ambos ápsides FDG, en el cual esté E, centro de la órbita de la revolución anual, y sean por orden A, B, C, los puntos de las oposiciones observadas; pero AF es un arco que mide XLI grados, XXXIII minutos, FB de XL grados, XI minutos, y CG de XLIIII grados, XXI *minutos*, y en cada uno de

los puntos A, B, C, descríbase un epiciclo con la tercera parte de la distancia DE, y únanse AD, BD, CD, AE, BE, CE, y en el epiciclo AL, BM, CN, de tal modo que los ángulos DAL, DBM, DCN sean iguales a los ADF, BDF, CDF. En consecuencia, ya que en el triángulo ADE el ángulo ADE es conocido de CXXXVIII [31] grados porque el ángulo FDA es dado y los dos lados AD, DE, ya que DE es de 1.500 unidades, siendo AD de 10.000, de esto se sigue que el lado restante AE tiene 11.172 de las mismas unidades y el ángulo DAE de V grados, VII minutos; luego, la suma EAL vale XLVI grados, XL minutos. Así también, en el triángulo EAL se da el ángulo EAL con dos lados, el AE de 11.172 unidades y el AL de 500 unidades, de las cuales mide AD 10.000: se dará también el ángulo AEL de un grado, LVI minutos, que junto con el ángulo DAE proporciona toda la diferencia entre el ADF y el AED, de VII grados, III minutos, y el DEA de XXXIIII y medio grados.

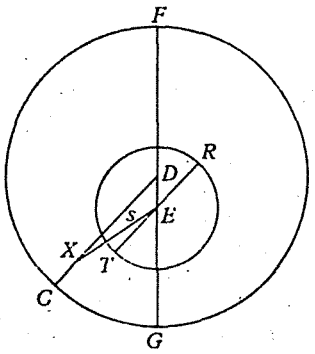


(30) De igual modo en la segunda oposición [noctis extremo] se conoce del triángulo BDE el ángulo BDE de CXXXIX grados, XLIX minutos, y el lado DE de 1.500 unidades, de las que BD tiene 10.000; resultando el lado BE de 11.188 unidades y el ángulo BED de XXXV grados, XIII minutos, y el restante DBE de IIII grados, LVIII minutos. Luego el EBM en total mide XLV grados, XIII [32] minutos, y dados los lados BE y BM que lo comprenden, se deduce por los mismos el ángulo BEM de un grado, LIII minutos, y el resto DEM de XXXIII grados, XX minutos. En consecuencia, el MEL completo mide LXVII grados, L minutos, por medio del cual apareció el movimiento de la estrella desde la primera oposición a la segunda: y el cálculo concuerda con la experiencia.

(31) Una vez más, puesto que en la tercera oposición el triángulo CDE tiene dados los lados CD, DE, que comprenden el ángulo

CDE de XLIIII grados, XXI minutos, que proporcionan una base
273 CE de 8.988 unidades, siendo CD de 10.000 o DE de 1.500, y el ángulo CED de XXXVII grados, XXXIX minutos[33], con el que queda DCE de VI grados, XLII minutos; así, de nuevo en el triángulo CEN, el ángulo completo ECN de CXLII grados, XXI minutos, puesto que se conocen los lados que comprenden al ECN, con los cuales se conocerá también el ángulo CEN de un grado, LII minutos: luego, queda el resto NED de CXXVII grados, V minutos [CED – CEN] en la tercera oposición. Pero ya se mostró que DEM era de XXXIII grados, XX minutos; queda MEN de XCIII grados, VL minutos, que es el ángulo de apariencia entre la primera y la segunda oposición: en lo que coincide también bastante el cálculo con lo observado. Pero, puesto que en esta última oposición de Marte observada, la estrella fue vista a CCXXXV grados, LIIII minutos, distando (según se demostró) del apogeo del excéntrico en CXXVII grados, V minutos, luego la posición del apogeo del excéntrico de Marte estaba a CVIII grados, L minutos de la esfera de las estrellas no errantes.

(14) Trácese ahora la órbita anual de la tierra RST, haciendo centro en E, con un diámetro RET paralelo a DC, en el que R sea el apogeo de la conmutación, T el perigeo. En consecuencia, puesto que el planeta fue visto en EX a CCXXXV grados, LIIII minutos, en longitud, y el ángulo DXE se mostró de VIII grados, XXXIIII minutos, diferencia entre el [movimiento] regular y el aparente, y también por esa causa el movimiento medio era de CCXLIIII grados y medio, pero el ángulo DXE es igual al SET trazado en el centro,



274 de VIII grados semejantes, XXXIIII minutos: en consecuencia, si el arco ST de VIII grados, XXXIIII minutos se resta del semicírculo, tendremos el movimiento medio de conmutación de la estrella, que es el arco RS de CLXXI grados, XXVI minutos. Por tanto, además de otras cosas, tenemos demostrado por esta hipótesis del movimiento de la tierra, que en el año segundo de Antonino, el día duodécimo del mes Epiphi de los egipcios, diez horas regulares después del mediodía, la estrella Marte según su movimiento medio de longitud estaba a CCXLIIII grados y medio, y la anomalía de conmutación a CLXXI grados, XXVI minutos.

Capítulo XVI

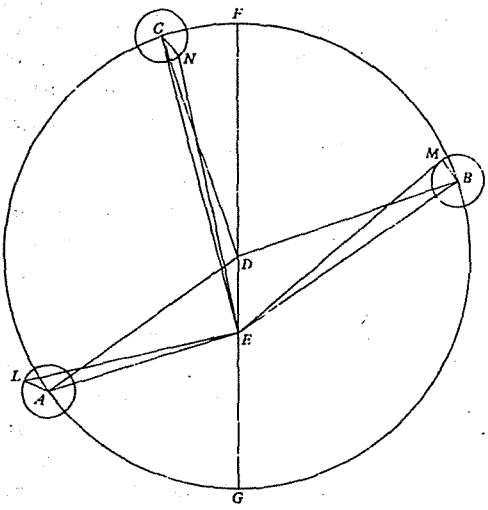
ACERCA DE OTRAS TRES OPOSICIONES SOLARES RECIENTEMENTE OBSERVADAS CON RESPECTO A LA ESTRELLA MARTE

(12) Con estas tres observaciones de Ptolomeo con respecto a Marte, comparamos nosotros otras tres, que tomamos con cuidado. La primera en el año MDXII de Cristo, en las Nonas de Junio, una hora después de la medianoche, en la que se encontró la posición de Marte a CCXXXV grados, XXXIII minutos, cuando el Sol estaba en el punto opuesto a LV grados, XXXIII minutos, a partir de la primera estrella de Aries en la esfera de las fijas, que se tomó como punto de partida. La segunda en el año MDXVIII de Cristo, el día anterior a los Idus de Diciembre, VIII horas después de mediodía, y apareció la estrella a los LXIII grados, II minutos. Y la tercera en el año MDXXIII, VIII días antes de las Kalendas de Marzo, VII horas antes del mediodía, a los CXXXIII grados, XX minutos. En consecuencia, de la primera a la segunda hay VI años egipcios, CXCI días, XLV minutos. De la segunda a la tercera IIII años, LXXII días, XXIII minutos de día. El movimiento aparente en el primer intervalo de tiempo es de CLXXXVII grados, XXIX minutos, y el regular de CLXVIII grados, VII minutos. En el segundo espacio de tiempo, el movimiento aparente fue de LXX grados, XIIX minutos, el regular de LXXXIII grados.

(25) Repítase, como hace poco, el círculo excéntrico de Marte, sólo que ahora AB sea de CLXVIII grados, VII minutos, y BC de LXXXIII grados. En consecuencia, con el mismo método (aunque ocultando en el silencio la magnitud, complicación y tedio de aquellos cálculos) que utilizamos con Saturno y Júpiter, señalamos finalmente el apogeo de Marte en el arco BC. Pues, que no puede estar en AB, se muestra porque el movimiento aparente sería mayor que el medio en XIX grados, XXII minutos. Tampoco puede estar en CA, pues aunque el precedente a éste, el BC, sea FC menor, sin embargo excede al movimiento aparente con una diferencia mayor que el CA. Pero, como se demostró con anterioridad, el movimiento menor y decreciente acontece en el excéntrico alrededor del apogeo. En consecuencia, se estimará correctamente que el apogeo F se encuentra en el BC, y que FDG es el diámetro del círculo, en el que también está el centro de la órbita terrestre. En consecuencia, encontramos que FCA es de CXXV grados, XXIX minutos, y de ahí se sigue que el BF es de LXVI

grados, XVIII minutos, FC de XVI grados, XXXVI minutos. Pero la distancia DE entre los centros es 1.460, siendo la distancia desde
275 el centro [el radio] DF 10.000; y la mitad del diámetro del epiciclo mide 500 de las mismas unidades, con lo que se demuestra que el movimiento aparente y el regular concuerdan y coinciden entre sí y con los experimentos.

(4) Complétese, pues, la figura como antes. Se mostró que, conociendo del triángulo ADE los dos lados AD, DE, con el ángulo ADE, que desde la primera posición acrónica de Marte al perigeo



medía LIIII grados, XXXI minutos, el ángulo DAE resultará de VII grados, XXIIII minutos, y el que falta AED de CXVIII grados, V minutos, y también el tercer lado AE de 9.229 unidades. Y por hipótesis el ángulo DAL es igual al FDA; en consecuencia, todo el EAL es de CXXXII grados, LIII minutos. Así también, en el triángulo EAL se conocen los lados EA, AL, que comprenden al ángulo A conocido; en consecuencia, el restante AEL es de II grados, XII minutos: falta el LED de CXV grados, LIII minutos.

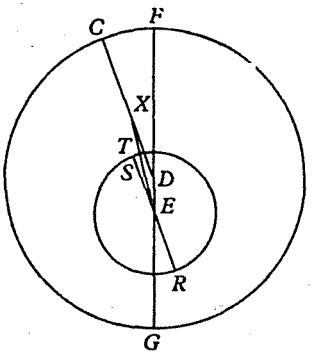
(13) De igual modo se demuestra en la posición acrónica segunda que, comprendiendo en el triángulo BDE los dos lados conocidos DB, DE, al ángulo BDE de CXIII grados, XXXV minutos, el ángulo DBE, por lo demostrado en los triángulos planos, será de VII grados, XI minutos, y el restante DEB de LIX grados, XIIII minutos, y la base BE de 10.668 unidades, siendo DB de 10.000 y BM de 500, y todo el EBM de LXXIII grados, XXXVI minutos.
276 (1) Así, también en el triángulo EBM del que conocemos dos lados y el ángulo que comprenden, se demostrará que el ángulo BEM es de II grados, XXXVI minutos, partiendo de lo cual el restante DEM será de LVI grados, XXXVIII minutos; de ahí, el que queda, exterior desde el perigeo, MEG de CXXIII grados, XXII minutos. Pero ya se demostró que el ángulo LED era de CXV

grados, LIII minutos; el exterior que sigue, LEG, de LXIIII grados, VII minutos; y éste sumado con el GEM ya hallado, da un resultado de CLXXXVII grados, XXIX minutos, siendo IIII rectos CCCLX. Todo lo cual coincide con la distancia aparente desde el primer acronicio al segundo. Y del mismo modo es posible verlo en el acronicio tercero.

(10) Se ha demostrado que el ángulo DCE mide II grados, VI minutos, y el lado EC 11.407 unidades, siendo CD de 10.000. En consecuencia, siendo todo el ángulo ECN de XVIII grados, XLII minutos, y conocidos también los lados CE, CN, del triángulo CNE, constará el ángulo CEN de L minutos, que sumado el DCE resulta II grados, LVI minutos, en los que el ángulo de apariencia DEN es menor que el de regularidad FDC. Luego, es conocido el DEN de XIII grados, XL minutos: lo que coincide también aproximadamente con el movimiento aparente observado entre el segundo y el tercer acronicio.

(17) En consecuencia, puesto que la estrella Marte apareció en esta posición (como dijimos), a CXXXIII grados, XX minutos, desde la cabeza de la constelación de Aries, y se mostró el ángulo FEN aproximadamente de XIII grados, XL minutos, se manifiesta, al calcular retrocediendo, que la posición del apogeo del excéntrico en esta última medición estuvo a CXIX grados, XL minutos, en la esfera de las estrellas fijas. En tiempos de Antonino, Ptolomeo la encontraba a CVIII grados, L minutos, y por tanto, hasta nuestros días, se movió hacia el este diez grados y cinco sextos de un grado. También hallamos que la distancia entre los centros es menor en 40 unidades, considerada la distancia desde el centro del excéntrico [el radio] en 10.000, no porque se hubiera equivocado Ptolomeo o nosotros, sino por un argumento claro: porque el centro de la gran órbita terrestre se ha acercado al centro de la órbita de Marte, mientras el Sol permanecía inmóvil. Todas estas cosas corresponden aproximadamente entre sí, como aparecerá después más claro que la luz.

(29) Trácese ahora la órbita anual de la tierra, con centro en E, con su diámetro SER paralelo a CD debido a la regularidad de las revoluciones, y esté en R el apogeo regular respecto a la estrella, en S el perigeo, en T la tierra; y prolongando la línea ET, en la que fue vista la estrella, cortará a CD en el punto X. Y fue vista en la línea ETX, en esta última posición, (como se ha dicho) a CXXXIII grados, XX minutos. También se demostró que el ángulo DXE medía II grados, LVI minutos. Y en realidad esta es la diferencia por la que el ángulo XDF, del movimiento medio, es mayor que el



XED, del movimiento aparente. Pero el SET es igual al DXE, su alterno, y es la prostaféresis de la conmutación, restada la cual del semicírculo, quedan CLXXVII grados, IIII minutos, anomalía regular de conmutación, deducida desde el apogeo R del movimiento regular, de manera que tenemos demostrado que en el año MDXXIII de Cristo, ocho días antes de las Kalendas de Marzo, siete horas equinocciales antes del mediodía, la estrella Marte estaba en su movimiento medio en longitud a CXXXVI grados, XVI minutos y su anomalía regular de conmutación a CLXXVII grados, IIII minutos y el ápside superior del excéntrico a CXIX grados, XL minutos. Que era lo que se tenía que demostrar.

Capítulo XVII

COMPROBACIÓN DEL MOVIMIENTO DE MARTE

277 (2) Quedó claro más arriba, que en la última de las tres observaciones de Ptolomeo, Marte estaba en su movimiento medio a CCXLIIII grados y medio, y en la anomalía de conmutación a CLXXI grados, XXVI minutos. En consecuencia, en el tiempo intermedio, además de las revoluciones completas, aumentaron en V grados, XXXVIII minutos. Así, desde el año segundo de Antonino, el día duodécimo del mes Epiphi, el undécimo de los egipcios, nueve horas después del mediodía, esto es, tres horas equinocciales antes de la medianoche siguiente, con respecto al meridiano de Cracovia, hasta el año de Cristo mil quinientos XXIII, ocho días antes de las Calendas de Marzo, siete horas antes del mediodía, han transcurrido MCCCLXXXIIII años egipcios, CCLI días, XIX minutos. En este tiempo se encuentran, según el cálculo antes expuesto, un exceso en la anomalía de conmutación de V grados, XXXVIII minutos, completadas sus DCIIL revoluciones. Y se considera el movimiento regular del Sol de CCLVII y medio grados, deducidos del cual los V grados, XXXVIII minutos del

movimiento de conmutación, quedan CCLI grados, 52, movimiento medio de Marte en longitud. Todo lo cual coincide aproximadamente con lo que se ha expuesto.

Capítulo XVIII

DETERMINACIÓN DE LAS POSICIONES DE MARTE

(18) Se han calculado desde el principio de los años de Cristo, hasta el año segundo de Antonino, duodécimo día del mes Epiphi de los egipcios y tres horas antes de la medianoche, CXXXVIII años egipcios, CLXXX días, LII minutos. En ellos el movimiento de conmutación era de CCXCIII grados, XXII[34] minutos, que restados de los CLXXI grados, XXVI minutos, de la última observación de Ptolomeo, tomada una revolución íntegra, quedan CCXXXVIII grados, XXII minutos, en el primer año de Cristo, a la medianoche antes de las Calendas de Enero. Hasta este momento, desde la primera Olimpíada, hay DCCLXXV años egipcios, XII días y medio, durante los cuales el movimiento ha sido de CCLIIII grados, I minuto. De igual modo, restados de los CCXIIII grados, XLVI minutos, tomada una vuelta, queda su posición en la primera Olimpíada a CCCXLIIII grados, XXI minutos. De manera semejante, calculando los movimientos con respecto a otros intervalos de tiempo, tendremos la posición en la época de Alejandro a CXX grados, XXXIX minutos, en la de César a CXI[35] grados, XXV minutos.

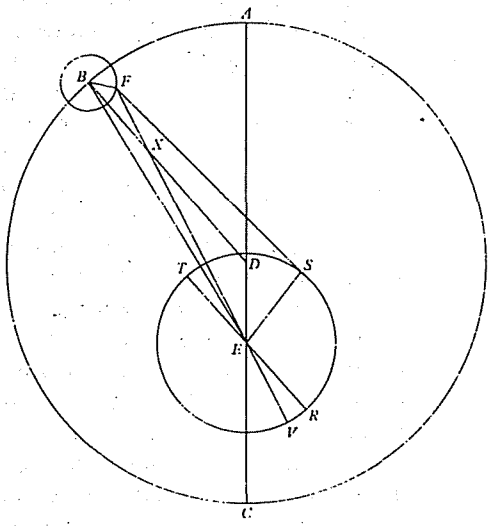
Capítulo XIX

SOBRE CUÁNTO MEDIRÍA LA ÓRBITA DE MARTE SI CONSIDERÁRAMOS LA ÓRBITA ANUAL DE LA TIERRA COMO UNA UNIDAD

(34) Al respecto también observamos la conjunción de Marte con la primera estrella brillante de las de Scorpio, llamada la meridional Chele, que aconteció en el año MDXII de Cristo, en las mismas Calendas [día 1.º] de Enero. Vimos, por la mañana, seis horas
278 equinocciales antes de aquel mediodía, a Marte que distaba de la

estrella fija la cuarta parte de un grado, pero desviada hacia el solsticio naciente, con lo que se significaba que Marte estaba separado de la estrella hacia el este por la octava parte de un grado en longitud, pero por un quinto en latitud boreal. Consta, pues, la posición de la estrella desde la primera de Aries a CXCI grados, XX minutos, con una latitud norte de XL minutos. Y se evidenció la posición de Marte a CXCI grados, XXVIII minutos, teniendo una latitud norte de LI minutos. A este tiempo, según el cálculo, le corresponde una anomalía de conmutación de XCVIII grados, XXVIII minutos. La posición media del Sol estaba a CCLXII grados y la posición media de Marte a CLXIII grados, XXXII minutos, la anomalía del excéntrico a XLIII grados, LII minutos.

(11) Propuesto esto así, descríbase el excéntrico ABC, sea D su centro, el diámetro ADC, el apogeo A, el perigeo C, la excentricidad DE de 1.460 unidades, siendo AD de 10.000. Se da también el arco AB de XLIII grados, LII minutos. Haciendo centro en B, pero con una distancia BF de 500 unidades, de las que AD tiene 10.000, descríbase un epiciclo, de modo que el ángulo DBF sea igual al ADB, y únanse BD, BE, FE. También con centro en E, trácese la órbita mayor de la tierra RST, siendo su diámetro RET paralelo a BD, en el que [diámetro] esté R apogeo de la conmutación del planeta, T el perigeo del movimiento regular de éste. Y esté la tierra en S, y siguiendo el arco RS la anomalía regular de conmutación, que se calcula de XCVIII grados, XXVIII minutos. Prolónguese FE en línea recta formando FEV, que cortará BD en el punto X y al arco convexo de la órbita terrestre en V, en el que está el auténtico apogeo de conmutación.



279 (1) En consecuencia, puesto que del triángulo BDE conocemos los lados, DE de 1.460 unidades, siendo BD de 10.000, que contienen al ángulo dado BDE de CXXXVI grados, VIII minutos,

interior al ADB cuya medida conocemos de XLIII grados, LII minutos [180° - 43°, 52' = 136°, 8']: a partir de estos datos se demostrará el tercer lado de 11.097 de aquellas unidades, y el ángulo DBE de V grados, XIII minutos. Pero el ángulo DBF es igual al ADB por hipótesis; la suma EBF será de XLIX grados, V minutos, contenido por los lados dados EB, BF. Por tanto, tendremos el ángulo BEF de dos grados y el otro lado FE de 10.776 unidades, siendo DB de 10.000. En consecuencia, el DXE mide VII grados, XIII minutos, pues lo forman conjuntamente el XBE y el XEB, interiores y opuestos. Esta es la prostaféresis substractiva, por la que el ángulo ADB es mayor que el XED y la posición media de Marte mayor a la real. Y la posición media se calculó en CLXIII grados, XXXII minutos. Luego la real la precede [hacia el oeste] a CLVI grados, XIX minutos, pero apareció a CXCI grados, XXVIII minutos, observándola desde S. En consecuencia se produjo una paralaje o conmutación de XXXV grados, IX minutos, al oeste. Luego es patente que el ángulo EFS tiene XXXV grados, IX minutos. Y siendo RT paralela a BD, el ángulo DXE era igual al REV, y el arco RV medirá por semejanza VII grados, XIII minutos. Así, la suma VRS es de CV grados, XLI minutos, medida de la anomalía de conmutación corregida con lo que consta el ángulo VES, exterior al triángulo FES. Y a partir de ahí se conoce el ángulo interior y opuesto FSE de LXX grados, XXXII minutos, y todos en el mismo tipo de grados, siendo dos rectos CCCLX. Pero en los triángulos de ángulos dados, se conoce la proporción entre los lados, luego FE tiene una longitud de 9.428 unidades, ES de 5.757, siendo el diámetro del círculo que circunscribe al triángulo de 10.000. En consecuencia, si EF fuera de 10.776, ES será de casi 6.580, siendo BD de 10.000, separándose también poco del cálculo realizado por Ptolomeo. Pero la suma ADE tiene 11.460 de las mismas unidades, y la diferencia EC 8.540. Y a éstas se restan 500 unidades cuando el epiciclo está en A, en el ápside superior del excéntrico, y se le suman en el inferior, de modo que queden 10.960 en el superior, 9.040 en el inferior. En consecuencia, considerando la mitad del diámetro de la órbita terrestre como una unidad, habrán en el apogeo de Marte, que es a la vez la distancia máxima, una unidad XXXVIIII minutos, LVII segundos: en la mínima, una unidad, XXII minutos, XXVI segundos, en la media, una unidad, XXXI minutos, XI segundos. Así pues, también en el caso de Marte, los movimientos, las cantidades y las distancias son explicadas con un razonamiento seguro por medio del movimiento de la tierra.

Capítulo XX

SOBRE LA ESTRELLA VENUS

(34) Expuestos los movimientos de los tres [planetas] superiores, Saturno, Júpiter y Marte, que giran exteriormente a la tierra, ahora conviene hablar de aquellos a los que la propia tierra rodea. Y en primer lugar de Venus, que admite una demostración de su movimiento más fácil y evidente que aquél [Mercurio] con tal que no falten las observaciones necesarias de algunas posiciones. Puesto
280 que si sus máximas distancias, la matutina y la vespertina, de la una y la otra a la posición media del Sol, se encuentran iguales entre sí, sabremos ya con certeza que en el punto medio de esas dos posiciones del Sol se encuentran los ápsides superior e inferior del excéntrico de Venus, los cuales [ápsides] se distinguen porque tal igualdad de digresión [elongación angular] se hace menor en el apogeo y mayor en el punto opuesto [perigeo]. Además, en las otras posiciones se sabe cuánto dista la órbita de Venus del ápside superior o inferior por las diferencias de aquéllos, por las que [en la elongación angular] uno a otro se exceden, y se percibe la excentricidad sin duda alguna, partiendo de lo transmitido por Ptolomeo [36] con tanta claridad, que no sería necesario repetirlas una a una, si no se aplicasen también a nuestra hipótesis de la movilidad terrestre a partir de las mismas mediciones de Ptolomeo.
(10) Tomó como primera observación, una hecha por el matemático Theón de Alejandría, (como se dijo) en el año dieciseis de Adriano, el día XXI del mes Pharmuthi, en la primera hora de la noche siguiente, que era el año CXXXII de Cristo, por la tarde, VIII días antes de los Idus de Marzo. Y Venus fue visto en su mayor distancia vespertina desde la posición media del Sol, a XLVII grados y un cuarto, mientras la posición media del Sol según el cálculo estaba a CCCXXXVII grados, XLI minutos de la esfera de las fijas. A esta añadió otra observación suya, que dice tuvo lugar en el año cuarto de Antonino, al amanecer el día doce del mes Thoth, o sea en el año CXLII de Cristo, al alba del tercer día antes de las Calendas de Agosto, fecha en la que dice que el límite máximo [máxima elongación] de Venus matutino estaba de nuevo a XLVII grados, XV minutos, igual distancia que en la anterior desde la posición del Sol, y que estaba a CXIX grados aproximadamente de la esfera de las estrellas fijas, mientras la anterior estaba a CCCXXXVII grados, XLI minutos. Es manifiesto

que entre estas posiciones medias están las de los ápsides a XLVIII y un tercio y CCXXVIII y un tercio, opuestas entre sí. Añadiendo a ambas los VI grados y dos tercios de la precesión de los equinoccios, inciden en los XXV grados de Tauro y Scorpio, según la opinión de Ptolomeo, en los cuales deben estar los ápsides superior e inferior del diámetro de Venus.

(27) De nuevo, para una mayor confirmación de este problema, toma otra observación de Theón en el año cuarto de Adriano, al amanecer del día XX del mes Athyr, que era el año CXIX del nacimiento de Cristo, en la mañana del día cuarto antes de los Idus de Octubre, momento en que apareció de nuevo Venus con una distancia máxima de XLVII grados, XXXII minutos, desde la posición media del Sol que estaba a CXCI grados, XIII minutos. A esta añade su observación en el año XXI de Adriano, que era el año CXXXVI de Cristo, el día nueve del mes egipcio Mechir, y para los romanos VIII días antes de las Kalendas de Enero, en la primera hora de la noche siguiente, momento en el que de nuevo la distancia vespertina se encontró a XLVII grados, XXXII minutos, desde la posición media del Sol a CCLXV grados. Pero en la precedente medida de Theón, la posición media del Sol estaba a CXCI grados, XIII minutos. Entre estas posiciones medias caen de nuevo [los ápsides] a XLVIII grados, XX minutos y CCXXVIII grados y casi XX minutos, en los que deben estar el apogeo y el perigeo, y desde los equinoccios están a XXV grados de Tauro y Scorpio.

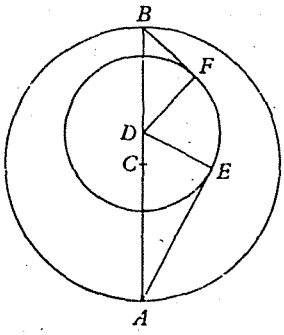
(40) Las cuales las separó después por las otras dos mediciones siguientes. Una de ellas era de Theón[37], en el año trece de Adriano, el día tercero del mes Epiphi, pero que era el año ciento XXIX de Cristo, en la madrugada del día doce de las Calendas de Junio, fecha en la que aparece el límite extremo [elongación máxima] de Venus matutino a XLIIII grados, XLVIII minutos, 281
mientras el Sol estaba en su movimiento medio a XLVIII y cinco sextos grados, y Venus apareció a IIII grados de la esfera de las fijas. El propio Ptolomeo realizó la otra en el año XXI de Adriano, el segundo día del mes Tybi de los egipcios, por lo que calculamos el año romano ciento treinta y seis después del nacimiento de Cristo, V días antes de las Calendas de Enero, en la primera hora de la noche siguiente, estando el Sol en su movimiento medio a CCXXVIII grados, LIIII minutos, del cual Venus distaba una máxima distancia vespertina [máxima elongación vespertina] de XLVII grados, XVI minutos, apareciendo a CCLXXVI grados y un sexto. A partir de estos datos se diferencian los ápsides uno de

otro, o sea el superior a XLVIII grados con un tercio, donde acontecen las elongaciones menores de Venus, y el inferior a CCXXVIII grados y un tercio, donde se dan las mayores. Esto era lo que había que demostrar.

Capítulo XXI

SOBRE CUÁL ES LA PROPORCIÓN ENTRE LOS DIÁMETROS DE LA ÓRBITA DE LA TIERRA Y DE VENUS

(13) También partiendo de estas mediciones, se hará patente la proporción entre los diámetros de las órbitas de la tierra y de Venus. Trácese, pues, la órbita de la tierra AB con centro en C; su diámetro ACB que pasa por ambos ápsides, en el que se toma D como centro de la órbita de Venus, excéntrica al círculo AB. Y sea A la posición del apogeo, estando en la cual la tierra su centro distaba al máximo del centro de la órbita de Venus, mientras AB es la línea del movimiento medio del Sol, a XLVIII grados y un tercio [en A], pero a CCXXVIII grados y un tercio en B.



(19) Trácense también las líneas rectas AE, BF, que tocan a la órbita de Venus en los puntos E, F, y únanse DE, DF. En consecuencia, puesto que el ángulo DAE subtiende, con respecto al centro del círculo, a XLIIII y cuatro quintos grados de circunferencia, y el ángulo AED es recto, el triángulo DAE será de ángulos, y por tanto de lados, conocidos, así DE como es la mitad de la cuerda del doble de DAE medirá 7.046 unidades, de las cuales AD tiene 10.000. Del mismo modo, en el triángulo rectángulo BDF se conoce el ángulo DBF de XLVII y un tercio grados: por tanto la cuerda DF será de 7.346 unidades, siendo BD de 10.000. En consecuencia, partiendo de esto, si DF igual a DE fuera de 7.046 unidades, BD medirá 9.582 de las mismas unidades. De aquí, la suma ACB de 19.582 de las mismas unidades y la mitad AC de 9.791, y la diferencia CD [BC-BD] de 208. En consecuencia, cuando AC fuera una unidad, DE tendrá XLIII minutos y una sexta parte de minuto, y CD un minuto con

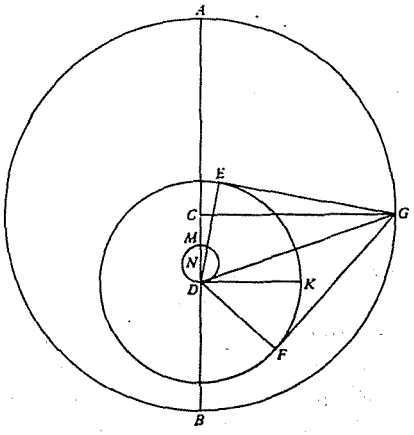
nbién

una cuarta parte aproximadamente. Y midiendo AC 10.000, DE o DF tendrá 7.193 y CD aproximadamente 208. Que era lo que se quería demostrar.

Capítulo XXII

ACERCA DEL DOBLE MOVIMIENTO DE VENUS

(32) A pesar de lo dicho, el movimiento regular de Venus alrededor de D no es simple, sobre todo por las razones que se deducen de dos observaciones de Ptolomeo. Una de ellas tuvo lugar en el año XVIII de Adriano, el segundo día del mes Pharmuthi de los egipcios; pero según los romanos era el año ciento treinta y cuatro después del nacimiento de Cristo, en el amanecer del día diecinueve antes de las Calendas de Marzo. Estando entonces el Sol en 282
su movimiento medio a CCCXVIII grados y cinco sextos, Venus, apareciendo por la mañana a CCLXXV grados y un cuarto, había alcanzado el límite extremo de digresión [elongación] en los XLIII grados, XXXV minutos. Tomó la segunda en el año tercero de Antonino, en el mismo mes de Pharmuthi, en el día cuarto, según los egipcios, que era en el año ciento cuarenta de Cristo, según el calendario romano, en el crepúsculo del día doce antes de las Kalendas de Marzo. También entonces la posición media del Sol estaba a los CCCXVIII grados cinco sextos, y Venus en la máxima distancia [elongación] de aquél por la tarde de XLVIII grados y un tercio, fue visto a los VII grados y cinco sextos[38] de longitud.



(10) Expuesto esto así, tómese en idéntica órbita terrestre el punto G en el que esté la tierra de modo que AG sea un cuadrante del círculo, por el que el Sol, en posiciones opuestas en ambas observaciones en ocasiones según su movimiento medio, pareció preceder [apareció al oeste] al apogeo del excéntrico de Venus, y únase CG, a la que se trazará una paralela DK, y las tangentes a la órbita de Venus GE y

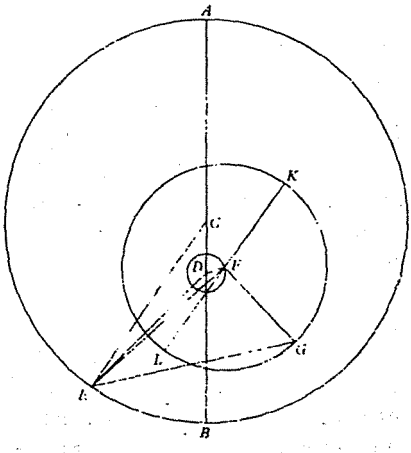
GF, y únanse DE, DF, DG. En consecuencia, puesto que el ángulo de elongación matutina EGC en la primera observación era de XLIII grados, XXXV minutos, y en la otra, la vespertina, el CGF de XLVIII grados y un tercio, suman ambos todo el EGF de XCI grados con once doceavos. Y por tanto su mitad, DGF, es de XLV grados, LVII minutos y medio, y la diferencia CGD de dos grados, XXIII minutos. Pero el DGC es recto; en consecuencia, del triángulo CGD de ángulos dados, se conoce la proporción de los lados, y CD mide 416 unidades de longitud, siendo CG de 10.000. Pero antes se demostró que la distancia entre los centros medía 208 unidades, realizada ahora es mayor casi en el doble. En consecuencia, si CD es cortado en dos partes en el punto M, DM será
283 igualmente de 208, diferencia total en esta aproximación y alejamiento. Si se le cortara de nuevo en N, se advertirá que es el punto medio y regular de este movimiento. Por lo tanto, como en los tres [planetas] superiores, aparece el movimiento de Venus como compuesto por otros dos movimientos regulares, ya sea que esto ocurre por el epiciclo del excéntrico, como en los anteriores, ya sea por otra de las maneras anteriormente dichas.

(5) Sin embargo, esta estrella tiene alguna diferencia con respecto a aquellas en cuanto al orden y medida de sus propios movimientos, y esto se demostrará más fácil y cómodamente (según creo) por medio de un excéntrico. De este modo, si alrededor de N como centro, y con la distancia [radio] DN describiéramos un pequeño círculo, sobre el que se mueva alrededor y cambie de posición [el centro de] la órbita de Venus según esta ley, que cuando la tierra cae sobre el diámetro ACB, en el que están los ápsides superior e inferior del excéntrico, el centro de la órbita del planeta estará siempre en la distancia mínima, esto es, en el punto M, pero en el ápside medio (como es G) el centro de la órbita llega al punto D y a la máxima distancia CD. Con lo que es posible comprender, que en el tiempo en que la tierra recorre una vez su órbita, el centro de la órbita del planeta realiza dos revoluciones alrededor de su centro N, y en la misma dirección que la tierra, esto es hacia el este. Pues, por tal hipótesis acerca de Venus, el movimiento regular y el aparente coinciden en todos los ejemplos, como quedará claro inmediatamente. Además nos encontramos, que todo lo que se ha demostrado hasta ahora con respecto a Venus, coincide con nuestro tiempo, a no ser en que la excentricidad ha decrecido 1/6 de unidad aproximadamente, de tal modo que la que antes era de 416 unidades, ahora es de 350, lo que nos lo demuestran muchas observaciones.

Capítulo XXIII

SOBRE EL EXAMEN DEL MOVIMIENTO DE VENUS

(21) Sobre esto, tomamos dos posiciones muy cuidadosamente observadas, una por Timócaris en el año trece de Ptolomeo Filadelfo, en el año LII después de la muerte de Alejandro, al amanecer del día dieciocho del mes Mesori del calendario egipcio, en la cual se transmitió que Venus había sido vista ocupando la posición de la estrella que precede a las cuatro que están en el ala izquierda de Virgo y que es la sexta en la descripción de este signo, y cuya longitud es de CLI grados y medio, su latitud boreal de un grado y un sexto, y es de tercera magnitud. La localización de Venus quedaba así clara. Y la posición media del Sol, según el cálculo, estaba a CXCIIII grados, XXIII minutos. Con este ejemplo en la figura descrita, y permaneciendo el punto A a XLVIII grados, XX minutos, AE será un arco de CXLVI grados, III minutos, y el resto BE de XXXIII grados, LVII minutos y también el ángulo CEG, distancia del planeta desde la posición media del Sol, será de XLII grados, LIII minutos.



(33) En consecuencia, puesto que la línea CD mide 312 unidades, siendo CE de 10.000, y el ángulo BCE es de XXXIII grados, LVII minutos: los que faltan en el triángulo CDE serán, el ángulo CED de un grado, un minuto, y el tercer lado DE de 9.743 unidades. Pero el ángulo CDF, doble del BCE, es de LXVII grados, LIIII minutos; queda del semicírculo el ángulo BDF de CXII grados, VI minutos, y el BDE, exterior del triángulo CDE de XXXIIII grados, LVIII minutos, con lo que consta la 284
medida de todo el EDF de CXLIIII grados[39], IIII minutos, y DF se conoce como de 104 unidades, siendo DE de 9.743. También en el triángulo DEF, el ángulo DEF medirá XX minutos, y todo el CEF un grado, XXI minutos y el lado EF 9.831 unidades. Pero ahora es

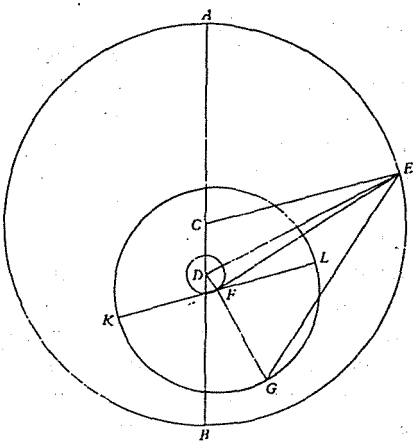
patente que todo el CEG es de XLII grados, LIII minutos; en consecuencia, la diferencia FEG será de XLI grados, XXXII minutos, y FG desde el centro de la órbita [radio] es de 7.193 unidades, siendo EF de 9.831. En consecuencia, en el triángulo EFG, conocida la proporción de sus lados y el ángulo FEG, se dan los restantes ángulos, luego el EFG tiene LXXII grados, V minutos; sumando a los cuales el semicírculo dan CCLII grados, cinco minutos del arco KLG[40] desde el ápside superior de la órbita. Así tenemos demostrado que en el año XIII de Ptolomeo Filadelfo, al amanecer del día XVIII del mes Mesor la anomalía de conmutación de Venus era de *CCLII grados, V minutos.*

(13) Otra posición de Venus observamos el año MDXXIX de Cristo, cuatro días antes de los Idus de Marzo, una hora después del ocaso del Sol y al principio de la hora octava después del mediodía. Vimos que la Luna empezó a ocultar a Venus en su parte tenebrosa en la distancia media entre sus cuernos. Y la ocultación duró hasta el final de esa misma hora o un poquito más, hasta que el planeta se vio emerger por la otra parte, en medio de la gibosidad de sus cuernos, hacia el ocaso [oeste]. En consecuencia, es patente que en medio de esta hora, poco más o menos, fue la unión a tenor de los centros entre la Luna y Venus. Y contemplamos este espectáculo en Frauenburg. Venus estaba entonces en su aumento [de elongación] vespertino y más acá del punto de contacto [tangencial] de su órbita [con la línea desde la tierra].

(22) En consecuencia, han transcurrido desde el nacimiento de Cristo MDXXIX años egipcios, LXXXVII días, VII horas y media *según el tiempo aparente*, pero según el regular VII horas, XXXIIII minutos. La posición media del Sol alcanza los CCCXXXII grados, XI minutos, la precesión de los equinoccios es de XXVII grados, XXIIII minutos; el movimiento regular de la Luna a partir del Sol era de XXXIII grados, LVII minutos, la anomalía regular a CCV grados y un minuto, el de latitud a LXXI grados, LIX minutos. A partir de estos datos se calculó la posición real de la Luna en diez grados, pero partiendo desde el equinoccio a los VII grados, XXIIII minutos de Tauro, con una latitud boreal de un grado XIII minutos. Pero, puesto que estaban surgiendo los XV grados de Libra, por ello la paralaje de la Luna en longitud era de XLVIII minutos, en latitud XXXII, y por tanto su posición apareció a los VI grados, XXXVI minutos de Tauro, pero la longitud en la esfera de las fijas era de nueve grados, XII minutos, con una latitud norte de XLI minutos. Y la posición aparente de Venus

tenía una distancia por la tarde desde la posición media del Sol de XXXVII grados, un minuto, la distancia de la tierra al ápside superior de Venus era de LXXVI grados, 9 minutos, al oeste.

(14) Repítase ahora la figura de acuerdo con el modo de construcción precedente, excepto que el arco EA o el ángulo ECA sea de LXXVI grados, IX minutos, y su doble CDF de CLII grados, XVIII minutos. La excentricidad CD según se encuentra en nuestros días de 246 unidades y DF de 104, siendo CE de 10.000. Luego tenemos en el triángulo CDE un ángulo dado, la diferencia [180 − 76°, 9'] DCE de CIII grados, LI minutos, comprendido por lados conocidos, a partir de los cuales se demuestra el ángulo CED de un grado, XV minutos y el tercer lado DE de 10.056, y el restante ángulo CDE de LXXIIII grados, 286
LIIII minutos. Pero el CDF, doble del ACE, es de CLII grados, XVIII minutos, de los cuales si resto el ángulo CDE queda el EDF de LXXVII grados, XXIIII minutos.



(3) Así, de nuevo, en el triángulo DEF, dos lados, el DF de 104 unidades y el DE de 10.056 de las mismas unidades, comprenden el ángulo conocido EDF. Se conoce también el ángulo DEF de XXXV minutos, y el lado que queda EF de 10.034; de aquí que todo el ángulo CEF sea de un grado, L minutos. Además, puesto que todo el ángulo CEG es de XXXVII grados, un minuto, según el cual el planeta parece distar [distancia aparente] de la posición media del Sol, si le restamos CEF, quedará FEG de XXXV grados, XI minutos.

(9) En el mismo sentido, también en el triángulo EFG, junto con el ángulo en E dado, se conocen también dos lados, el EF de 10.034 unidades, y el FG de 7.193 de las mismas unidades. A partir de aquí, también los restantes ángulos resultarán calculados, el EGF de LIII y medio grados y el EFG de XCI grados, XIX minutos, en los que distaba el planeta del perigeo real de su órbita. Pero como el diámetro KFL se trazó paralelo a CE, de modo que sea K el apogeo del movimiento regular y L el perigeo, restado el

ángulo EFL [del EFG], igual al CEF, quedará el ángulo LFG, y el arco LG, de LXXXIX grados, XXIX minutos, y el resto del semicírculo KG será de XC grados, XXXI minutos, anomalía de conmutación del planeta calculada desde el ápside superior del movimiento regular de su órbita: lo que buscábamos en el momento de nuestra observación.

(18) Pero en la observación de Timócaris [de la anomalía] eran CCLII grados, quince minutos. En consecuencia, en el tiempo intermedio, además de MCXV revoluciones completas, hay CIIC grados, XXVI minutos. Pero el tiempo transcurrido desde el año XIII de Ptolomeo Filadelfo, en el amanecer del día XVIII del mes de Mesori, hasta el año MDXXIX de Cristo, el día IIII antes de los Idus de Marzo, VII horas y media después de mediodía, es de MDCCC años egipcios, CCXXXVI días, XL minutos aproximadamente. En consecuencia, multiplicando el movimiento de las MCXV revoluciones CIIC grados, XXVI minutos, por CCCLXV días, y dividiendo el producto por MDCCC años, CCXXXVI días, XL minutos, tendremos un movimiento anual de III veces sesenta grados, XLV grados [total 225°], I minuto, XLV segundos, III terceros, XL cuartos. Distribuidos éstos de nuevo entre los CCCLXV días queda un movimiento diario de XXXVI minutos, LIX segundos, XXVIII terceros. Con lo que se explica la tabla que expusimos con anterioridad.

Capítulo XXIIII

ACERCA DE LAS POSICIONES DE LA ANOMALIA DE VENUS

(31) Desde la primera Olimpíada hasta el año XIII de Ptolomeo Filadelfo, al amanecer del día dieciocho del mes Mesor, hay DIII años egipcios, CCXXVIII días, XL minutos, en los que se calcula un movimiento de CCXC grados, XXXIX minutos. Si se restan éstos de los CCLII grados, V minutos, tomada una revolución, quedan CCCXXI grados, XXVI minutos, posición del movi-
287 miento en la primera Olimpíada, a partir de la cual las otras posiciones se averiguan según la proporción de movimiento y tiempo dicho ya muchas veces: [en el tiempo] de Alejandro de LXXXI grados, LII minutos, de César de LXX grados[41], XXVI minutos, de Cristo CXXVI grados, XLV minutos.

Capítulo XXV

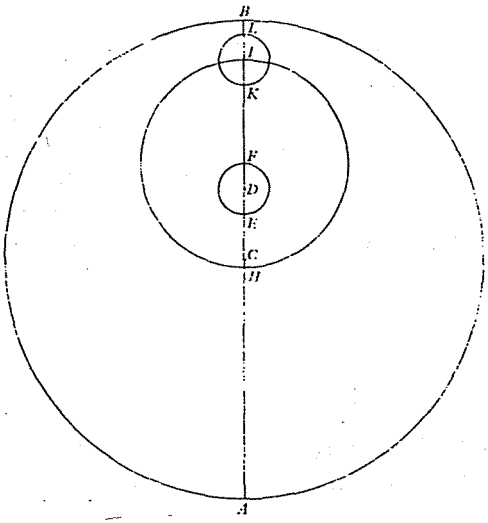
SOBRE MERCURIO

(5) Se mostró de qué modo Venus está ligado al movimiento de la tierra y bajo qué proporción de los círculos se oculta su movimiento regular. Queda Mercurio que, sin duda, se expondrá también bajo el mismo principio asumido, aunque divaga por sus varios movimientos más que aquél [Venus] o que cualquiera de los antes citados. Consta suficientemente, por la experiencia de las observaciones antiguas, el hecho de que Mercurio tiene en el signo de Libra las mínimas digresiones [elongaciones] a partir del Sol, y mayores en su punto opuesto (como es lógico). Sin embargo, no presénta las máximas en este lugar, sino en cualquier otra posición más allá o más acá, como en Géminis o en Acuario, sobre todo en el tiempo de Antonino, según opinión de Ptolomeo, lo que no sucede con ningún otro astro. Los matemáticos antiguos consideraban que la causa de esto era la inmovilidad de la Tierra y que Mercurio se movía en su gran epiciclo sobre el excéntrico, como advirtieran que un solo y simple excéntrico no podía satisfacer estas apariencias (aun concediendo que el excéntrico se moviera no alrededor de su centro, sino de otro centro distinto), se vieron obligados a admitir que el excéntrico, transportando un epiciclo [deferente], se movía sobre otro círculo pequeño, como lo admitían con respecto al excéntrico de la Luna. Por tanto, existiendo tres centros, por supuesto el del excéntrico transportando a un epiciclo, otro el del pequeño círculo, y un tercero el del círculo (al que los más modernos llaman equante), desechados los dos primeros, concedieron que el epiciclo era transportado regularmente alrededor del centro del equante, que era el más ajeno al centro verdadero y a su relativa [distancia] y a los otros centros preexistentes. Y no pensaron que podía salvarse la apariencia de la estrella con otra relación, como se declara profusamente en la Composición Ptolomaica.

(25) Pero para librar a este último astro de la injuria y asechanzas de sus detractores y para que quede no menos clara que la de sus precedentes su regularidad con respecto a la tierra, le asignaremos un excéntrico de excéntrico, en lugar de aquel epiciclo que consideraba la antigüedad, pero de un modo diferente al de Venus. Y en manera alguna el epiciclo se mueve menos sobre su excéntrico, sino que la estrella se mueve, no según la circunferencia, sino

según su diámetro hacia arriba y hacia abajo, lo que puede suceder en movimientos regulares circulares, como se expuso antes con respecto a la precesión de los equinoccios. Y esto no es sorprendente, porque también Proclo en la exposición de los Elementos de Euclides confiesa que una línea recta puede ser descrita también por muchos movimientos. Con todo lo cual se demostrarán sus apariencias.

(35) Pero para captar más claramente esta hipótesis, sea AB la gran órbita de la tierra, su centro C, el diámetro ACB, en el cual, tomado como centro D, entre los puntos B, C y con una distancia [radio] de la tercera parte de CD, trácese el pequeño círculo EF, de
288 modo que en F esté la máxima distancia a partir de C, y en E la mínima. Después con centro en F dibújese la órbita de Mercurio HI. A continuación, haciendo centro en I, ápside superior, añádase el epiciclo que recorre el planeta. Sea HI la órbita excéntrica de un excéntrico que conlleva un epiciclo-excéntrico. Expuesta de este modo la figura, todos estos puntos, por orden, caigan en línea recta AHCEDFKILB. Y entre tanto se supone al planeta en K, esto es, en la distancia mínima desde el centro F, que es FK. Ahora establecido así el punto de arranque de las revoluciones de Mercurio, entiéndase que el centro F realiza dos revoluciones por cada una de la tierra, y en la misma dirección, que es hacia el oeste; de modo semejante se mueve el planeta en KL, pero a lo largo del diámetro hacia arriba y abajo con respecto al centro de la órbita HI. De esto se sigue que, cuando la tierra está en A o en B, el centro de Mercurio está en F, esto es, en la posición más alejada de C, pero cuando la tierra está en los cuadrantes intermedios, el centro está en E, la posición más próxima, de modo contrario a como sucedía en Venus. También según esta ley, cuando Mercurio recorre el diámetro del epiciclo KL, está en la posición más próxima al



centro de la órbita que lleva al epiciclo, que es en K cuando la tierra pasa por el diámetro AB, y cuando está en ambas posiciones medias, la estrella alcanzará el lugar más alejado, L. Así se producen las dos revoluciones gemelas, la del centro de la órbita sobre la circunferencia del círculo pequeño EF y la estrella a lo largo del diámetro HK [LK], iguales entre sí y conmensurables por el espacio recorrido anualmente por la tierra. Pero, entre tanto el epiciclo, 289
o la línea FI, se mueve con su propio movimiento siguiendo la órbita HI, y su centro regularmente [moviéndose con regularidad] completa una revolución simple en XIIC días aproximadamente, con respecto a la esfera de las estrellas fijas. Pero con ese movimiento, que supera al de la tierra y al que llamamos movimiento de conmutación, vuelve al inicio [realiza una revolución] con respecto a ella [la tierra] en CXVI días, como más exactamente puede obtenerse por la tabla de los movimientos medios. De ahí se deduce, que Mercurio, en su propio movimiento, no siempre describe el mismo arco de círculo, sino uno muy diferente en relación de su distancia al centro de su órbita; así el [arco] mínimo en el punto K, el máximo en L, y el medio alrededor de I, casi del mismo modo que conviene advertir en el epiciclo del epiciclo lunar. Pero, lo que la Luna realiza a través de la circunferencia, Mercurio lo hace a lo largo de su diámetro con un movimiento recíproco, compuesto de movimientos regulares. Cómo se realiza esto, lo mostramos más arriba en conexión a la precesión de los equinoccios. Pero sobre ello aportaremos después otros datos más numerosos en relación a las latitudes. Y esta hipótesis es suficiente para todas las apariencias que se observan de Mercurio. Lo cual se evidencia por la historia de las observaciones de Ptolomeo y de otros.

Capítulo XXVI

ACERCA DE LAS POSICIONES DE LOS ÁPSIDES SUPERIOR E INFERIOR DE MERCURIO

(17) Así pues, Ptolomeo observó a Mercurio en el primer año de Antonino, después del ocaso del día veinte del mes Epiphi, estando el planeta por la tarde a su máxima distancia a partir del Sol. Hasta ese momento habían pasado CXXXVII años de Cristo[42], CXIIX

días, XLII minutos y medio, en Cracovia. Y por tanto, la posición media del Sol, según nuestro cálculo, estaba a LXIII grados, L minutos, y la estrella, según los instrumentos estaba a siete grados (como dijo) de Cáncer. Pero, deducida la precesión de los equinoccios, que era entonces de VI grados, XL minutos, la posición de Mercurio se mostró a los XC grados, XX minutos, del principio de Aries en la esfera de las fijas, y la elongación máxima desde la posición media del Sol a XXVI grados y medio.

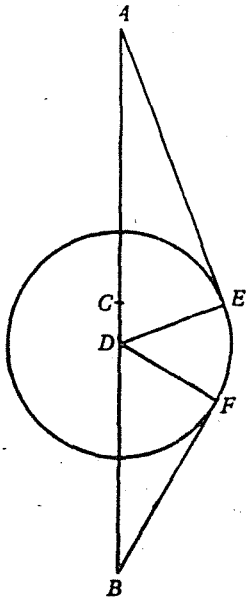
(26) Tomó otra medición en el año cuarto de Antonino, en el día diecinueve del mes Phamenoth, al amanecer, cuando habían transcurrido desde el principio de los años de Cristo, CXL años, LXVII días, y aproximadamente XII minutos, estando la posición media del Sol a CCCIII grados, XIX minutos. Y Mercurio aparecía, según el instrumento, a XIII grados y medio de Capricornio: pero desde el principio fijo de Aries estaba a CCLXXVI grados, XLIX minutos aproximadamente, y por tanto la máxima distancia matutina estaba igualmente a XXVI grados y medio. En consecuencia, siendo iguales los límites de las digresiones [elongaciones] desde la posición media del Sol, es necesario que, en el punto medio de esas posiciones, estuvieran los ápsides de Mercurio, esto es, entre los LXIII grados, 50 minutos y XC grados, XX minutos. Y hay III grados, XXXIIII minutos, y CLXXXIII grados, XXXIIII minutos, en los puntos extremos del diámetro, en los que conviene que estén ambos ápsides de Mercurio, el superior y el inferior. Estos se distinguen, como en el caso de Venus, por medio de dos observaciones, la primera de las cuales tuvo lugar en el año diecinueve de Adriano, en la madrugada del día quinto del décimo mes
290 Athyr, mientras la posición media del Sol estaba a CLXXXII grados, XXXVIII minutos. Desde éste, la distancia máxima de Mercurio por la mañana era de XIX grados, III minutos, puesto que la posición aparente de Mercurio estaba a CXLIII grados, XXXV minutos. Y en el mismo año diecinueve de Adriano, que era el CXXXV después del nacimiento de Cristo, en el crepúsculo del día diecinueve del mes Pachon según los egipcios, se encontró a Mercurio con la ayuda del instrumento a XXVII grados, XLIII minutos, de la esfera de las fijas, mientras el Sol en su movimiento medio estaba a IIII grados, XXVIII minutos. Se evidenció de nuevo, que la distancia máxima de la estrella por la tarde era de XXIII grados, XV minutos, y mayor que la anterior, de donde quedaba bastante claro, que el apogeo de Mercurio en este tiempo no estaba sino a CLXXXIII grados y un tercio aproximadamente. Lo que debía anotarse.

Capítulo XXVII

SOBRE LA MAGNITUD DE LA EXCENTRICIDAD DE MERCURIO Y DE LA SIMETRÍA DE SUS ÓRBITAS

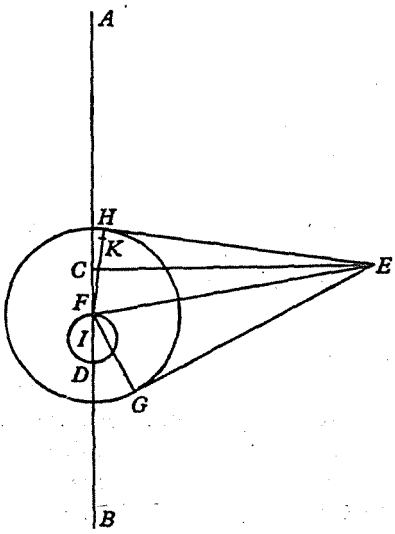
(12) Por medio de lo anterior, se demuestra también al mismo tiempo la distancia entre los centros y las magnitudes de las órbitas. Sea, pues, AB una línea recta que pasa por los ápsides de Mercurio, A el superior y B el inferior, y es también el diámetro del círculo grande, cuyo centro es C, y haciendo centro en D trácese la órbita del planeta. Constrúyanse las líneas tangentes a la órbita AE, BF, y únanse DE, DF. En consecuencia, puesto que en la primera de las dos observaciones precedentes fue vista la distancia máxima por la mañana en los XIX grados, III minutos, por ello el ángulo CAE era de IXX grados, III minutos. Pero en la otra medición aparecía la máxima distancia vespertina en los XXIII grados y un cuarto.

(20) En consecuencia, en ambos triángulos rectángulos AED y BED de ángulos conocidos, se conocerán también las proporciones entre sus lados, de manera que si AD fuera de 100.000, ED, distancia desde el centro de la órbita [radio] sería de 32.639. Pero si BD fuera de 100.000 unidades, FD será de 39.474 de tales unidades. Pero según las unidades, en las que FD es igual a ED (como desde el centro [radio] del círculo) de 32.639 unidades, y de las cuales AD tenía 100.000 unidades, el resto DB será de 82.685 unidades; de ahí que la mitad AC sea de 91.342 unidades, y el resto CD de 8.658 unidades, distancia entre los centros. Pero si AC midiera una unidad o LX minutos, la distancia desde el centro [radio] de la órbita de Mercurio tendrá XXI minutos, XXVI segundos, y CD será de V minutos, XLI segundos. Y si AC es de 100.000, DF es de 35.733 unidades, CD de 9.479. Que era lo que había que demostrar.



(30) Pero estas magnitudes tampoco permanecen las mismas en todo momento y distan mucho de las que acaecen alrededor de los

ápsides medios, cosa que enseñan las longitudes aparentes matutinas y vespertinas observadas en aquellas posiciones que nos transmiten Theón y Ptolomeo. Pues, Theón observó el límite vespertino de Mercurio, en el año XIIII de Adriano, el día XVIII del
291 mes Mesor, después de la puesta del Sol, y desde la natividad de Cristo habían transcurrido CXXIX años, CCXVI días, XLV minutos, mientras la posición media del Sol estaba a XCIII grados y medio, esto es, aproximadamente en el ápside medio de Mercurio. Y el planeta fue visto, por medio del instrumento, preceder [al este] a Basiliscus de la constelación Leo en III grados y cinco sextos y por tanto su posición estaba a CXIX grados y tres cuartos y su distancia máxima vespertina era de XXVI grados y un cuarto. Pero Ptolomeo nos transmitió otro límite observado por él en el año segundo de Antonino, al amanecer del día XXI del mes Mesor, en ese momento habían CXXXVIII años de Cristo, CCXIX días, XII minutos, siendo la posición media del Sol de XCIII grados, XXXIX minutos, a partir del cual halla la máxima distancia matutina de Mercurio en XX grados y un cuarto; pues, fue visto a LXXIII grados y dos quintos de la esfera de las fijas.



(11) Por consiguiente, repítase el diámetro ACDB de la gran órbita que pasa por los ápsides de Mercurio, como antes, y desde el punto C extiéndase, formando ángulos rectos, la línea del movimiento medio del Sol, que es CE. Tómese entre C y D el punto F, con centro en el cual se describirá la órbita de Mercurio, a la que tocan las líneas rectas EH, EG, y únanse FG, FH, EF. Se propone encontrar de nuevo el punto F, y la proporción que exista entre la línea que parte del centro [radio] FG con respecto a AC. Así pues, ya que es conocido el ángulo CEG de XXVI grados con un cuarto, y el CEH de XX grados con un cuarto, en consecuencia, la suma HEG de XLVI grados y medio, la mitad HEF de XXIII grados y un cuarto; en consecuencia, la diferencia CEF tendrá III grados. Por todo ello,

del triángulo rectángulo CEF conocemos los lados CF de 524 unidades, y la subtensa FE de 10.014, siendo CE igual a AC de 10.000 unidades. Pero antes se mostró que CD completa medía 948 de las mismas unidades, cuando la tierra estaba en la dirección del ápside superior o inferior del planeta; el exceso DF, diámetro del círculo pequeño, que ha descrito el centro de la órbita de Mercurio, será de 424 unidades, y la línea que parte del centro [radio] IF de 212 unidades. De ahí que la suma CFI sea de 736 unidades.

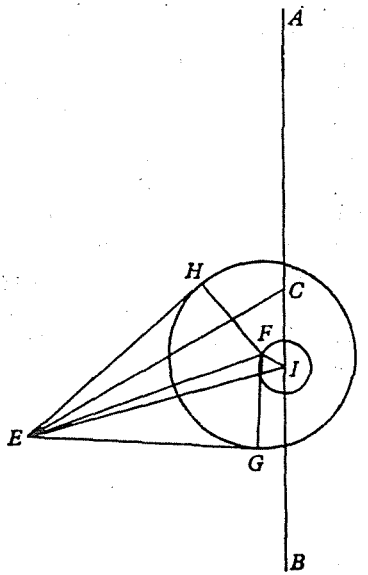
(25) De igual modo, en el triángulo HEF (con un ángulo recto en H) se conoce también HEF de XXIII grados y un cuarto, a partir de los cuales consta FH de 3.947 unidades, si EF tuviera 10.000. Pero si EF fuera de 10.014, de las cuales también CE es de 10.000 unidades, FH sería de 3.953 unidades. Pero antes se mostró que medía 3.573 unidades, al ser igual a FK. Luego el resto HK será de 380 unidades, máxima diferencia de elongación de la estrella desde el centro F de su órbita, que se produce desde el ápside superior e inferior a los [ápsides] medios. A causa de esta elongación y de su diversidad, alrededor del centro F de su órbita, la estrella describe círculos desiguales según distancias diversas, la mínima de 3.573 unidades, la máxima de 3.953 unidades, entre las que tiene que estar la media de 3.763. Y esto es lo que se intentaba demostrar.

Capítulo XXVIII

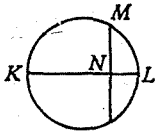
POR QUÉ LAS DIGRESIONES DE MERCURIO PARECEN MAYORES ALREDEDOR DE LOS LADOS DEL HEXÁGONO, QUE LAS QUE SE PRODUCEN EN EL PERIGEO 292

(4) También a partir de lo anterior parecerá menos admirable que Mercurio realice alrededor de [los puntos donde] los lados del hexágono [tocan al] del círculo digresiones mayores que en el perigeo, e incluso que sean mayores que las que hemos demostrado, de tal modo que se llegó a pensar, por parte de los antiguos, que en una sóla revolución de la tierra, la órbita de Mercurio se aproximaba dos veces a la tierra. Así pues, constrúyase el ángulo BCE de LX grados; por tanto el BIF será de CXX grados. Se supone que F realiza dos revoluciones por cada una del centro E de la tierra. Después únanse EF, EI. En consecuencia, puesto que CI se demostró de 736 unidades, de las que EC tiene

10.000, y se conoce el ángulo ECI de LX grados, por lo tanto el otro lado del triángulo ECI, el EI medirá 9.655 unidades, y el ángulo CEI será de III grados, XLVII minutos, aproximadamente, en los que CIE es menor que ACE. Pero se sabe que éste mide CXX grados; en consecuencia, CIE será de CXVI grados, XIII minutos. Pero también el ángulo FIB mide CXX grados, pues por construcción es doble al ECI, y el que sigue hasta el semicírculo, el CIF de LX grados: queda el EIF de XVI grados, XIII minutos. Pero IF se demostró que medía 212 unidades, de las que EI mide 9.655, y que comprenden el ángulo ya conocido EIF, datos de los que se deduce que el ángulo FEI mide un grado, IIII minutos, y la diferencia CEF de II grados, XLIIII minutos, en los que se diferencia el centro de la órbita del planeta de la posición media del Sol, y el otro lado EF de 9.540 unidades.



(21) Trácese ahora, con centro en F, la órbita de Mercurio GH, y tiéndase desde E las tangentes a la órbita, EG, EH, y únanse FG, FH. Primero hemos de averiguar cuánto mide la distancia desde el centro [radio] FG o FH en esta situación. Lo haremos así. Tómese un círculo pequeño cuyo diámetro KL tiene 380 unidades, si consideramos que AC mide 10.000, a través de este diámetro u otro igual a él se entiende que la estrella en la línea recta FG o FH se acerca o se aleja de su propio centro F, del modo que anteriormente expusimos con respecto a la precesión de los equinoccios. Y según la hipótesis, por la que BCE subtiende LX grados de arco, tómese KM con los mismos CXX grados, y trácese MN formando ángulos rectos con KL, la cual [MN] es la mitad de la cuerda del doble de KM o del doble de ML y cortará al diámetro por su cuarta parte LN de VC unidades, lo cual se demuestra en los *Elementos* de Euclides en el XIII, doceavo y en el quinto, XV.



(32) Por tanto, las otras III partes de KN medirán 285 unidades, que junto con la distancia mínima de la estrella suman 3.858, la línea buscada en esa posición FG o FH, si consideramos a AC de 293
10.000 unidades semejantes, de las que también se demostró que EF tenía 9.540. Por todo ello, del triángulo rectángulo FEG o FEH se conocen dos lados: por lo tanto será también conocido el ángulo FEG o el FEH. Puesto que si EF fuera de 10.000 unidades, FG o FH tendrán 4.054 y las dos comprenden un ángulo de XXIII grados, LII minutos, de los que todo el GEH será de XLVII grados, XLV minutos. Pero en el ápside inferior aparecieron sólo XLVI grados y medio, y del mismo modo en el medio XLVI grados y medio. En consecuencia, en uno y otro, *éste* [la elongación] se hizo mayor en un grado, XIIII minutos, no porque la órbita del planeta esté más cercana a la tierra de lo que estaba en el perigeo, sino porque el planeta describe en ésta posición un círculo mayor que en aquella. Todo lo cual concuerda tanto con las observaciones presentes como con las antiguas y se deduce de los movimientos regulares.

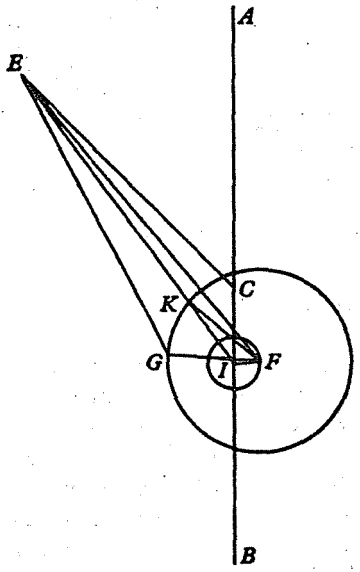
Capítulo XXIX

EXAMEN DEL MOVIMIENTO MEDIO DE MERCURIO

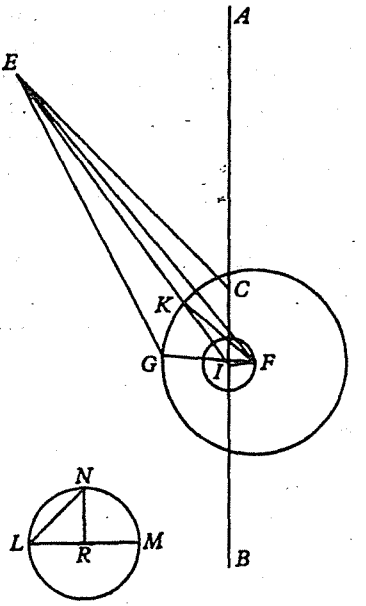
(13) Se encuentra en las mediciones más antiguas que, en el año XXI de Ptolomeo Filadelfo, al amanecer del día XIX del mes egipcio Thoth según los egipcios, Mercurio apareció, en la línea recta que pasa por la segunda y tercera de las estrellas que existen en la frente de Scorpio, separado hacia el este por una distancia de dos diámetros lunares, y separado hacia el norte de la primera estrella por un diámetro de Luna. Y es patente que la posición de la primera estrella es de CCIX grados y dos tercios en longitud, y de un grado con un tercio de latitud norte. En cambio la de la segunda era de CCIX de longitud, y de I grado y un medio y un tercio de latitud sur, a partir de las cuales se deducía la posición de Mercurio a CCX grados y dos tercios de longitud, y a un grado y cinco sextos aproximadamente de latitud norte. Habían transcurrido LIX años, XVII días, XLV minutos, desde la muerte de

Alejandro, y la posición media del Sol según nuestro cálculo estaba a CCXXVIII grados, VIII minutos, y la distancia matutina de la estrella de XVII grados, XXVIII minutos, estaba creciendo sin cesar, lo que se notó en los IIII días siguientes, con lo que era indiscutible que el planeta aún no había llegado al límite extremo matutino, ni al punto de contacto [tangente] de su órbita, sino que se movía aún en un arco inferior y más cercano a la tierra.

(29) Pero, puesto que el ápside superior estaba a CLXXXIII grados, XX minutos, había con respecto a la posición media del Sol XLIIII grados, XLVIII minutos. Luego, sea de nuevo ACB el diámetro de la órbita grande que pasa por I, y desde el centro C proyéctese la línea CE del movimiento medio del Sol, de manera que el ángulo ACE sea de XLIIII grados, XLVIII minutos, y con centro en I trácese el círculo pequeño, en el que se mueve el centro del excéntrico, que sea F, y tómese el ángulo BIF por hipótesis el doble que el ACE, o sea, de XIC grados, XXXVI minutos, y únanse EF, EI. En consecuencia, puesto que en el triángulo ECI son conocidos dos lados, el CI de 736 1/2 unidades, de las que CE mide 10.000, que comprenden el ángulo conocido ECI de CXXXV grados, XII minutos, continuo [suplementario] al ACE, el lado restante EI será de 10.534 unidades y el ángulo CEI de II grados, XLIX minutos, en los que EIC es menor que ACE. Luego también se conoce CIE de XLI grados, LIX minutos. Pero también el CIF, que viene después [suplementario] del BIF, es de XC grados, XXIIII minutos. Luego todo el EIF es de CXXXII grados, XXIII minutos, ángulo al que comprenden los lados también dados del triángulo EFI, o sea, el EI de 10.534 unidades y el IF de 211 1/2 unidades, si a AC lo suponemos de 10.000. De ellos se deduce el ángulo FEI de L minutos, con el lado restante EF de 10.678 unidades y la diferencia CEF de un grado, LIX minutos.



294



(10) Tómese ahora el círculo pequeño LM cuyo diámetro LM mida 380 unidades, si AC es de 10.000, y el arco LN sea por hipótesis de XIC grados, XXXVI minutos, y trácese su subtensa [cuerda] LN, y NR perpendicular a LM. En consecuencia, puesto que el cuadrado LN es igual al rectángulo LM, LR, dada esta proporción, se da también LR en longitud de 189 unidades aproximadamente, si el diámetro LM mide 380, a tenor de esta línea recta [LR], o de una igual a ella, se distingue la distancia del planeta al centro F de su órbita, en el tiempo en que la línea EC ha completado el ángulo ACE: en consecuencia, sumando estas unidades a las 3.573 de la distancia mínima, resultan en esta posición 3.762 unidades. En consecuencia, con centro en F, y con una distancia de 3.762 unidades, descríbase un círculo y únase EG, que corte al arco convexo en el punto G, de manera que el ángulo CEG sea de XVII grados, XXVIII minutos, medida en la que la estrella parecía alejada [ángulo de elongación] de la posición media del Sol, y únase FG y sea FK paralela a CE. Restando el ángulo CEF de todo el CEG, el resto FEG será de XV grados, XXIX minutos. De ahí que se conocen dos lados del triángulo EFG, el EF de 10.678 unidades y el FG de 3.762, y también el ángulo FEG de XV grados, XXIX minutos, por los que constará el ángulo EFG de XXXIII grados, XLVI minutos, descontando de éste el EFK, igual al CEF, quedará el KFG, y el arco KG de XXXI grados, XLVI minutos, distancia de la estrella desde el perigeo medio de su órbita, que es K, al que si se le añade un semicírculo, suman CCXI grados, XLVII minutos, movimiento medio de la anomalía de conmutación en el momento de esta observación. Lo que se tenía que demostrar.

Capítulo XXX

ACERCA DE LOS MOVIMIENTOS DE MERCURIO OBSERVADOS MÁS RECIENTEMENTE

(33) Los antiguos nos mostraron el camino para examinar el curso de esta estrella, pero ayudados por un cielo más sereno, allí donde el Nilo (como dicen) no espira auras [vapores] como entre nosotros el Vístula. Pues la naturaleza nos negó esa comodidad a quienes habitamos una perjudicial región más rigurosa, donde la tranquilidad del aire es más rara y además, a causa de la gran inclinación de la esfera, Mercurio se deja ver muy raramente, aun en su distancia máxima del Sol y no nace a nuestra vista en Aries ni en Piscis, ni tampoco se pone en Virgo y Libra. Pero tampoco se presenta de la misma manera en Cáncer o Géminis, ni cuando el crepúsculo de la noche o el amanecer, y nunca por la noche, a no ser que el Sol hubiera retrogradado en buena parte de Leo.

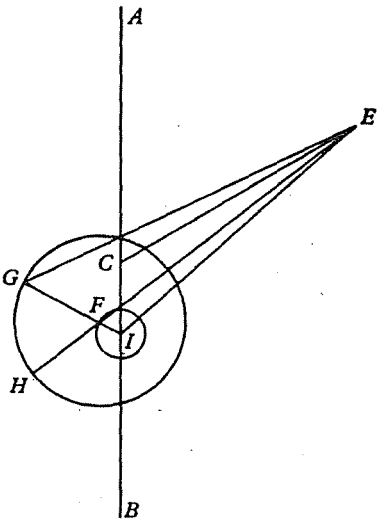
295 (1) Por eso esta estrella nos extorsionó con muchos rodeos y trabajos para investigar sus desviaciones. Por esto hemos cambiado a tres posiciones, de las que diligentemente fueron observadas en Nuremberg. La primera por Bernardo Valtero[43], discípulo del Regiomontano, en el año MCCCCXCI de Cristo, el noveno día de Septiembre, el quinto antes de los Idus, cinco horas regulares después de la medianoche, por medio del astrolabio armillar dispuesto hacia Palilicio. Y vió a Mercurio a XIII grados y medio de Virgo, con una latitud norte de I grado, la mitad y un tercio [5/6], y en ese momento la estrella estaba en el principio de su ocultación matutina, mientras en los días anteriores la matutina [elongación] había decrecido sin cesar. En consecuencia, habían transcurrido desde el inicio de los años de Cristo MCDXCI años egipcios, CCLVIII días, XII minutos y medio, y la posición media simple del Sol era de CXLIX grados, XLVIII minutos: o sea, desde el equinoccio de primavera a XXVI grados, XLVII minutos de Virgo. Desde allí también la distancia de Mercurio era de XIII grados y un cuarto aproximadamente.

(13) La segunda fue en el año MDIIII de Cristo, el día quinto antes de los Idus de Enero, VI horas y media después de la medianoche, mientras en el cielo de Nuremberg mediaban los X grados de Scorpio, fue observada por Johann Schöner[44], a quien apareció la estrella a III grados y un tercio de Capricornio, con una latitud boreal de O grados, XLV minutos. La posición media del

Sol, por cálculo, a partir del equinoccio primaveral estaba en los XXVII grados, VII minutos, de Acuario[45], al que el Mercurio matutino precedía en XXIII grados, XLVII minutos. La tercera observación, también del mismo Johann y en el mismo año MDIIII, XV días antes de las Kalendas de Abril, fecha en la que encontró a Mercurio en los XXVI grados con una décima de Aries, a los tres grados aproximadamente de latitud norte, mientras los XXV grados de Cáncer estaban en la mitad del cielo de Nuremberg según el astrolabio armillar dispuesto hacia la misma estrella de Palilicio, a las VII horas y media después de mediodía. En ese momento la posición media del Sol a partir del equinoccio de primavera estaba a V grados, XXIX minutos, de Aries y el Mercurio vespertino a XXI grados, XVII minutos, del Sol.

(25) En consecuencia, transcurrieron desde la primera posición a la segunda XII años egipcios, CXXV días, III minutos, XLV segundos, en los cuales el movimiento simple del Sol era de CXX grados, XIIII minutos, y el de la anomalía de conmutación de Mercurio de CCCXVI grados, I minuto. En el segundo intervalo hay LXIX días, XXXI minutos, XLV segundos; la posición media simple del Sol de LXVIII grados, XXXII minutos, la anomalía media de conmutación de Mercurio de CCXVI grados.

(31) En consecuencia, partiendo de estas tres observaciones, queremos examinar el curso de Mercurio en el tiempo actual, en las cuales creemos que hay que admitir la permanencia aún ahora de las mediciones tomadas por Ptolomeo, ya que, al igual que en los otros planetas, no se descubre que los buenos autores antiguos se equivocaran en esta parte. Y si, de acuerdo con éstos, tomáramos la posición del ápside del excéntrico, nada sería más deseable con respecto al movimiento aparente de esta estrella. Tomemos, pues, la posición del ápside superior a CCXI grados y medio, esto es, a XXVIII grados y medio del signo Scorpio. Y no fue posible tomarla menor sin peligro de las observaciones. Y así tendremos una anomalía del excéntrico (me refiero a la distancia del movimiento

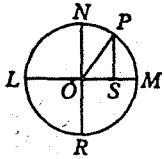


296

medio del Sol desde el apogeo), en el primer intervalo de CCIIC grados, XV minutos, en el segundo de LVIII grados, XXIX minutos, en el tercero de CXXVII grados, I minuto.

(5) Descríbase, pues, la figura como antes, salvo en que el ángulo ACE se construya de LXI grados, XLV minutos, en los que la línea media del Sol precedía [estaba al oeste] al apogeo en la primera observación, y en lo demás se sigue la misma hipótesis. Y puesto que se da IC de 736 1/2 unidades, siendo AC de 10.000, y el ángulo IEC en el triángulo ECI: se conocerá también el ángulo CEI de III grados, XXXV minutos, y el lado IE de 10.369, midiendo EC 10.000, y el IF de 211 1/2. En consecuencia, en el triángulo EFI hay dos lados que tienen la razón dada, y el ángulo BIF es de CXXIII grados y medio, o sea el doble de ACE por construcción, y el que le sigue CIF [suplementario de BIF] de LVI grados y medio. Luego, todo el EIF mide CXIIII grados, XL minutos. En consecuencia, IEF mide un grado, V minutos y el lado EF 10.371 unidades. De ahí que el ángulo CEF mida II grados y medio.

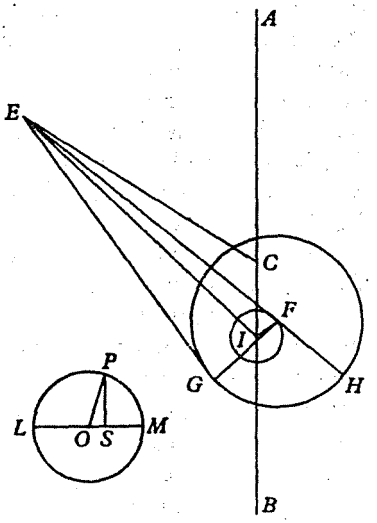
(16) Ahora, para saber cuánto ha aumentado la órbita, cuyo centro es F, a lo largo del movimiento de aproximación y retroceso desde el apogeo o el perigeo, dibújese un círculo pequeño,



cortado en cuatro partes iguales por los diámetros LM, NR, con centro en O, y tómese el ángulo POM [46] el doble de ACE, o sea, de CXXIII grados y medio, y desde el punto P trácese una perpendicular PS a LM. En consecuencia, según la proporción dada, OP, o su igual LO, es a OS, esto es 10.000 es a 8.349[47], como 190 es a 105, lo que simultáneamente constituye a LS de 295 unidades, siendo AC de 10.000, distancia máxima con la que la estrella se separa del centro F. Añadiendo éstas a las 3.573 unidades de la distancia mínima, suman 3.868, distancia presente, con las que desde el centro F descríbase el círculo HG, únanse EG y EF y prolónguese en línea recta EF, FH.

(26) En consecuencia, ya se demostró que el ángulo CEF medía II grados y medio, y se observó que el GEC era de XIII grados y un cuarto, distancia matutina de la estrella a partir de la posición media del Sol: luego todo el FEG será de XV grados con tres cuartos. Pero siendo la razón EF a FG, en el triángulo EFG, como 10.371 a 3.868, con el ángulo en E dado, se nos muestra también que el ángulo EGF mide XLIX grados, VIII minutos. De aquí que el otro ángulo exterior [GFH] será de LXIIII grados, LIII minutos, que restados de todo el círculo dejan CCVC grados, VII minutos, de anomalía de conmutación real, a la que si añades el ángulo CEF,

resultará la conmutación media y regular de CCIIIC grados, XXXVII minutos, que buscábamos. Si se le añade CCCXVI grados, I minuto, tendremos la anomalía regular de conmutación de la segunda observación de CCLIII grados, XXXVIII minutos, la que ya manifestamos que era cierta y coincidente con la observación.

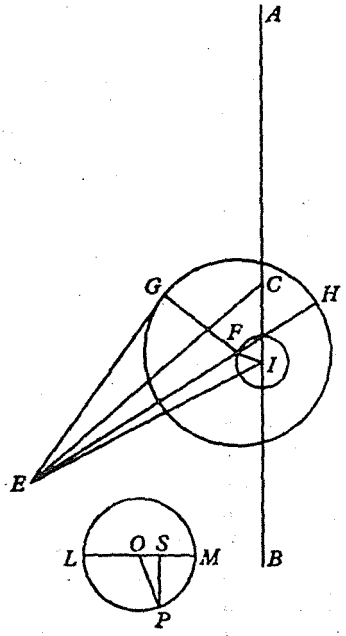


(37) Supongamos al ángulo ACE, de acuerdo con la segunda anomalía del excéntrico, de LVIII grados, XXIX minutos. También entonces en el triángulo CEI se conocen dos lados, el IC de 736 unidades, de las mismas que EC mide 10.000, y el consiguiente ángulo ECI de CXXI grados, 31 minutos, y en consecuencia el tercer lado EI será de 10.404 unidades, y el ángulo CEI de III grados, XXVIII minutos. De igual modo en el triángulo EIF, puesto que el ángulo EIF es de CXVIII grados, 297
III minutos, y el lado IF de 211 1/2, de las que IE tiene 10.404, el tercer lado EF tendrá 10.505 de las mismas unidades, y el ángulo IEF de LXI minutos, en consecuencia el ángulo restante FEC de II grados, XXVII minutos, que es la prostaféresis del excéntrico, y ésta unida al movimiento medio de conmutación proporciona el verdadero de CCLVI grados, V minutos.

(7) Tomemos también ahora en el epiciclo de aproximación y alejamiento el arco LP, o el ángulo LOP, doble que el ACE, de CXVI grados, LVIII minutos. Entonces, también en el triángulo rectángulo OPS por la conocida razón entre sus lados, el OP es al OS como 10.000 es a 4.535, el OS medirá 85, de las que el OP o el LO tiene 190, y la longitud total de LOS es de 276, que añadida a 3.573, separación mínima, da 3.849. Haciendo centro en F, trácese con este radio el círculo HG, de manera que esté el apogeo en el punto H, del cual dista la estrella por medio del arco HG, CIII grados, LV minutos al oeste, en los que se diferencia una revolución completa del movimiento de conmutación examinado, que era de CCLVI grados, V minutos; y por lo tanto el ángulo EFG es de LXXVI grados, V minutos [180° – 103°, 55']. Así, de nuevo, en el triángulo EFG se conocen dos lados, el FG de 3.849 unidades, de

las que el EF mide 10.505. Por tanto el ángulo FEG medirá XXI grados, XIX minutos, que junto con el CEF completará todo el CEG de XXIII grados, LXVI minutos, que es la distancia aparente entre el centro C de la órbita grande y el planeta G: lo que se diferencia poco de lo observado.

(21) Esto mismo se confirmará en el tercer caso, suponiendo el ángulo ACE de CXXVII grados, I minuto, o el suplementario BCE de LII grados, LIX minutos: tendremos de nuevo un triángulo en el cual dos lados son conocidos, el CI de 736 1/2 unidades, de las cuales el EC tiene 10.000, y el ángulo que comprenden ECI de LII grados, LIX minutos, a partir de los cuales se demuestra que el ángulo CEI mide III grados, XXXI minutos, y el lado IE 9.575, de las cuales EC tiene 10.000. Y puesto que el ángulo EIF por construcción se conoce como de XLIX grados, XXVIII minutos, también son conocidos los lados que lo comprenden, el FI de 211 1/2 unidades y el EI de 9.575, el lado restante medirá 9.440 de esas unidades, y el ángulo IEF de LIX minutos, los cuales restados de todo el IEC, dan el ángulo FEC de II grados, XXXII minutos. Que es la prostaféresis substractiva de la anomalía del excéntrico, que sumándola a la anomalía de conmutación media, que calculamos en CIX grados, XXXVIII minutos, añadiéndole los CCXVI grados de la segunda [anomalía], mostrará la verdadera de CXII grados, X minutos.



(34) Tómese ahora en el epiciclo el ángulo LOP, doble al EC, de CV grados, LVIII minutos. Tendremos también entonces, por la razón PO a OS, la OS de 52, de manera que LOS completa sea de 242, la que añadiéndola a la distancia mínima 3.573, tendremos la distancia adecuada 3.815, de acuerdo con la cual descríbase con centro en F un círculo, en el que el ápside superior de las conmutaciones sea H, una vez hecha la prolongación en línea recta de EFH, y de acuerdo con la anomalía real de conmutación se toma el
298 arco HG de CXII grados, X minutos, y únanse G, F: luego el

ángulo siguiente [suplementario] GFE será de LXVII grados, L minutos, al que comprenden los lados conocidos, GF de 3815 unidades, de las que el EF mide 9.440, a partir de los cuales constará el ángulo FEG de 23 grados, L minutos. Deducida de éste la prostaféresis CEF queda CEG de XXI grados, XVIII minutos, ángulo de apariencia entre la estrella vespertina y el centro de la órbita grande, distancia casi equivalente a la hallada por la observación.

(7) Estas tres posiciones que concuerdan con lo observado, atestiguan sin lugar a dudas que la posición del ápside superior del excéntrico, que tomábamos a CCXI grados y medio en la esfera de las fijas en nuestro tiempo y a partir de aquí todo lo que se sigue, era cierta, y que la anomalía de conmutación en la primera posición es de CCIIIC grados, XXXVII minutos, en la segunda de CCLIII grados, XXXVIII minutos, en la tercera de CIX grados, XXXVIII minutos. Que era lo que había que investigar.

(13) Pero en aquella medición antigua, en el año XXI de Ptolomeo Filadelfo, al amanecer del día XIX del primer mes Thoth según los egipcios, la posición de ápside superior del excéntrico (según Ptolomeo) era de CLXXXIII grados, XX minutos, con respecto a la esfera de las fijas, y la anomalía regular de conmutación a CCXI grados, XLVII minutos. Y el tiempo transcurrido entre esta observación más reciente y aquella antigua, es de MDCCLXVIII años egipcios, CC días, XXXIII minutos. En dicho tiempo el ápside superior del excéntrico se movió en la esfera de las estrellas no errantes XXVIII grados, X minutos, y el movimiento de conmutación, además de las $\bar{V}$DLXX revoluciones completas, es de CCLVII grados, LI minutos, puesto que en XX años se completan aproximadamente LXIII períodos, que suman en MDCCLX años $\bar{V}$DXLIIII períodos y en los restantes VIII años y CC días, XXVI revoluciones. De ahí que en los MDCCLXVIII años, CC días, XXXIII minutos, aumentaran, además de las $\bar{V}$DLXX revoluciones, CCLVII grados, LI minutos, en lo que difieren las posiciones observadas, las antiguas de la primera observada por nosotros, lo que coincide con los cálculos que expusimos en las tablas. Pero si hemos comparado los XXVIII grados, X minutos, con el tiempo en el que se mueve el apogeo del excéntrico, resultará que en LXIII años se habría movido un grado, si el movimiento fuera regular.

Capítulo XXXI

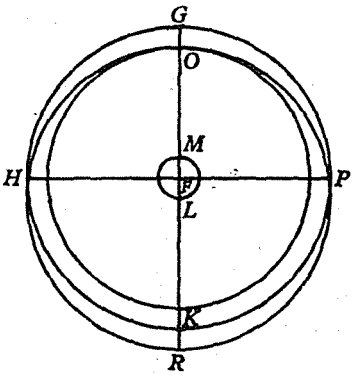
ACERCA DE LA DETERMINACIÓN DE LAS POSICIONES DE MERCURIO

(31) En consecuencia, puesto que desde el principio de los años de Cristo hasta nuestra última observación transcurrieron MDIIII años egipcios, LXXXVII días, XLVIII minutos, en los que el movimiento de la anomalía de conmutación de Mercurio fue de LXIII grados, XIII minutos, además de las revoluciones completas; restando éstas de los CIX grados, XXXVIII minutos, quedan XLVI grados, XXIIII minutos, posición de la anomalía de conmutación de Mercurio al principio de los años de Cristo. Desde este momento hacia atrás hasta el principio de la primera Olimpíada
299 transcurrieron DCCLXXV años egipcios, XII días y medio, en los que se calculan VC grados, III minutos, además de las revoluciones íntegras, que restados de la posición al principio de los años de Cristo (añadida una revolución), resulta una posición para la primera Olimpíada de CCCXI grados, XXI minutos. También desde aquí hasta la muerte de Alejandro hay CCCCLI años, CCXLVII días, hecho el cálculo correspondiente, la posición alcanzó los CCXIII grados, III minutos.

Capítulo XXXII

ACERCA DE OTRA RAZÓN SOBRE LA APROXIMACIÓN Y EL ALEJAMIENTO

(7) Antes de que nos alejemos de Mercurio, nos pareció bien citar otra manera, también fiable, por la que pueda realizarse y comprenderse la aproximación y el alejamiento. Sea, pues, el círculo GHKP, dividido en cuatro partes iguales, con centro en F, al cual se le traza un círculo homocéntrico LM, y de nuevo con centro en L, pero con una distancia [radio] LFO igual a FG o a FH, se traza otro círculo OR. Y supóngase que toda esta formación de círculos con sus secciones GFR y HFP se mueve alrededor del centro F hacia el oeste, con un movimiento diario de aproximadamente II minutos, VII segundos, o sea, tanto cuánto el movimiento de conmutación de la estrella supera el movimiento de la tierra en el



zodíaco a partir del apogeo del excéntrico de la estrella, el cual entre tanto completa el movimiento restante desde el punto G a través de OR el círculo propio de la conmutación, similar aproximadamente al movimiento terreno. Supóngase también que en esta misma revolución, esto es la anual, el centro de la órbita OR deferente de la estrella, se mueve con un movimiento de libración, avanzando y retrocediendo como se dijo antes, a través del diámetro LFM, el doble del que pusimos antes.

(20) Establecido esto así, suponiendo que la tierra en su movimiento medio ha llegado frente al apogeo del excéntrico de la estrella, y que al mismo tiempo el centro de la órbita deferente de la estrella está en L y que la estrella está en el punto O, entonces ésta, estando en la mínima distancia desde F, describe en su movimiento total un círculo mínimo, cuya distancia desde el centro [radio] sería FO, y de ahí se sigue que, cuando la tierra está cerca del ápside medio, la estrella situada en el punto H a la máxima distancia de F describirá los arcos máximos, o sea en relación al círculo cuyo centro es F. Entonces coincidirá el deferente OR con la órbita GH a causa de la unidad de centro en F. Partiendo la tierra de aquí hacia la zona del perigeo y el centro de la órbita OR hacia el otro extremo M, se coloca también la misma órbita sobre GK, y la estrella en R incide de nuevo en la distancia mínima con respecto a F, y acontece lo mismo que en un principio. Concurren, pues, aquí tres revoluciones iguales entre sí, la de la tierra hacia el apogeo de la órbita del excéntrico de Mercurio, la libración del centro a través del diámetro LM y la del planeta por la línea FG en la misma dirección, de las que sólo difiere el movimiento de las secciones G, H, K, P, desde el ápside del excéntrico, como dijimos.

(34) Con respecto a esta estrella jugó así la naturaleza con tan admirable variedad, que sin embargo confirmó con un orden perpetuo, cierto e inmutable. Pero hay que advertir, que en los espacios medios de los cuadrantes G, H, K, P, el astro no pasó sin diferencia de longitud, puesto que interviniendo la diversidad de los centros necesariamente realizará alguna prostaféresis, aunque lo 300

impida la inestabilidad de aquel centro. Pues si (por ejemplo), permaneciendo el centro en L, la estrella se alejase de O, alcanzaría la máxima diferencia en H, en relación a la medida de excentricidad FL. Pero de lo presupuesto se sigue que la estrella, saliendo de O, origina y promete cierta diferencia, que debe realizar la distancia FL entre los centros, pero acercándose el centro móvil al punto medio F se aparta más y más de la diversidad prometida y se frustra de tal manera que se desvanece por completo en las secciones medias H, P, donde debía esperarse mayor. Y no obstante (lo confesamos) empequeñecido bajo los rayos del Sol[48] se oculta, y en oriente u occidente, cuando la estrella sale o se pone, no se distingue apenas en las curvaturas del círculo. Y no quisimos omitir este procedimiento, no menos razonable que el anterior y que resultará muy apto para usarse respecto al alejamiento [movimiento] en latitud.

Capítulo XXXIII

ACERCA DE LAS TABLAS DE PROSTAFÉRESIS DE LAS CINCO ESTRELLAS ERRANTES

(14) Estas cosas referentes al movimiento regular y aparente de Mercurio y de los demás astros errantes se han demostrado y expuesto con cálculos, con tales ejemplos quedará claro por medio de los números las diferencias entre los movimientos en cualquier posición. Pero para un uso más fácil hemos preparado unas tablas particulares para cada uno, de seis columnas y XXX filas, por tríadas de grados, como acostumbramos. Las dos primeras columnas tendrán los números comunes, tanto de la anomalía del excéntrico como de las conmutaciones. La tercera las prostaféresis del excéntrico recogidas, es decir, todas las diferencias que ocurren entre el movimiento regular e irregular de aquellas órbitas. En la cuarta los minutos de las conmutaciones, que son sexagésimos, con los que las conmutaciones por la mayor o menor distancia a la tierra aumentan o disminuyen. En la quinta las prostaféresis, que son las conmutaciones que suceden en el ápside superior del excéntrico. En la sexta y última el exceso en que superan las que ocurren en el ápside inferior del excéntrico. Y estas son las tablas.

TABLA DE PROSTAFERESIS DE SATURNO

Números comunes		Prostaféresis del Excéntrico		Minutos Proporcionales	Paralajes de la órbita grande		Excesos de Paralaje	
°	°	°	′	′	°	′	°	′
3	357	0	20	0	0	17	0	2
6	354	0	40	0	0	34	0	4
9	351	0	58	0	0	51	0	6
12	348	1	17	0	1	7	0	8
15	345	1	36	1	1	23	0	10
18	342	1	55	1	1	40	0	12
21	339	2	13	1	1	56	0	14
24	336	2	31	2	2	11	0	16
27	333	2	49	2	2	26	0	18
30	330	3	6	3	2	42	0	19
33	327	3	23	3	2	56	0	21
36	324	3	39	4	3	10	0	23
39	321	3	55	4	3	25	0	24
42	318	4	10	5	3	38	0	26
45	315	4	25	6	3	52	0	27
48	312	4	39	7	4	5	0	29
51	309	4	52	8	4	17	0	31
54	306	5	5	9	4	28	0	33
57	303	5	17	10	4	38	0	34
60	300	5	29	11	4	49	0	35
63	297	5	41	12	4	59	0	36
66	294	5	50	13	5	8	0	37
69	291	5	59	14	5	17	0	38
72	288	6	7	16	5	24	0	38
75	285	6	14	17	5	31	0	39
78	282	6	19	18	5	37	0	39
81	279	6	23	19	5	42	0	40
84	276	6	27	21	5	46	0	41
87	273	6	29	22	5	50	0	42
90	270	6	31	23	5	52	0	42

TABLA DE PROSTAFERESIS DE SATURNO

Números comunes		Prostaféresis del Excéntrico		Minutos Proporcionales	Paralajes de la órbita grande		Excesos de Paralaje	
°	°	°	'	'	°	'	°	'
93	267	6	31	25	5	52	0	43
96	264	6	30	27	5	53	0	44
99	261	6	28	29	5	53	0	45
102	258	6	26	31	5	51	0	46
105	255	6	22	32	5	48	0	46
108	252	6	17	34	5	45	0	45
111	249	6	12	35	5	40	0	45
114	246	6	6	36	5	36	0	44
117	243	5	58	38	5	29	0	43
120	240	5	49	39	5	22	0	42
123	237	5	40	41	5	13	0	41
126	234	5	28	42	5	3	0	40
129	231	5	16	44	4	52	0	39
132	228	5	3	46	4	41	0	37
135	225	4	48	47	4	29	0	35
138	222	4	33	48	4	15	0	34
141	219	4	17	50	4	1	0	32
144	216	4	0	51	3	46	0	30
147	213	3	42	52	3	30	0	28
150	210	3	24	53	3	13	0	26
153	207	3	6	54	2	56	0	24
156	204	2	46	55	2	38	0	22
159	201	2	27	56	2	21	0	19
162	198	2	7	57	2	2	0	17
165	195	1	46	58	1	42	0	14
168	192	1	25	59	1	22	0	12
171	189	1	4	59	1	2	0	9
174	186	0	43	60	0	42	0	7
177	183	0	22	60	0	21	0	4
180	180	0	0	60	0	0	0	0

TABLA DE PROSTAFERESIS DE JUPITER

Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
°	°	°	′	′	″	°	′	°	′
3	357	0	16	0	3	0	28	0	2
6	354	0	31	0	12	0	56	0	4
9	351	0	47	0	18	1	25	0	6
12	348	1	2	0	30	1	53	0	8
15	345	1	18	0	45	2	19	0	10
18	342	1	33	1	3	2	46	0	13
21	339	1	48	1	23	3	13	0	15
24	336	2	2	1	48	3	40	0	17
27	333	2	17	2	18	4	6	0	19
30	330	2	31	2	50	4	32	0	21
33	327	2	44	3	26	4	57	0	23
36	324	2	58	4	10	5	22	0	25
39	321	3	11	5	40	5	47	0	27
42	318	3	23	6	43	6	11	0	29
45	315	3	35	7	48	6	34	0	31
48	312	3	47	8	50	6	56	0	34
51	309	3	58	9	53	7	18	0	36
54	306	4	8	10	57	7	39	0	38
57	303	4	17	12	0	7	58	0	40
60	300	4	26	13	10	8	17	0	42
63	297	4	35	14	20	8	35	0	44
66	294	4	42	15	30	8	52	0	46
69	291	4	50	16	50	9	8	0	48
72	288	4	56	18	10	9	22	0	50
75	285	5	1	19	17	9	35	0	52
78	282	5	5	20	40	9	47	0	54
81	279	5	9	22	20	9	59	0	55
84	276	5	12	23	50	10	8	0	56
87	273	5	14	25	23	10	17	0	57
90	270	5	15	26	57	10	24	0	58

TABLA DE PROSTAFERESIS DE JUPITER

Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	"	o	'	o	'
93	267	5	15	28	33	10	25	0	59
96	264	5	15	30	12	10	33	1	0
99	261	5	14	31	43	10	34	1	1
102	258	5	12	33	17	10	34	1	1
105	255	5	10	34	50	10	33	1	2
108	252	5	6	36	21	10	29	1	3
111	249	5	1	37	47	10	23	1	3
114	246	4	55	39	0	10	15	1	3
117	243	4	49	40	25	10	5	1	3
120	240	4	41	41	50	9	54	1	2
123	237	4	32	43	18	9	41	1	1
126	234	4	23	44	46	9	25	1	0
129	231	4	13	46	11	9	8	0	59
132	228	4	2	47	37	8	56	0	58
135	225	3	50	49	2	8	27	0	57
138	222	3	38	50	22	8	5	0	55
141	219	3	25	51	46	7	39	0	53
144	216	3	13	53	6	7	12	0	50
147	213	2	59	54	10	6	43	0	47
150	210	2	45	55	15	6	13	0	43
153	207	2	30	56	12	5	41	0	39
156	204	2	15	57	0	5	7	0	35
159	201	1	59	57	37	4	32	0	31
162	198	1	43	58	6	3	56	0	27
165	195	1	27	58	34	3	18	0	23
168	192	1	11	59	3	2	40	0	19
171	189	0	53	59	36	2	0	0	15
174	186	0	35	59	58	1	20	0	11
177	183	0	17	60	0	0	40	0	6
180	180	0	0	60	0	0	0	0	0

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE MARTE

Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	"	o	'	o	'
6	354	1	5	0	2	2	16	0	17
9	351	1	37	0	7	3	24	0	25
12	348	2	8	0	15	4	31	0	33
15	345	2	39	0	28	5	38	0	41
18	342	3	10	0	42	6	45	0	50
21	339	3	41	0	57	7	52	0	59
24	336	4	11	1	13	8	58	1	8
27	333	4	41	1	34	10	5	1	16
30	330	5	10	2	1	11	11	1	25
33	327	5	38	2	31	12	16	1	34
36	324	6	6	3	2	13	22	1	43
39	321	6	32	3	32	14	26	1	52
42	318	6	58	4	3	15	31	2	2
45	315	7	23	4	37	16	35	2	11
48	312	7	47	5	16	17	39	2	20
51	309	8	10	6	2	18	42	2	30
54	306	8	32	6	50	19	45	2	40
57	303	8	53	7	39	20	47	2	50
60	300	9	12	8	30	21	49	3	0
63	297	9	30	9	27	22	50	3	11
66	294	9	47	10	25	23	48	3	22
69	291	10	3	11	28	24	47	3	34
72	288	10	19	12	33	25	44	3	46
75	285	10	32	13	38	26	40	3	59
78	282	10	42	14	46	27	35	4	11
81	279	10	50	16	4	28	29	4	24
84	276	10	56	17	24	29	21	4	36
87	273	11	1	18	45	30	12	4	50
90	270	11	5	20	8	31	0	5	5

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE MARTE									
Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	''	o	'	o	'
93	267	11	7	21	32	31	45	5	20
96	264	11	8	22	58	32	30	5	35
99	261	11	7	24	32	33	13	5	51
102	258	11	5	26	7	33	53	6	7
105	255	11	1	27	43	34	30	6	25
108	252	10	56	29	21	35	3	6	45
111	249	10	45	31	2	35	34	7	4
114	246	10	33	32	46	35	59	7	25
117	243	10	11	34	31	36	21	7	46
120	240	10	7	36	16	36	37	8	11
123	237	9	51	38	1	36	49	8	34
126	234	9	33	39	46	36	54	8	59
129	231	9	13	41	30	36	53	9	24
132	228	8	50	43	12	36	45	9	49
135	225	8	27	44	50	36	25	10	17
138	222	8	2	46	26	35	59	10	47
141	219	7	36	48	1	35	25	11	15
144	216	7	7	49	35	34	30	11	45
147	213	6	37	51	2	33	24	12	12
150	210	6	7	52	22	32	3	12	35
153	207	5	34	53	38	30	26	12	54
156	204	5	0	54	50	28	5	13	28
159	201	4	25	56	0	26	8	13	7
162	198	3	49	57	6	23	28	12	47
165	195	3	12	57	54	20	21	12	12
168	192	2	35	58	22	16	51	10	59
171	189	1	57	58	50	13	1	9	1
174	186	1	18	59	11	8	51	6	40
177	183	0	39	59	44	4	32	3	28
180	180	0	0	60	0	0	0	0	0

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE VENUS

Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	''	o	'	o	'
3	357	0	6	0	0	1	15	0	1
6	354	0	13	0	0	2	30	0	2
9	351	0	19	0	10	3	45	0	3
12	348	0	25	0	39	4	59	0	5
15	345	0	31	0	58	6	13	0	6
18	342	0	36	1	20	7	28	0	7
21	339	0	42	1	39	8	42	0	9
24	336	0	48	2	23	9	56	0	11
27	333	0	53	2	59	11	10	0	12
30	330	0	59	3	38	12	24	0	13
33	327	1	4	4	18	13	37	0	14
36	324	1	10	5	3	14	50	0	16
39	321	1	15	5	45	16	3	0	17
42	318	1	20	6	32	17	16	0	18
45	315	1	25	7	22	18	28	0	20
48	312	1	29	8	18	19	40	0	21
51	309	1	33	9	31	20	52	0	22
54	306	1	36	10	48	22	3	0	24
57	303	1	40	12	8	23	14	0	26
60	300	1	43	13	32	24	24	0	27
63	297	1	46	15	8	25	34	0	28
66	294	1	49	16	35	26	43	0	30
69	291	1	52	18	0	27	52	0	32
72	288	1	54	19	33	28	57	0	34
75	285	1	56	21	8	30	4	0	36
78	282	1	58	22	32	31	9	0	38
81	279	1	59	24	7	32	13	0	41
84	276	2	0	25	30	33	17	0	43
87	273	2	0	27	5	34	20	0	45
90	270	2	0	28	28	35	21	0	47

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE VENUS									
Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	"	o	'	o	'
93	267	2	0	29	58	36	20	0	50
96	264	2	0	31	28	37	17	0	53
99	261	1	59	32	57	38	13	0	55
102	258	1	58	34	26	39	7	0	58
105	255	1	57	35	55	40	0	1	0
108	252	1	55	37	23	40	49	1	4
111	249	1	53	38	52	41	36	1	8
114	246	1	51	40	19	42	18	1	11
117	243	1	48	41	45	42	59	1	14
120	240	1	45	43	10	43	35	1	18
123	237	1	42	44	37	44	7	1	22
126	234	1	39	46	6	44	32	1	26
129	231	1	35	47	36	44	49	1	30
132	228	1	31	49	6	45	4	1	36
135	225	1	27	50	12	45	10	1	41
138	222	1	22	51	17	45	5	1	47
141	219	1	17	52	33	44	51	1	53
144	216	1	12	53	48	44	22	2	0
147	213	1	7	54	28	43	36	2	6
150	210	1	1	55	0	42	34	2	13
153	207	0	55	55	57	41	12	2	19
156	204	0	49	56	47	39	20	2	34
159	201	0	43	57	33	36	58	2	27
162	198	0	37	58	16	33	58	2	27
165	195	0	31	58	59	30	14	2	27
168	192	0	25	59	39	25	42	2	16
171	189	0	19	59	48	20	20	1	56
174	186	0	13	59	54	14	7	1	26
177	183	0	7	59	58	7	16	0	46
180	180	0	0	60	0	0	16	0	0

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE MERCURIO

Números comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
°	°	°	′	′	″	°	′	°	′
3	357	0	8	0	3	0	44	0	8
6	354	0	17	0	12	1	28	0	15
9	351	0	26	0	24	2	12	0	23
12	348	0	34	0	50	2	56	0	31
15	345	0	43	1	43	3	41	0	38
18	342	0	51	2	42	4	25	0	45
21	339	0	59	3	51	5	8	0	53
24	336	1	8	5	10	5	51	1	1
27	333	1	16	6	41	6	34	1	8
30	330	1	24	8	29	7	15	1	16
33	327	1	32	10	35	7	57	1	24
36	324	1	39	12	50	8	38	1	32
39	321	1	46	15	7	9	18	1	40
42	318	1	53	17	26	9	59	1	47
45	315	2	0	19	47	10	38	1	55
48	312	2	6	22	8	11	17	2	2
51	309	2	12	24	31	11	54	2	10
54	306	2	18	26	17	12	31	2	18
57	303	2	24	29	17	13	7	2	26
60	300	2	29	31	39	13	41	2	34
63	297	2	34	33	59	14	14	2	42
66	294	2	38	36	12	14	46	2	51
69	291	2	43	38	29	15	17	2	59
72	288	2	47	40	45	15	46	3	8
75	285	2	50	42	58	16	14	3	16
78	282	2	53	45	6	16	40	3	24
81	279	2	56	46	59	17	4	3	32
84	276	2	58	48	50	17	27	3	40
87	273	2	59	50	36	17	48	3	48
90	270	3	0	52	2	18	6	3	56

TABLAS DE PROSTAFERESIS DE MERCURIO									
Números Comunes		Igualación Excéntrico		Minutos Proporcionales		Paralajes de la órbita		Excesos de Paralajes	
o	o	o	'	'	"	o	'	o	'
93	267	3	0	53	43	18	23	4	3
96	264	3	1	55	4	18	37	4	11
99	261	3	0	56	14	18	48	4	19
102	258	2	59	57	14	18	56	4	27
105	255	2	58	58	1	19	2	4	34
108	252	2	56	58	40	19	3	4	42
111	249	2	55	59	14	19	3	4	49
114	246	2	53	59	40	18	59	4	54
117	243	2	49	59	57	18	53	4	58
120	240	2	44	60	0	18	42	5	2
123	237	2	39	59	49	18	27	5	4
126	234	2	34	59	35	18	8	5	6
129	231	2	28	59	19	17	44	5	9
132	228	2	22	58	59	17	17	5	9
135	225	2	16	58	32	16	44	5	6
138	222	2	10	57	56	16	7	5	3
141	219	2	3	56	41	15	25	4	59
144	216	1	55	55	27	14	38	4	52
147	213	1	47	54	55	13	47	4	41
150	210	1	38	54	25	12	52	4	26
153	207	1	29	53	54	11	51	4	10
156	204	1	19	53	23	10	44	3	5e
159	201	1	10	52	54	9	34	3	33
162	198	1	0	52	33	8	20	3	10
165	195	0	51	52	18	7	4	2	43
168	192	0	41	52	8	5	43	2	14
171	189	0	31	52	3	4	19	1	43
174	186	0	21	52	2	2	54	1	9
177	183	0	10	52	2	1	27	1	35
180	180	0	0	52	2	0	0	0	0

Capítulo XXXIIII

CÓMO SE CALCULAN LAS POSICIONES DE ESTAS CINCO ESTRELLAS EN LONGITUD

(4) Con la ayuda de estas tablas así expuestas por nosotros calcularemos sin dificultad las posiciones en longitud de estas cinco estrellas errantes. En todas ellas el modo del cálculo es el mismo, aunque difieren algo los tres exteriores del de Venus y Mercurio. Así pues, hablemos primero de Saturno, Júpiter y Marte, cuyo cálculo es tal que para cualquier tiempo propuesto muestran los movimientos medios, me refiero al movimiento simple del Sol y al de conmutación del planeta, del modo antes expuesto. Después, la posición del ápside superior del excéntrico del planeta se resta de la posición simple del Sol y de lo que quedara de esto se resta la anomalía de conmutación. Lo que queda, pues, es la anomalía del excéntrico de la estrella, cuyo número lo buscaremos entre los comunes en cualquiera de las dos primeras columnas de la tabla, y por el contrario en la tercera columna tomaremos la igualación del excéntrico, y en la que sigue los minutos proporcionales. Añadamos esta igualación al movimiento de conmutación y la restaremos de la anomalía del excéntrico si el número que hayamos encontrado lo hubiéramos hallado en la primera columna, y por el contrario lo restaremos de la anomalía de conmutación y lo añadiremos a la anomalía del excéntrico, si estuviera en la segunda columna. Y el resultado de la suma o de la resta serán las anomalías corregidas de conmutación y del excéntrico, reservando entre tanto los minutos de las proporciones para el uso que se ha de decir luego. 311

(21) Después, buscaremos la anomalía así corregida entre los primeros números comunes, y en la quinta columna tomaremos la prostaféresis de conmutación con su exceso puesto al final, de cuyo exceso tomaremos la parte proporcional según el número de minutos proporcionales, la que añadiremos siempre a la prostaféresis: y el resultado de la suma será la conmutación real del planeta, que hay que restar de la anomalía de conmutación regularizada, si fuera mayor que el semicírculo, y sumarla en el caso de un semicírculo mayor. Así pues, tendremos la distancia, hacia el oeste, real y aparente de la estrella desde la posición media del Sol, la cual,

restándola de la posición media del Sol, dará la posición de la estrella que se buscaba con respecto a la esfera de las no errantes. Finalmente, si se le suma la precesión de los equinoccios, se determinará su posición a partir del punto de sección primaveral [equinoccio de primavera]. En Venus y Mercurio usamos, en vez de la anomalía del excéntrico, la distancia desde el ápside superior a la posición media del Sol, y por medio de esta anomalía regularizaremos el movimiento de conmutación, como ya se dijo, y la conmutación misma. Pero si la prostaféresis del excéntrico junto con la paralaje regularizada fueran de un mismo modo de ser o especie [ambas del mismo signo], se suman o se restan a la vez de
312 la posición media del Sol. Pero si fueran de diversas especies, se resta la menor de la mayor, y con lo que queda se hace lo que dijimos, según la propiedad aditiva o substractiva del número mayor y resultará la posición aparente que se busca.

Capítulo XXXV

ACERCA DE LAS DETENCIONES Y RETROGRADACIONES DE LAS CINCO ESTRELLAS ERRANTES

(7) También parece estar relacionado con el movimiento que se produce según la longitud, el conocer sus detenciones, regresiones y retrogradaciones, dónde, cuándo y cuántas ocurren. Sobre estas cosas, trabajaron no poco los matemáticos, sobre todo Apolonio de Perga; pero de *este modo:* atendiendo casi una sola irregularidad, aquella con la que se mueven estas estrellas con respecto al Sol, a la que nosotros llamamos conmutación [paralaje] originada por el movimiento de la órbita grande de la tierra. Puesto que si los círculos de las estrellas fueran homocéntricos a la gran órbita de la tierra (círculos por los que todas las estrellas se mueven con curso dispar en la misma dirección, esto es, hacia el oeste) y alguna estrella, como Venus y Mercurio en su órbita y en el interior de la órbita grande [de la *tierra*], fuera más veloz que el movimiento de la tierra; trazando entonces desde la tierra una línea recta que corte la órbita de la estrella [planeta], se obtendrá que la mitad de su sección en la órbita [la mitad del segmento origi-

nado en el interior de la órbita del planeta] está en la misma proporción con respecto a la línea que va desde nuestro punto de mira, que es la tierra, hasta [el punto del] arco inferior y convexo de la órbita cortada, como la razón existente entre el movimiento de la tierra con respecto a la velocidad de la estrella. Entonces el punto originado por una línea así trazada hasta el perigeo del círculo de la estrella separa la retrogradación de la progresión, de modo que la estrella situada en ese lugar presenta la apariencia de un estacionamiento.

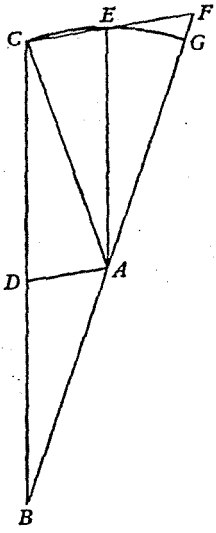
(21) De igual modo en las otras tres [estrellas] exteriores, cuyo movimiento es más lento que la velocidad de la tierra. Trazada una línea recta desde nuestro punto de vista que corte la gran órbita, de tal modo que la mitad del segmento que está en la órbita, tenga con respecto a la línea que va desde la estrella hasta nuestro punto de vista situado en la superficie más cercana y convexa de la órbita, la misma razón que tiene el movimiento de la estrella con respecto a la velocidad de la tierra: entonces la estrella presenta a nuestra vista la imagen de una posición estática.

(27) Si la mitad del segmento que está en el círculo, como se dijo, tiene con respecto al otro segmento exterior una razón mayor que la que tiene la velocidad de la tierra con respecto a la de Venus o Mercurio, o que la del movimiento de los otros tres astros anteriores con respecto a la velocidad de la tierra, la estrella avanzará hacia el este; en cambio si fuera menor, retrocederá hacia el oeste.

(32) Para demostrar todo esto Apolonio establece una proposición, que aunque se refiere a la hipótesis de la inmovilidad de la tierra, no menos coincide con nuestros principios sobre la movilidad de la tierra, y por ello nosotros también la utilizaremos. Y podemos enunciarla de esta manera: Si el lado mayor de un triángulo se corta de tal manera, que uno de los segmentos no sea menor que el lado adyacente, la razón de tal segmento al segmento restante será mayor que la de los ángulos que están en el lado cortado en orden inverso.

(39) Sea, digo, BC el lado mayor del triángulo ABC, en el cual si se toma CD no menor que AC, digo, que CD estará con respecto a 313
BD en una razón mayor que el ángulo ABC con respecto a BCA.

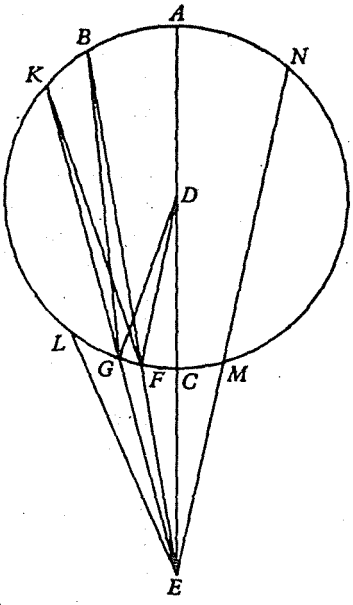
(3) Y se demuestra de este modo: complétese el paralelogramo ADCE y prolónguese BA y CE hasta que coincidan en el punto F. Puesto que AE no es menor que AC, en consecuencia el círculo trazado con centro en A y con una distancia [radio] AE, pasará por C o por encima de él; supongamos que pasa por C, y es GEC. Siendo el triángulo AEF mayor que el sector AEG, pero el triángulo AEC menor que el sector AEC, el triángulo AEF tiene



con respecto al AEC una razón mayor que el sector AEG con respecto al sector AEC. Pero así como el triángulo AEF es al AEC, así será la base FE a EC; luego tiene FE con respecto a E una razón mayor que el ángulo FAE con respecto al ángulo EAC. Pero tal como FE sea a EC, así será CD con respecto a DB; pues el ángulo FAE es igual al ABC y EAC igual a BCA. En consecuencia, CD tiene una razón mayor con respecto a DB que el ángulo ABC con respecto al ACB. Luego es evidente que la razón será mucho mayor si no se considera CD igual a AC, esto es a AE, sino que se supone mayor que él.

(15) Sea ahora el círculo de Venus o de Mercurio ABC con centro en D, y fuera del círculo la tierra E se mueve alrededor del mismo centro D, y desde nuestro punto de vista E trácese la línea recta ECDA que pase por el centro del círculo. Sea A el lugar más alejado de la tierra, C el más próximo, y supóngase que DC tiene con respecto a CE una razón mayor que la del movimiento del punto de vista con respecto a la velocidad de la estrella. En consecuencia, es posible encontrar una línea EFB, que sea de tal modo, que la mitad de BF tenga la misma razón con respecto a FE que la del movimiento de visión con respecto al curso de la estrella; pues la línea EFB, alejándose del centro D, disminuye en FB y aumenta en EF hasta que se completa el postulado. Digo, que la estrella situada en el punto F nos mostrará una apariencia de estacionamiento, y cualquier arco que tomáramos a una y otra parte de F, la encontraremos avanzando si se toma hacia el apogeo, y retrocediendo hacia el perigeo.

(26) Tómese, pues, en primer lugar el arco FG hacia el apogeo, prolónguese EGK y únanse BG, DG, DF. En consecuencia, puesto que el segmento BF del lado mayor BE del triángulo BGE es mayor que BG, BF tiene una razón mayor con respecto a EF que el ángulo FEG con respecto a GBF. De ahí también que la mitad del BF tiene, con respecto a FE una razón mayor que el ángulo FEG con respecto al doble del ángulo GBF, esto es, el ángulo GDF; pero la razón de la mitad del BF con respecto a FE es la misma que la del movimiento de la tierra con respecto al curso de la estrella; en cambio el ángulo FEG tiene con respecto a GDF una razón menor que la que tiene la velocidad de la tierra con respecto a la



velocidad de la estrella. En consecuencia, el ángulo que tiene con respecto al ángulo FDG la misma razón que la del movimiento de la tierra con respecto al curso de la estrella, es mayor que el FEG, en consecuencia será igual al FEL. Luego, en el tiempo en que la estrella recorre el arco de su órbita GF, se estimará que nuestro punto de vista ha recorrido el espacio contrario a aquél que está entre la línea EF y la línea EL. Se manifiesta que en el tiempo en que el arco GF traslada la estrella hacia nuestro punto de vista al oeste, por el ángulo menor FEG, el tránsito de la tierra la retrajo hacia el este por el ángulo mayor FEL, de tal modo que la estrella, que está aún en el ángulo GEL, parece no haberse detenido. 314

(4) Se manifiesta también, que por el mismo procedimiento se demostrará su contrario. Si suponemos que, en el mismo trazado, la mitad de GK tiene con respecto a GE la misma razón que tiene el movimiento de la tierra con respecto a la velocidad del planeta, y tomamos el arco GF hacia el perigeo desde la línea recta EK: unida, pues, KF y haciendo el triángulo KEF, en el que se dibuja GE mayor que EF, KG tendrá con respecto a GE una razón menor que el ángulo FEG a FKG. Así, también la mitad de KG tiene con respecto a GF una razón menor que la del ángulo FEG con respecto al doble de FKG, esto es, el ángulo GDF, tal como se demostró antes. Y por el mismo procedimiento se deduce que el ángulo GDF tiene con respecto al ángulo FEG una razón menor que la de la velocidad de la estrella con respecto a la velocidad del punto de vista. Y así, hecho el ángulo GDF mayor para que tengan la misma razón, la estrella realizará un avance hacia el oeste mayor que el que su progresión exige.

(16) De todo ello se manifiesta también, que si trazásemos arcos iguales FC y CM, el estacionamiento segundo estará en el punto M; una vez trazada la línea EMN, la mitad de MN con respecto a ME tendrá la misma razón que la velocidad de la tierra con res-

pecto a la velocidad de la estrella, como la mitad de BF era FE, y por tanto los puntos F y M ambos señalan estacionamientos, y el arco FCM es regresivo y el restante del círculo progresivo.

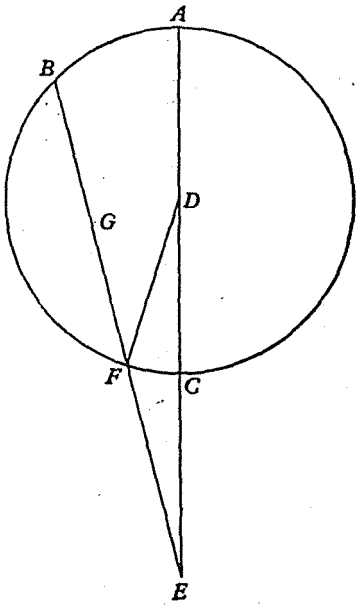
(22) Se sigue también que en tales distancias, DC a CE no será una razón mayor que la de la velocidad de la tierra con respecto a la de la estrella, ni será posible llevar otra línea recta con una razón igual a ésta, ni la estrella parecerá pararse o adelantarse. Pues, suponiendo en el triángulo DGE, que la recta DC no fuera menor que la EG, el ángulo CEG con respecto al CDG tendrá una razón menor que la recta DC a la CE; pero la razón de DC a CE no es mayor que la de la velocidad de la tierra a la de la estrella: en consecuencia, también el ángulo CEG tendrá una razón menor con respecto a CDG que la de la velocidad de la tierra con respecto a la de la estrella. Cuando esto suceda la estrella avanzará y no encontraremos en la órbita del planeta un arco por el que parezca retroceder.

(31) Esto referente a Venus y Mercurio, que están dentro de la órbita grande. Acerca de los otros tres [planetas], exteriores a la órbita, se demostrarán del mismo modo, y con el mismo dibujo (cambiados sólo los nombres), de manera que pongamos en ABC la órbita grande de la tierra y la circulación de nuestro punto de vista, y en E a la estrella cuyo movimiento en su órbita sea menor que la rapidez de nuestro punto de vista en la órbita grande. Por lo demás, la demostración procede por los mismos términos que antes.

Capítulo XXXVI

CÓMO SE DIFERENCIAN LOS TIEMPOS, POSICIONES Y ARCOS DE LAS REGRESIONES

315 (4) Si las órbitas por las que se mueven las estrellas errantes fueran homocéntricas a la gran órbita, fácilmente constaría lo que prometen las demostraciones precedentes (existiendo siempre la misma razón entre la rapidez de la estrella y la del punto de vista); pero son excéntricas y por tanto de movimiento irregular según la apariencia. Por esa causa convendrá que nosotros tomemos los movimientos discretos [irregulares] y regularizados [corregidos] y sus diferencias de velocidad y que los utilicemos en las demostra-



ciones, y no los simples y regulares, a no ser que suceda que la estrella esté alrededor de las longitudes medias, que es cuando únicamente parece moverse con movimiento medio por su órbita.

(12) Mostraremos esto con un ejemplo de Marte, en el que los retrocesos de los demás se harán más claros. Sea, pues, la gran órbita ABC, en la que se mueve nuestro punto de vista, y la estrella en el punto E. Desde ahí trácese, pasando por el centro de la órbita, la línea recta ECDA y la EFB; la mitad de BF, esto es GF, tendrá con respecto a EF la misma razón que la velocidad variable de la estrella con respecto a la velocidad del punto de mira, en la que supera a la estrella. Nos proponemos encontrar el arco FC de la mitad de la retrogradación, o el ABF, para saber cuánto dista la estrella, al realizar un estacionamiento, del punto A, el más lejano, y el ángulo comprendido por FEC; a partir de éstos predeciremos el tiempo y la posición de tal modificación de la estrella. Y supongamos a la estrella alrededor del ápside medio del excéntrico, cuando el movimiento de longitud y el de anomalía difieren poco de los regulares.

(22) En consecuencia, en el caso de Marte la magnitud de su movimiento medio es de una unidad, 8 minutos, 7 segundos, esto es la línea GF, mientras que el movimiento de conmutación, o sea el movimiento de nuestro punto de vista con respecto al movimiento medio de la estrella, se calcula en una unidad, y es la recta EF, de manera que toda EB tiene 3 unidades, 16 minutos, 14 segundos, y el rectángulo comprendido por los mismos, BEF, 3 unidades, 16 minutos, 14 segundos. Y demostramos que DA, distancia desde el centro de la órbita [radio], mide 6.580, de las que DE mide 10.000; pero si DE midiera 60, AD valdrá 39, 29, y toda AE es a EC como 99, 29 es a 20, 31, y el rectángulo comprendido por ellos [AE, EC] 2.041, 4, que se entiende igual al BEF. En consecuencia, por comparación [reducción], hecha la división de 2.041, 4 entre 3, 16, 14, nos sale 624, 4, y el lado EF de

24, 58, 52, en las unidades en las que se proponía a DE igual a 60, pero si se le supone de 10.000, EF tendrá 4.163, 5, y de las que
316 DF vale 6.580.

(4) En consecuencia, en el triángulo DEF de lados conocidos, tendremos el ángulo DEF de XXVII grados, XV minutos, que es el ángulo de regresión de la estrella, y el ángulo CDF de la anomalía de conmutación de XVI grados, L minutos. Como en el primer estacionamiento la estrella apareció en la línea EF, y la estrella en el acronicio [opuesta al Sol] en EC; si la estrella no se moviera hacia el este, los 16 grados, 50, del arco CF comprenderían los XXVII grados, 15, de regresión hallados en el ángulo AEF (según la razón expuesta entre la velocidad de la estrella y la velocidad del punto de vista), y los XVI, L, corresponden a las secciones de la anomalía de conmutación, y aproximadamente XVIIII, 6, 39, corresponden a las secciones de la anomalía en longitud, que restados de los XXVII, 15, quedan desde el otro estacionamiento hasta el acronicio [oposición solar] VIII grados, 8 minutos, y en 36 días y medio aproximadamente se completan los XVIIII, VI, XXXIX de aquella anomalía en longitud, y de ahí la regresión total de 16 grados, 16, en LXXIII días.

(16) Demostrado esto en las longitudes medias del excéntrico, se demuestra de modo semejante en otras posiciones, pero presentando siempre la velocidad variable de la estrella según haya proporcionado la posición, tal como dijimos.

(19) De ahí que este modo de demostración se manifieste también en Saturno, Júpiter y Marte, y no menos en Venus y Mercurio, con tal de que tomemos en vez de la estrella el punto de vista y en vez del punto de vista, la estrella. Pues suceden estas cosas al contrario en las órbitas que son rodeadas por la tierra, de aquellas que rodean a la tierra, y por tanto basta todo ello para no repetir la misma cantinela.

(24) Sin embargo, como el movimiento variable de la estrella comporta no pequeña dificultad con respecto al punto de vista y a la ambigüedad del estacionamiento, de lo que nos relevó aquel postulado de Apolonio, no se si no se obraría mejor buscando simplemente los estacionamientos desde la posición más próxima, del modo como buscamos la conjunción de la posición de la estrella en el acronicio [oposición solar] con respecto a la línea del movimiento medio del Sol, o bien la unión de cualquiera de las estrellas mediante los números conocidos de sus movimientos, lo que dejamos al gusto de cada cual.

LIBRO SEXTO

(3) Hemos indicado, según nuestras posibilidades, qué influjo 317
y consecuencia tiene la admitida revolución de la tierra en el movimiento aparente en longitud de las estrellas errantes y hacia qué orden, cierto y necesario, empuja todas las cosas. Resta que nos ocupemos del fluir de aquellas estrellas en su digresión en latitud y mostremos cómo también en ésto la movilidad de la tierra ejerce dominio y les prescribe leyes también en esta cuestión. Por otra parte, también es necesaria esta parcela de la ciencia, porque las digresiones de los astros establecen una diferencia no pequeña sobre el orto y el ocaso, apariciones, ocultaciones, y otras cosas que se expusieron en general más arriba. Y sus posiciones únicamente se dicen verdaderamente conocidas, cuando consta la longitud junto con la latitud en el círculo de los signos [eclíptica]. En consecuencia, lo que los matemáticos antiguos pensaron[1] que habían demostrado mediante la estabilidad de la tierra, nosotros haremos lo mismo mediante su hipotética movilidad, con una mayor coherencia, quizás, y más ordenadamente.

Capítulo Primero

EXPOSICIÓN GENERAL DE LA DIGRESIÓN EN LATITUD DE LAS CINCO ESTRELLAS ERRANTES

(17) En todas éstas encontraron los antiguos dos desviaciones en latitud, que responden a la doble desigualdad en longitud de las

mismas, una que se produce con ocasión de las órbitas excéntricas, y otra con respecto a los epiciclos, en la posición de tales epiciclos tomamos una sola órbita grande de la tierra (*repetida ya con* frecuencia). No porque la órbita decline de algún modo con respecto al plano de la eclíptica obtenido de una vez para siempre, siendo las inclinaciones las mismas, sino porque las órbitas de aquellas estrellas se inclinan en relación a éste con una oblicuidad no fija; tal variedad se regula a tenor del movimiento y de las revoluciones de la órbita grande de la tierra. Pero, puesto que los tres superiores, Saturno, Júpiter y Marte, se mueven en longitud mediante otras leyes que los otros dos, de igual modo en el movimiento de latitud también se diferencian no poco. En consecuencia, primero se escrutaron dónde estaban y cuántos eran los límites extremos de la latitud norte, los cuales encontró Ptolomeo para Saturno y Júpiter al principio de Libra, en cambio para Marte hacia el final de Cáncer, aproximadamente en el apogeo del excéntrico.

(30) Sin embargo, en nuestro tiempo encontramos estos límites septentrionales para Saturno en el séptimo grado de Scorpio, para Júpiter en el XXVII de Libra, para Marte en el XXVII de Leo, ya que los apogeos han cambiado hasta nuestros días. Pues las inclinaciones y los puntos cardinales de las latitudes siguen el movimiento de aquellas órbitas. En estos límites, tomados como cuadrantes de los círculos según distancias regulares o aparentes, no parecen realizar ninguna digresión en latitud, donde quiera que entonces se encuentre la tierra. Luego, cuando están en estas longitudes medias se comprende que se encuentran en la sección común de sus órbitas con la eclíptica, no de otra manera de como se encuentra la
318 Luna en las secciones eclípticas, a las que Ptolomeo llama nodos: el ascendente a partir del cual la estrella avanza grados septentrionales, y el descendente desde el que marcha hacia el sur. No porque la órbita grande de la tierra, permaneciendo siempre igual con respecto al plano de la eclíptica, les aporte alguna latitud, sino que toda digresión de latitud se mide desde ellos [nodos], la cual de unas a otras posiciones varía mucho, aproximándose a los cuales la tierra, cuando aparecen opuestos al Sol, en el acronicio, siempre avanzan con una desviación mayor que en cualquier otra posición de la tierra: en el hemisferio norte hacia el norte, en el sur hacia el sur, y esto con una diferencia mayor o menor según exija la proximidad y alejamiento de la tierra. Con ocasión de lo cual se conoció que la inclinación de aquellas órbitas no era fija, sino que variaba según un cierto movimiento de libración, medible por las

revoluciones de la órbita grande de la tierra, según se dirá un poco más abajo.

(14) Pero Venus y Mercurio parecen variar de otra manera, aunque con una ley fija observada a partir de los ápsides medios, superiores e inferiores. Pues en las longitudes medias, es decir, cuando la línea del movimiento medio del Sol dista un cuadrante del ápside superior o inferior, y las *mismas estrellas matutinas* o vespertinas distan un cuadrante de sus órbitas a partir de la misma línea del movimiento medio, no encontraron [los antiguos] en ellas ninguna desviación con respecto a la órbita de los signos, por lo que entendieron que ellos [los planetas] estaban en una sección común con la órbita de los signos y eclíptica, tal sección pasa por el apogeo y perigeo de aquéllas. Y por tanto las digresiones, que son superiores o inferiores con respecto a la tierra, se manifiestan entonces, las máximas en la distancia mayor desde la tierra, esto es, alrededor de la salida vespertina o la ocultación matutina, cuando Venus aparece más al norte, Mercurio más al sur.

(25) Y por el contrario, en la posición más cercana a la tierra, cuando se ocultan por la tarde o surgen por la mañana, Venus está al sur, Mercurio al norte. Viceversa, cuando la tierra está en la posición opuesta a ésta y en el otro ápside medio, siendo la anomalía del excéntrico de CCLXX grados, Venus aparece a la mayor distancia austral de la tierra, Mercurio a la mayor distancia boreal, y en la posición más cercana a la tierra, Venus al norte y Mercurio al sur. En cambio, en el giro de la tierra hacia el apogeo de estos astros, Ptolomeo encuentra para Venus matutino una latitud boreal, austral para el vespertino. Y también al contrario en el caso de Mercurio, para el matutino austral, para el vespertino boreal. Del mismo modo acontece esto en la posición opuesta del perigeo, de manera que Venus Lucifer [por la mañana] aparece al sur, Venus Vesperugo [por la tarde] al norte. En cambio para Mercurio matutino al norte, para el vespertino al sur. Y también estas y otras posiciones encontraron una digresión boreal de Venus siempre mayor que la austral, la de Mercurio mayor la austral que la boreal. Con ocasión de ésto, [los antiguos] razonaron que había una doble latitud en esta posición y tres en general. La primera, que acontece en las longitudes medias, la llamaron declinación; la segunda, en el ápside superior e inferior, oblicuidad; y la tercera, unida a ésta [a la segunda], desviación, boreal siempre para Venus, austral para Mercurio. Entre estos cuatro límites se mezclan entre sí, y alternativamente crecen y decrecen y cambian mutuamente. A todas las cuales les asignaremos las circunstancias convenientes.

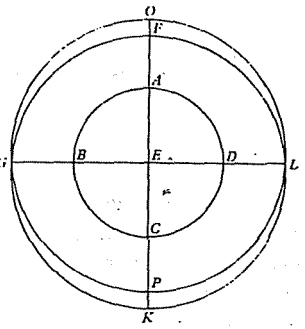
Capítulo II

HIPÓTESIS DE LOS CÍRCULOS EN LOS QUE ESTAS ESTRELLAS SE MUEVEN EN LATITUD

319 (3) En consecuencia, hemos de aceptar en estas cinco estrellas que sus órbitas se inclinan con respecto al plano de la eclíptica con una inclinación variable, pero regular, y la sección común se produce en el diámetro de la eclíptica. Ya que en Saturno, Júpiter y Marte el ángulo de la sección recibe una cierta libración en aquella sección como en el eje, semejante a la que demostramos en el caso de la precesión de los equinoccios, pero simple y conmensurable con el movimiento de conmutación, según el cual aumenta y disminuye con un intervalo determinado, de manera que cada vez que la tierra está cercana al planeta, esto es, en el acronicio [oposición solar], acontece la máxima inclinación de la órbita del planeta, la mínima en su opuesto, y en el medio, la media; así, estando el planeta en el límite de la máxima latitud norte o sur, su latitud aparece mucho mayor en la proximidad de la tierra que a la máxima distancia. Y aunque esta podría ser la única causa de tal irregularidad, la desigual distancia a la tierra, a tenor de que los más cercanos parecen mayores que los más lejanos; sin embargo, las latitudes de estas estrellas aumentan y disminuyen con una diferencia mayor, cosa que no puede suceder, a no ser que también tales órbitas oscilen en su oblicuidad. Pero, como dijimos antes, en estas libraciones conviene tomar un cierto medio entre los extremos.

(18) Para que todo esto aparezca más claro, sea la órbita grande ABCD, que está en el plano de la eclíptica, teniendo como centro a E, con respecto a la cual [órbita grande de la tierra] está inclinada la órbita del planeta que es FGKL, de declinación media y permanente, cuyo límite norte de latitud sea F, el sur K, el nodo descendente de la sección G, el ascendente L, BED la sección común que se prolonga por las líneas rectas GB y DL, y que tales cuatro límites no cambian, si no es por el movimiento de los ápsides. Y entiéndase, que el movimiento en longitud de la estrella no se produce en el plano del círculo FG, sino en otro oblicuo al homocéntrico FG, que es el OP, y que se cortan entre sí en la línea recta GBDL.

320 (1) Por tanto, mientras la estrella se mueve en la órbita OP, y coincidiendo algunas veces en el movimiento de libración con el



plano FK, se mueve en una y otra dirección y hace por ello aparecer una latitud distinta. Primero, esté, pues, la estrella en la máxima latitud norte en el punto O, próxima a la tierra que está en A, entonces la latitud de la estrella crecerá según el ángulo OGF, el de máxima inclinación de la órbita OGP. Este movimiento es de aproximación y alejamiento, puesto que es conmensurable, por hipótesis, con el movimiento de conmutación, y si ahora la tierra estuviera en B, el punto O coincidirá con F, y la latitud de la estrella aparecerá menor estando en la misma posición que antes; e incluso mucho menor si la tierra estuviera en el punto C. Pues O se desplazará hacia la parte extrema y diversa de su libración, y excederá tanto, cuanto sobrepase en una libración substractiva de latitud norte, esto es, en un ángulo igual al OGF. Después crece la latitud norte de la estrella existente alrededor del punto F, mientras por el resto del hemiciclo CDA vuelve [la tierra] al primer punto A, de donde había salido.

(13) El mismo proceso y modo habrá para la estrella en posición meridiana, colocada en el punto K, tomando como principio del movimiento de la tierra el punto C. En cuanto a si la estrella, en el acronicio [oposición solar] u oculta bajo el Sol, en el otro punto G o L, aunque entonces las órbitas FK o OP se alejen entre sí con la máxima inclinación, no por ello se hará sensible ninguna latitud de la estrella, puesto que estará en la sección común de las órbitas. A partir de lo cual, pienso que se entiende con facilidad, de qué modo la latitud norte del planeta decrece de F a G, la sur aumenta de G a K, se desvanece totalmente hacia L y camina hacia posiciones septentrionales.

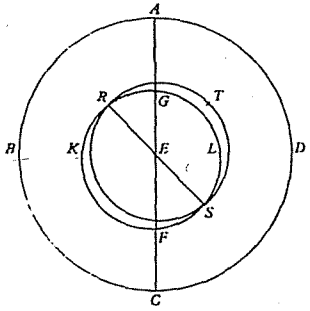
(20) Y aquellos tres astros superiores se comportan de este modo. De los cuales, tanto en longitud como en latitud, difieren no poco Venus y Mercurio, ya que tienen las secciones comunes de sus órbitas colocadas alrededor del apogeo y perigeo. En cuanto a sus máximas inclinaciones se vuelven mudables hacia los ápsides medios por un movimiento de libración, como el de los astros superiores, pero además sufren otra libración diferente a la primera. Sin embargo, ambas son conmensurables con las revoluciones de la tierra, aunque no de un único modo. La primera libración se caracteriza por lo siguiente: que habiendo realizado la tierra una

revolución a través de los ápsides de aquellos, el movimiento de libración ha girado dos veces, teniendo inmóvil, como dijimos, el eje de la sección por el apogeo y perigeo, de manera que, cuántas veces la línea del movimiento medio del Sol esté en el perigeo o en el apogeo de ellos, se produce el ángulo máximo de sección, en cambio el mínimo siempre en las longitudes medias.

(31) La segunda libración que sigue a ésta, se diferencia de ella en lo siguiente: que colocada la tierra en una longitud media o estando el planeta Venus o Mercurio siempre en el eje, esto es en la sección común de su movimiento de libración, pero con una desviación máxima cuando la tierra pasa por el apogeo o perigeo de éstos, acontece que Venus siempre está al norte (como se dijo), Mercurio al sur; debiendo entonces carecer de latitud a causa de su anterior y simple inclinación.

(37) Por ejemplo, cuando el movimiento medio del Sol está junto al apogeo de Venus, y éste en tal posición, se evidencia que, según la inclinación simple y la primera libración, estando [Venus] en la sección común de su órbita con el plano de la eclíptica, entonces no habría realizado ninguna latitud; pero la segunda libración le induce a su desviación máxima, teniendo la sección o eje a lo largo del diámetro transversal de la órbita del excéntrico y cortando a
321 este diámetro, que pasa por el ápside superior e inferior, en ángulos rectos. Pero si en este mismo tiempo estuviera en cualquier otro cuadrante y cerca de los ápsides medios de su órbita, entonces el eje de esta libración coincidiría con la línea del movimiento medio del Sol y la misma Venus añadirá a la inclinación norte una desviación máxima, la que se restará de la inclinación austral y quedará la menor. Y de este modo, la libración de desviación es conmensurable con el movimiento de la tierra.

(7) Para que se capte más fácilmente ésto, repítase la órbita grande [de la tierra] ABCD, la órbita de Venus o Mercurio, excéntrica y oblicua al círculo ABC según una inclinación igual FGKL, la sección común de estos FG por el apogeo F de la órbita y el perigeo G. Primero, para una demostración más cómoda, supongamos la inclinación de la órbita excéntrica GKF como simple y fija, o si parece bien, media entre la mínima y la máxima, a no ser que la sección común FG cambie según el movimiento del perigeo y el



apogeo. Mientras la tierra está en ella, esto es en A o en C, y el planeta en la misma línea, se manifiesta que entonces no tendría latitud, puesto que toda latitud proviene de los lados, en los hemiciclos GKF y FLG, en los que el planeta se acerca hacia la zona boreal o austral (como se dijo) a tenor de la inclinación del círculo FKG con respecto al plano de la eclíptica. A esta digresión del planeta le llaman unos oblicuidad, otros reflexión [2]. Pero estando la tierra en B o en D, esto es, junto a los ápsides medios del planeta, las latitudes serán las mismas arriba y abajo, FKG y GLF, a las que llaman declinaciones [3]. Y así, más por el nombre que por la realidad difieren de las anteriores, e incluso los nombres se confunden en las posiciones medias.

(22) Pero, puesto que el ángulo de inclinación de estos círculos se halla que es mayor en la oblicuidad que en la declinación, entendieron que esto sucedía por una cierta libración que se curvaba en la sección FG como en un eje, según se dijo anteriormente. En consecuencia, como tenemos en uno y otro caso conocido el ángulo de la sección, fácilmente entenderemos a partir de su diferencia, cuánto vale esa libración desde la inclinación mínima hasta la máxima. Entiéndase ahora otro círculo de desviación, oblicuo al 322
GKFL, homocéntrico en el caso de Venus, pero excéntrico al excéntrico en el caso de Mercurio, como diremos después, cuya sección común sea RS en cuanto eje de esta libración, móvil en un circuito, por este motivo, mientras la tierra se encuentre en A o en B, el planeta está en el límite extremo de la desviación, donde quiera que esté, por ejemplo en el punto T. Y cuánto haya avanzado la tierra a partir de A, tanto se entiende que el planeta se ha movido desde T, decreciendo entre tanto la oblicuidad del círculo de desviación, de manera que mientras la tierra ha recorrido el cuadrante AB, se entiende que el planeta ha llegado hasta el nodo de esta latitud, esto es, a R. Pero coincidiendo entonces los planos en el momento medio de la libración y tendiendo hacia direcciones contrarias, el restante hemiciclo de la desviación, que antes era austral, irrumpe hacia la parte boreal, y avanzando hacia el cual Venus, una vez abandonado el austral, vuelve a dirigirse hacia el septentrión, y nunca se acercará al sur a lo largo de esta libración. Tal como Mercurio, atravesando porciones contrarias, continúa al sur, y también difiere en esto [de Venus], en que no oscila [realiza una libración] en el homocéntrico del excéntrico, sino en un excéntrico del excéntrico. Por ello, con respecto al movimiento en longitud, utilizamos el epiciclo en la demostración de la irregularidad. Pero, puesto que allí se consideraba una longitud sin latitud,

aquí una latitud sin longitud, aunque comprendiendo una sóla y la misma revolución y reduciéndolas a la igualdad, aparece suficientemente claro que el movimiento es uno sólo y una misma la libración, que pudo ofrecer ambas variedades, siendo a la vez excéntrica y oblicua, y no hay otra hipótesis, excepto la que ya nombramos, de la que diremos más cosas después.

Capítulo III

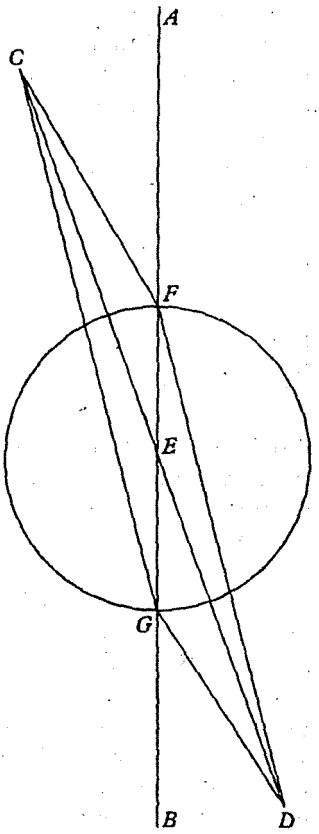
SOBRE CUÁL SEA LA INCLINACIÓN DE LAS ÓRBITAS DE SATURNO, JÚPITER Y MARTE

(23) Después de las hipótesis expuestas sobre las digresiones de los cinco planetas, tenemos que descender a las cosas mismas y a separarlas una a una. Y, en primer lugar, cuán grandes sean las inclinaciones de cada círculo, calculamos las cuales mediante un círculo máximo, que pasa por los polos del círculo inclinado, y formando ángulos rectos con la eclíptica, con respecto al que se examinan los cambios según la latitud. Pues, comprendidas éstas [inclinaciones], se abrirá el camino para conocer las latitudes de cada uno. Empezando otra vez por los tres superiores, sobre todo porque en los límites extremos de la latitud austral, según la exposición Ptolomaica[4], aparece el *alejamiento* de Saturno del acronicio [oposición solar] a III grados, V minutos, el de Júpiter a dos grados, VII minutos, el de Marte a VII grados. Pero en las posiciones opuestas, mientras avanzan hacia el Sol [conjunción solar], el de Saturno de II grados, III minutos, el de Júpiter de I grado, V minutos, el de Marte a sólo V minutos, de manera que casi toca el círculo de los signos; en cuanto a estas cosas, que observó en las ocultaciones y salidas de aquéllos, convenía tenerlas presentes en las latitudes.

(36) Propuesto así esto, en un plano, que forme ángulos rectos con el círculo de los signos [eclíptica] y pase por su centro, sea AB la sección común con el zodíaco, y CD la sección común con uno cualquiera de los tres planetas superiores a través de los límites
323 máximos australes y boreales, también el centro del zodíaco en E, y el diámetro de la órbita grande de la tierra FEG. Y sea D la latitud austral, C la boreal, con las que se unen CF, CG, DF, DG.

(4) Pero ya antes, con respecto a cada uno, se demostraron las razones entre EG, [radio] de la órbita grande de la tierra, en

relación a ED, [radio] del excéntrico del planeta, en cualquiera de sus posiciones propuestas. Pero también se dan por las observaciones las posiciones de las latitudes máximas. Luego, resultando conocido el ángulo de la máxima latitud austral BGD, exterior del triángulo EGD, se conocerá también por lo demostrado sobre los Triángulos Planos el ángulo interior y opuesto GED, de inclinación máxima austral del excéntrico con respecto al plano del zodíaco. De igual modo, por medio de la mínima latitud austral demostraremos la mínima inclinación, por consiguiente por el ángulo EFD. Puesto que en el triángulo EFD se conoce la razón entre los lados EF a FD, con el ángulo EFD, tendremos como dado el ángulo exterior DFE, el de la mínima inclinación austral y de ahí, por la diferencia entre una y otra declinación, toda la libración del escéntrico con respecto al zodíaco. Con estos ángulos de inclinación, calcularemos también las latitudes boreales opuestas, esto es, serían los ángulos AFC y EGC, que si coincidieran con las observaciones, significarán que nos hemos equivocado mínimamente.



(17) Y vamos a tomar como ejemplo a Marte, porque se aleja en latitud más que todos los otros. Ptolomeo anotó su máxima latitud sur aproximadamente en los VII grados, en el perigeo de Marte, y también la máxima boreal de IIII grados, XX minutos en el apogeo. Y como nosotros tomáramos el ángulo BGD de VI grados, L minutos, encontramos que su correspondiente el ángulo AFC es de IIII grados y casi XXX minutos. Pues, siendo dada la razón EG a ED, como uno es a uno, XXII minutos, XXVI segundos, partiendo de ésto tendremos, junto con el ángulo BGD, el ángulo DEG de I grado, LI minutos aproximadamente, de máxima inclinación austral. Y, puesto que EF es a CE, como una unidad es a una unidad, XXXIX minutos, LVII segundos, y el ángulo CEF es igual al DEG

de I grado, LI minutos, se sigue el ángulo exterior (del que hablamos) CFA de IIII grados y medio, estando el planeta en el acronicio [oposición solar].

(29) De igual modo en la posición opuesta mientras corre junto con el Sol [conjunción solar], si hubiéramos tomado el ángulo DFE de V minutos, a partir de los lados dados DE y EF con el ángulo EFD, tendremos el ángulo EDF, y el exterior DEG de casi nueve minutos de inclinación mínima: el cual también nos mostrará el ángulo CGE de latitud norte de casi seis minutos. Luego restando
324 la inclinación mínima de la máxima, esto es, 9 minutos de un grado y LI minutos, queda un grado, XLII minutos, que es la libración de esta inclinación, y su mitad de L minutos y medio aproximadamente.

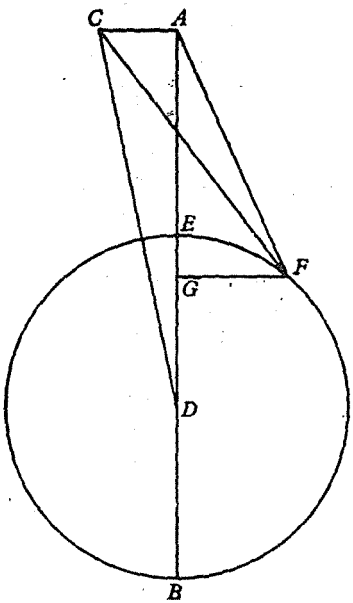
(3) De igual modo se hicieron patentes los ángulos de las inclinaciones junto con las latitudes de los otros dos, Júpiter y Saturno, o sea la inclinación máxima de Júpiter de un grado, XLII minutos, la mínima de un grado, XVIII minutos, de manera que toda su libración no comprende una amplitud mayor que XXIIII minutos. Y para Saturno la inclinación máxima es de II grados, XLIIII minutos, la mínima de II grados, XVI minutos, entre las que hay una libración de XVIII minutos[5]. De ahí que, por medio de los ángulos mínimos de inclinación, que acontecen en la posición opuesta, mientras estaban ocultos bajo el Sol, surgirán los alejamientos en latitud con respecto al círculo de los signos, el de Saturno II grados, III minutos, el de Júpiter I grado, VI minutos, que era lo que había que demostrar y conservar por las tablas a exponer más abajo.

Capítulo IIII

SOBRE LA EXPOSICIÓN DE OTRAS LATITUDES EN PARTICULAR Y EN GENERAL DE ESTOS TRES ASTROS

(15) Después de haber hecho ostensibles así estas cosas, se evidenciarán las latitudes de estos tres planetas en general y en particular. Entiéndase, pues, como antes, la sección común AB del plano perpendicular al círculo de los signos [eclíptica] a través de los límites de las digresiones extremas. Y esté en A el límite

boreal, y sea también la sección común de la órbita del planeta la recta CD, que corta a AB en el punto D. Tomado éste como centro, descríbase la órbita grande de la tierra EF, y por el acronicio [oposición solar], que está en E, tómese EF un arco conocido por cualquier procedimiento, y también desde F y desde C, la posición de la estrella, constrúyanse perpendiculares a AB, que serán CA, FG, y únanse FA, FC. Buscamos, primero, cuánto puede medir en este esquema el ángulo de inclinación del excéntrico ADC. Ya se demostró que era máximo, cuando la tierra estaba en el punto E. También quedó claro que toda su libración se calcula por la revolución de la tierra sobre el círculo EF, en relación al diámetro BE, según exige la naturaleza de la libración. Luego, como consecuencia del arco conocido EF, se conocerá la razón de ED a EG, y tal es la razón de la libración total con respecto a lo que decreció en el momento del ángulo ADC. Por esta razón es dado el ángulo ADC en la presente cuestión. Por lo que se da con todos sus lados el triángulo ADC de ángulos conocidos. Pero, puesto que, según lo precedente, CD tiene una razón dada con respecto a ED, se dará también con respecto al resto DG; y por tanto CD y AD en relación GD; de ahí que se conozca también el resto AG, por lo que también es dada FG, puesto que es la mitad de la cuerda del doble de EF: luego, conocidos dos lados del triángulo rectángulo AGF, se conocerá la cuerda AF y la razón de AF a AC. Por último, conocidos dos lados del triángulo rectángulo ACF, se conocerá el ángulo AFC, y éste es el de la latitud aparente que se buscaba. Esto lo ejemplificaremos de nuevo con respecto a Marte, cuyo máximo límite de latitud sur está alrededor de A, casi en su ápside inferior.



(37) Esté, pues, la posición del planeta en C, donde, mientras la tierra estaba en el punto E, se demostró que el ángulo de inclinación ADC era máximo, o sea de un grado, L minutos. Supongamos 325
ahora la tierra en el punto F y el movimiento de conmutación

según el arco EF de XLV grados: luego se conoce la recta FG de 7.071, siendo ED de 10.000, y GE el resto de la que parte del centro [radio] de 2.929 unidades. Y ya se mostró que la mitad del ángulo de libración ADC era de 0,50 1/2 grados, teniendo la razón del aumento o disminución en esta posición, como DE es a GE, así 50 1/2 es a 15 aproximadamente, restando este último número de I grado, L minutos, dará I grado, XXXV minutos, el ángulo de la inclinación ADC en el caso presente. Por esta razón el triángulo ADC será de ángulos y lados conocidos, y como se demostró antes que CD medía 9.040 unidades, siendo ED de 6580, FG tendrá 4.653, AD de 9.036 unidades, y el resto AEG de 4.383 unidades, y AC de 249 1/2 unidades. En consecuencia, en el triángulo rectángulo AFG, la perpendicular AG de 4.383 unidades y la base FG de 4.653 unidades, de donde se sigue que la cuerda [hipotenusa] AF es de 6.392 unidades. Así, por último, del triángulo ACF, del que son dados el ángulo recto CAF con los lados AC, AF, se conocerá el ángulo AFC de II grados, XV minutos, el de latitud aparente con respecto a la tierra situada en F. Del mismo modo aplicaremos el razonamiento para los otros dos, Saturno y Júpiter.

Capítulo V

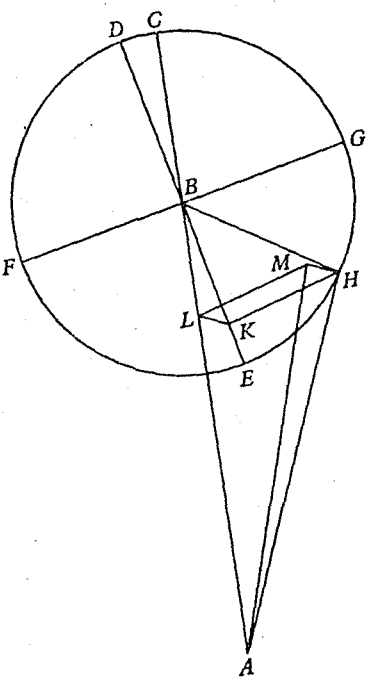
SOBRE LAS LATITUDES DE VENUS Y MERCURIO

(19) Quedan Venus y Mercurio, cuyos traslados en latitud se demostrarán (como dijimos) con tres digresiones simultáneas de latitudes complicadas. Para que se puedan distinguir separadamente, empezaremos por aquella que llaman declinación, como de tratamiento más sencillo. Ya que únicamente a ésta le sucede, que a veces se separa de las demás, lo que ocurre alrededor de las longitudes medias y alrededor de los nodos, según rigurosos movimientos de longitud cuando la tierra está situada por los cuadrantes de los círculos a partir del apogeo y perigeo del planeta. Hallaron que, cuando la tierra está próxima, le correspondía[6] en el caso de Venus VI grados, XXII minutos, de latitud austral o boreal, en el de Mercurio IIII grados, V minutos, pero cuando la tierra está a su máxima distancia, para Venus un grado II minutos, para Mercurio I grado, XLV minutos, con los cuales los ángulos de

las inclinaciones en esta posición se manifiestan por medio de las tablas expuestas de las igualaciones [aequationes, prostaféresis], según las cuales hay una latitud para Venus en esa posición, en la distancia mayor desde la tierra, de un grado, II minutos, en la mínima distancia de VI grados, XXII minutos, y a uno y a otro lado [de la latitud media] el arco de la órbita[7] tiene II grados y medio aproximadamente; pero en el caso de Mercurio un grado, XLV minutos, en la distancia superior, IIII grados, V minutos, en la inferior, postula un arco de su órbita de VI grados con una cuarta parte de grado, de manera que el ángulo de inclinación de las órbitas es, el de Venus de II grados, XXX minutos, y el de Mercurio de VI grados con una cuarta parte, siendo cuatro rectos CCCLX grados, con los que pueden explicarse todas las latitudes particulares de declinación, en este lugar, tal como demostraremos empezando por Venus.

(38) Sea, pues, ABC la sección común en el propuesto círculo del zodíaco [eclíptica] y de un plano recto que pasa por su centro, y DBE la sección común de la superficie de la órbita de Venus [con el plano perpendicular]. Y sea el centro de la tierra A, y el de la órbita del planeta B, y ABE el ángulo de inclinación de la órbita 326
con respecto a la eclíptica; y trazada alrededor de B la órbita DFEG, únanse FBG, diámetro perpendicular al diámetro DE. Y entiéndase que el plano de la órbita se considera de tal modo con respecto al plano perpendicular tomado, que en el plano del círculo las líneas que son trazadas a DE formando ángulos rectos, son paralelas entre sí y al plano del zodíaco y en él sólo está la línea FBG. El propósito es, a partir de las líneas rectas dadas AB y BC junto con el ángulo de inclinación dado ABE, encontrar cuánto se ha distanciado el planeta en latitud, por ejemplo, cuando dista XLV grados de E el punto más próximo de la tierra, que elegimos siguiendo a Ptolomeo, con el fin de que aparezca si la inclinación de la órbita comporta alguna diversidad en longitud a Venus o Mercurio.

(10) Tales diferencias se deben advertir mejor alrededor de las posiciones medias entre los límites D, F, E, G, sobre todo porque la estrella situada en esos cuatro límites alcanza las mismas longitudes que tendría sin declinación, como es claro por sí mismo. Tomemos, pues, el arco EH, como se ha dicho, de XLV grados, y trácense perpendiculares, HK a BE, KL y HM al propuesto plano de la eclíptica, y únanse HB, LM, AM y AH. Tendremos el paralelogramo cuadrángulo y rectángulo LKHM, esto porque HK es paralela al plano de la eclíptica, y ya que el ángulo LAM de la



prostaféresis en longitud tiene el mismo lado, mientras el ángulo HAM es el tránsito en latitud, cayendo además HM perpendicularmente sobre el plano de la eclíptica. En consecuencia, puesto que se conoce el ángulo HBE de XLV grados, HK la mitad de la cuerda del doble de HE tendrá 7.071 unidades, de las que EB tiene 10.000. De modo semejante, del triángulo BKL se conoce el ángulo KBL de II grados y medio y el BLK es recto y la cuerda BK de 7.071, siendo BE de 10.000; los restantes lados serán, pues, el KL de 308 unidades y el BL de 7.064. Pero, puesto que AB es a BE, según se mostró antes, como 10.000 es a 7.193 aproximadamente, los otros serán, en las mismas unidades, HK de 5.086, HM igual a KL de 221 y BL de 5.081; de ahí que el resto LA valga 4.919. Ahora, también del triángulo ALM conocidos los lados AL, el LM igual al HK, y el ángulo ALM recto, tendremos la hipotenusa AM de 7.075, y el ángulo MAL de XLV grados, LVIII minutos, que es la prostaféresis o conmutación mayor de Venus, según los cálculos.

(29) De igual modo, en el triángulo MAH dados el lado AM de 7.075 unidades y el MH igual al KL, constará el ángulo MAH de un grado, XLVII minutos, de declinación en latitud. Y si no molesta investigar en qué afecta esta inclinación en las diferencias de Venus en longitud, tomemos el triángulo ALH, entendiendo que LH es un diámetro [diagonal] del paralelogramo LKHM. Mide, pues, [LH] 5.091 unidades, de las cuales AL tiene 4.919, y el ángulo ALH es recto: de donde se deduce la hipotenusa AH de 7.079. En consecuencia, conocida la razón entre los lados, el ángulo HAL tendrá XLV grados, LVIIII minutos. Pero se ha mostrado que ALM[8] vale XLV grados, LVII minutos; luego aumentaron sólo II minutos. Lo que había que demostrar.

(38) Nuevamente, en el caso de Mercurio, con un razonamiento semejante sobre la declinación demostraremos las latitudes, por

medio de una descripción similar a la precedente, en la que se supone el arco EH de XLV grados, y las dos rectas HK, KB, se 327
toman otra vez como de 7.071 unidades, siendo la hipotenusa HB de 10.000. En consecuencia, si BH, a partir del centro [radio] midiera 3.953 y AB 9.964, en esta posición, según puede deducirse de las diferencias de longitud antes demostradas, entonces BK y KH serán de 2.795 unidades. Y puesto que el ángulo de inclinación ABE se mostró como de VI grados, XV minutos, suponiendo que cuatro rectos miden CCCLX grados: en consecuencia del triángulo rectángulo BKL de ángulos conocidos, se da la base KL de 304 unidades, y el lado perpendicular BL de 2.778, luego la diferencia AL es de 7.186. Pero también LM es igual a HK de 2.795, en consecuencia del triángulo ALM, con un ángulo recto el L, con dos lados conocidos el AL y el LM, tendremos la hipotenusa AM de 7.710 unidades, y el ángulo LAM de XXI grados, XVI minutos, y ésta es la prostaféresis calculada.

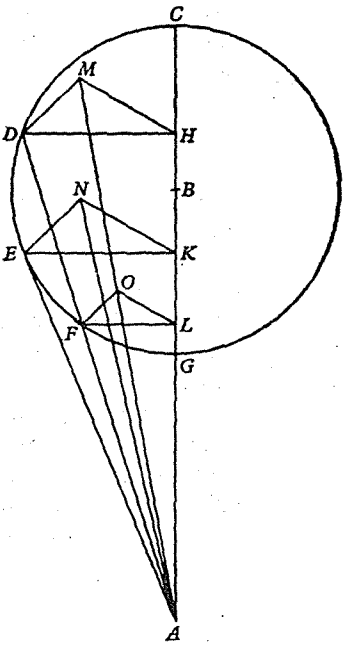
(11) Del mismo modo, en el triángulo AMH, con dos lados conocidos el AM y el MH iguales al KL, que comprenden al ángulo recto M, se hará patente el ángulo MAH, que es la latitud buscada. Si se quiere averiguar cuánto se debe a la prostaféresis real y a la aparente, se deduce la diagonal LK[9], que calculamos a partir de los lados como de 2.811 unidades y AL de 7.186 unidades: todo lo cual muestra que el ángulo LAH, prostaféresis aparente, es de XXI grados, XXIII minutos, que excede al calculado antes en casi VII minutos. Y esto se quería demostrar.

Capítulo VI

Acerca del segundo desplazamiento en latitud de Venus y Mercurio según la oblicuidad de sus órbitas en el apogeo y perigeo

(22) Ya hemos dicho que se llaman declinaciones al desplazamiento en latitud de estas estrellas, cuando ocurre alrededor de las longitudes medias de sus órbitas. Ahora hay que hablar de los [desplazamientos] que acontecen alrededor del perigeo y el apogeo, en los que interfiere aquella *tercera digresión*, de desviación, no como en los tres planetas superiores, sino con un razona-

miento más fácil, con el que pueda discernirse y separarse, tal como sigue. En efecto, Ptolomeo observó que estas latitudes *eran máxi*mas, cuando las *estrellas* [planetas] estaban en las líneas rectas que tocaban las órbitas partiendo del centro de la tierra, lo cual sucede en las distancias máximas al Sol, matutinas o vespertinas (como dijimos). Y halló que las latitudes boreales de Venus eran mayores que las australes en un *tercio* de grado, en cambio las latitudes australes de Mercurio eran mayores en casi medio grado que las boreales. Pero, queriendo resolver la dificultad y el trabajo de los cálculos, tomó una razón media de dos y medio grados en las diversas direcciones de latitud, grados que son subtendidos por las mismas latitudes en el círculo perpendicular al zodíaco, alrededor del centro de la tierra, por tal círculo se delimitan las latitudes, sobre todo porque no pensó que habría un evidente error, como constataremos después. Porque si tomamos II grados y medio como digresión igual a una y otra parte del *círculo* de los signos [eclíptica] y excluimos la desviación hasta que hayamos determinado las latitudes de las inclinaciones, nuestras demostraciones serán más simples y fáciles.



328 (1) En consecuencia, se ha de demostrar primero, que la digresion máxima de esta latitud se produce en contacto con el círculo excéntrico, cuando también las prostaféresis en longitud son máximas. Sea, pues, la sección común de los planos del zodíaco y del círculo excéntrico, ya sea de Venus o de Mercurio, que pasa por el apogeo y el perigeo, en la que se toma A posición de la tierra, y B centro del excéntrico CDEFG *círculo oblicuo* a la eclíptica, de modo que cualquier línea recta trazada a CG comprenda ángulos iguales a la oblicuidad; y *trácese* AE tangente al círculo, y AFD que lo corta. Se trazan también desde los puntos D, E y F perpendiculares a CG, o sea, DH, EK, FL, y al presupuesto plano de la eclíptica las DM, EN, FO y únanse MH, NK, OL, y además AN y AOM. Por ejemplo, AOM es una

recta, en la que tres puntos suyos están en dos planos, o sea, el círculo de la eclíptica y ADM perpendicular al plano de la eclíptica. (13) En consecuencia, puesto que en la oblicuidad propuesta, los ángulos en longitud, HAM y KAN, comprenden las prostaféresis de estas estrellas, y DAM y EAN las desviaciones en latitud, digo, primero, que el ángulo de latitud EAN es el máximo, situado en el punto de tangencia, cuando aproximadamente también existe la máxima prostaféresis de longitud. Pues, siendo EAK el ángulo mayor de todos, KE estará con respecto a EA en una razón mayor que la de HD y LF con respecto a DA y FA, respectivamente. Pero EK es a EN como HD a DM y LF a FO [10]; pues son iguales, como dijimos, los ángulos que comprenden, y los que tienen como vértices M, N y O son rectos. En consecuencia, NE tiene con respecto a EA una razón mayor que MD y OF con respecto a DA y FA respectivamente; y de nuevo DMA, ENA y OFA son ángulos rectos; luego EAN es un ángulo mayor que el DAM y que todos los que se construyen de este modo.

(25) De donde se manifiesta que de las diferencias que se producen a partir de esta oblicuidad según la longitud entre las prostaféresis, la máxima es la que se determina por el traslado máximo alrededor del punto E. Pues, a causa de que son iguales los ángulos que comprenden, HD, KE y LF son proporcionales a HM, KN y LO. Y como la razón de ellos permanece igual con respecto a sus diferencias, consecuentemente la diferencia entre EK y KN está en una razón con respecto a EA mayor que las otras diferencias con respecto a las semejantes a AD [11]. De ahí se manifiesta también que la máxima prostaféresis en longitud estaría, con respecto al máximo traslado en latitud, en la misma razón que tendrán las prostaféresis de los segmentos del excéntrico en longitud, con respecto a los traslados en latitud. Puesto que KE es a EN, como todas las semejantes a LF y HD son a las semejantes a FO y DM [12]. Y esto es lo que se había propuesto demostrar.

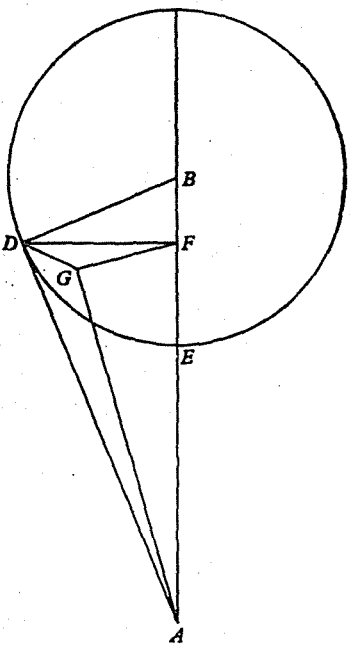
Capítulo VII

CUÁLES SON LOS ÁNGULOS DE OBLICUIDAD DE ÉSTAS DOS ESTRELLAS, VENUS Y MERCURIO

329

(4) Veamos, una vez conocidas estas cosas, cuánto vale el ángulo de los planos de ambas estrellas en inclinación, repitiendo lo que se

dijo antes que entre la distancia máxima y mínima [en latitud] cada planeta tiene cinco grados, de manera que se colocan más al norte o más al sur en un momento contrario según la posición de la órbita, puesto que el desplazamiento de Venus realiza una digresión imperceptiblemente mayor o menor de V grados, pasando por el apogeo y perigeo del excéntrico, y la de Mercurio de medio grado más o menos.



(11) En consecuencia, sea, como antes, la sección común ABC entre el zodíaco y el excéntrico, y una descrita, con centro en B, la órbita de la estrella, oblicua al plano de la eclíptica, según el modo expuesto, se traza desde el centro de la tierra la línea recta AD, tangente a la órbita en el punto D, desde el que se dibujan perpendintares, DF a CBE, DG al plano de la eclíptica, y únanse BD, FG y AG. Tómese también el ángulo DAG que comprende la mitad de la desviación expuesta, según la latitud de una y otra estrella, de II grados y medio, si IIII rectos valen CCCLX grados. Se propone encontrar cuánto mide el ángulo de oblicuidad en uno y otro plano, esto es el ángulo comprendido por DFG.

(20) En consecuencia, puesto que en la estrella Venus, cuya distancia que parte del centro de la órbita [radio] es de 7.193 unidades, se demostró que la distancia mayor, al apogeo, es de 10.208 unidades, y la menor, al perigeo, de 9.792 unidades, y entre éstas la media de 10.000, la cual le pareció bien tomarla a Ptolomeo para esta demostración, queriendo resolver la dificultad y abreviar el proceso en cuanto fuera posible: pues no cumpliendo los extremos una clara diferencia, era más seguro seguir el medio: en consecuencia, AB estará con respecto a BD en la misma razón que 10.000 a 7.193, y el ángulo ADB es recto: luego tendremos el lado AD con una longitud de 6.947. Del mismo modo, así como BA es a AD, así BD a DF, y tendremos para DF una longitud de 4.997 unida-

des. De nuevo, puesto que el ángulo DAG se supone que mide II grados y medio y el AGD es recto: en consecuencia en un triángulo de ángulos conocidos, el lado DG tendrá 303 unidades, siendo AD de 6.947. Así, también son conocidos los dos lados, DF, DG, y el ángulo DGF es recto; el ángulo de inclinación u oblicuidad DFG tendrá III grados, XXIX minutos. Pero, puesto que el exceso del ángulo DAF sobre el FAG comprende la diferencia realizada de conmutación en longitud, de ahí que tal diferencia deba calcularse partiendo de la determinación de sus magnitudes. Después que se demostró, que DG mide 303 unidades, de las que la hipotenusa AD mide 6.947 y DF 4.997, y restando el cuadrado de DG de los de AD y FD, quedan los cuadrados de AG y GF [13]: luego se conocen AG con una longitud de 6.940 unidades y FG de 4.988 330
unidades. Y si AG fuera de 10.000 unidades, FG tendrá 7.187 y el ángulo FAG será de XLV grados, LVII minutos: y si AD fuera de 10.000, DF tendrá 7.193 y el ángulo DAF aproximadamente de XLVI grados. Luego en la máxima oblicuidad de conmutación la prostaféresis es deficitaria en III minutos aproximadamente. Pero en cambio quedó claro que en el ápside medio el ángulo de inclinación de las órbitas era de dos grados y medio; aquí, sin embargo, aumentó casi un grado completo, que le añadió aquel primer movimiento de libración, del cual ya hablamos.

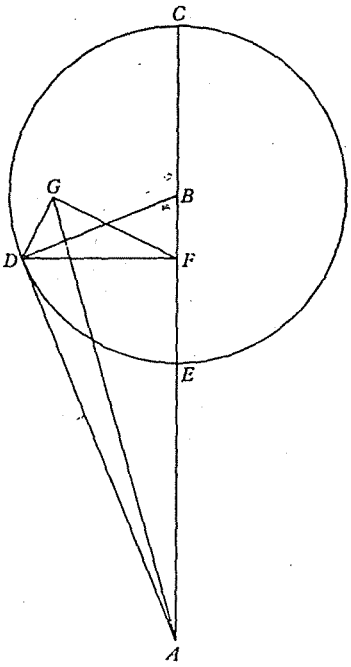
(8) También en el caso de Mercurio se demuestra del mismo modo. Pues, siendo la distancia desde el centro de la órbita [radio] de 3.573 unidades, de las que la distancia máxima de la órbita desde la tierra es de 10.948, y la mínima de 9.052, la media entre éstas de 10.000. También AB está con respecto a BD en la misma razón que 10.000 a 3.573; luego tendremos el tercer lado AD de 9.340 unidades, y puesto que AB es a AD, como BD a BF [14], luego DF tiene una longitud de 3.337 unidades. Y como se estableció que el ángulo de latitud DAG es de II grados y medio. DG será de 407, de las que DF tiene 3.337. Así en el triángulo DFG, conocida la razón entre estos dos lados y siendo el ángulo G recto, tendremos el ángulo DFG de VII grados aproximadamente. Que es el ángulo de inclinación o de oblicuidad de la órbita de Mercurio con el plano de la eclíptica. Pero alrededor de las longitudes medias o cuadrantes medios se mostró que el ángulo de inclinación era de VI grados, XV minutos. Luego ahora se le han sumado a causa del movimiento de la primera libración XLV minutos. Del mismo modo, para calcular los ángulos de las prostaféresis y la diferencia entre éstas, conviene advertir que ya se demostró que la recta DG mide 407 unidades, de las que AD mide 9.340 y DF

3.337. En consecuencia, si restamos el cuadrado de DG de los de AD y DF, tendremos los cuadrados de AG y de FG[16]; luego *tendremos* a AG con una longitud de 9.331 unidades, y a FG de 3.314, de los que se deduce GAF, ángulo de la prostaféresis, de XX grados, XLVIII minutos. Pero el ángulo DAF mide XX grados, LVI minutos, luego a aquél con respecto a éste le faltan casi VIII minutos, que es la oblicuidad.

(27) Falta que veamos, si tales ángulos de oblicuidad y las latitudes con respecto a la máxima y mínima distancia de la órbita son concordantes con lo obtenido en las observaciones. Para ello se toma de nuevo, en la misma figura, primero la razón de AB a BD en la distancia máxima de la órbita de Venus, razón que es de 10.208 a 7.193; y puesto que el ángulo ADF es recto, AD tendrá una longitud de 7.238 unidades, y a causa de la razón de AB a AD como BD a DF, tendrá DF una longitud de 5.102 de tales unidades; pero se encontró el ángulo de oblicuidad DFG de III grados, XXIX minutos, el otro lado DG medirá 309, de las que AD mide 7.238. En consecuencia, si AD fuera de 10.000 unidades, DG medirá 427 de ellas, de donde se concluye que el ángulo DAG mide II grados, XXVII minutos, en la distancia máxima desde la tierra. Pero en la mínima, puesto que la distancia desde el centro de la órbita [el radio] BD mide 7.193 unidades de aquellas que AB es de 9.792, la perpendicular a dicho radio AD es de 6.644. Y de modo semejante, ya que BD es a DF como AB a AD, se da DF con una longitud de 4.883 unidades. Pero el ángulo DFG ha sido establecido de III grados, XXIX minutos; luego se da DG de 297 de las que AD tiene 6.644. Y por tanto, del triángulo de lados conocidos, se da el ángulo DAG dè II grados, XXXIIII minutos.
331 Pero ni III, ni IIII minutos, son suficientes para que puedan captarse con la ayuda del astrolabio. Luego se tiene por buena, la que se juzgaba máxima latitud de desviación [oblicuidad] en la estrella Venus.

(4) Igualmente, tómese la distancia máxima de la órbita de Mercurio, esto es, la razón de AB a BD, que es la de 10.948 a 3.573, de modo que por demostraciones similares a las anteriores, calculemos AD de 9.452 unidades, y DF de 3.085. Pero también aquí tenemos expuesto que el ángulo de oblicuidad DFG vale VII grados, y por tanto la recta DG tiene 376 unidades, de las que DF mide 3.085 o DA 9.452. En consecuencia, también en el triángulo rectángulo DAG de lados conocidos, tendremos el ángulo DAG de II grados, XVII minutos aproximadamente, de digresión maxima en latitud. Pero en la distancia mínima, la razón de AB con res-

pecto a BD se establece como la de 9.052 a 3.573: y según eso AD es de 8.317 de las mismas unidades, y DF de 3.283. Pero cuando, por la misma oblicuidad, se supone la razón de DF a DG como la de 3.283 a 400, entonces AD mide 8.317 unidades: y de ahí que el ángulo DAG es de II grados, XLV minutos. En consecuencia, la digresión de latitud de II grados y medio tomada aquí a tenor de la razón media, se diferencia de la tomada en el apogeo en un mínimo de XIII minutos, pero con una diferencia máxima de XV minutos de la tomada en el perigeo, en vez de los cuales, en los cálculos según la razón media, utilizaremos un cuarto de grado, que no difiere sensiblemente de lo observado.



(19) Demostrado esto así, y también que las máximas prostaféresis en longitud están en la misma razón con respecto a los máximos traslados en latitud, que los grados de las prostaféresis en las restantes secciones de la órbita con respecto a cada uno de los traslados en latitud, nos ponen en la mano calcular todas las latitudes, que se producen por la oblicuidad de la órbita de Venus y Mercurio. Pero sólo se calculan las que acontecen en las posiciones medias entre el apogeo y el perigeo (como dijimos), de las cuales se mostró la latitud máxima en II grados y medio, y la máxima prostaféresis de Venus de XLVI grados, y la de Mercurio alrededor de XXII. Y ya tenemos en las tablas de los movimientos irregulares las prostaféresis puestas frente a cada sección de las órbitas. En consecuencia, tanto cuanto cada una de las prostaféresis sea menor que la prostaféresis máxima, tomaremos una parte proporcional a tal diferencia en cada planeta partiendo de esos II grados y medio; las inscribiremos con sus números en la tabla que hay que exponer más abajo, y de este modo tendremos explanadas las latitudes particulares de oblicuidad que acontecen estando la tierra en sus ápsides superior e inferior, según como también expusimos las latitudes de declinación en los cuadrantes y longitu-

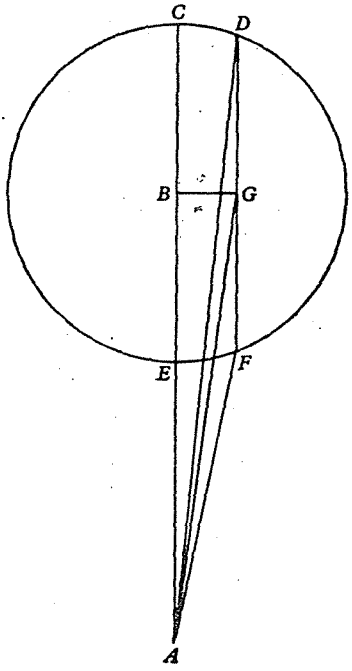
des medias. Y las latitudes que se producen entre estos cuatro límites, podrían explicarse con la sutileza del arte matemático, según la hipótesis propuesta de los círculos, aunque no sin trabajo. Ptolomeo, resumiendo cuanto pudo, y viendo que ambas clases de estas latitudes aumenta y disminuye por sí misma y en todas sus partes proporcionalmente, al modo de la latitud lunar, en consecuencia, tomando doce partes de ella, puesto que la latitud máxima es de cinco grados, número que es la doceava parte de sesenta, pone los minutos de las proporciones según ellas, que juzgó conveniente utilizarlas no sólo en el caso de estas dos estrellas, sino también en las tres superiores, como se clasificará más abajo.

Capítulo VIII

ACERCA DEL TERCER ASPECTO DE LA LATITUD DE VENUS Y MERCURIO, AL QUE LLAMAN DESVIACIÓN

332

(4) Expuestas así estas cosas, resta decir algo del tercer movimiento de latitud, que es la desviación. De ésta, los antiguos que mantienen la tierra en la mitad del mundo, consideran que se realiza por la declinación de un excéntrico junto con la de su epiciclo alrededor del centro de la tierra, sobre todo cuando el epiciclo está en el apogeo o perigeo, en Venus siempre por un sexto de grado al norte, y en Mercurio siempre por tres cuartos de grado hacia el sur (tal como dijimos). Pero no está suficientemente claro si querían que tal inclinación de las órbitas fuera siempre regular y la misma. Sus cálculos lo indican, cuando siempre toman como desviación de Venus la sexta parte de los minutos proporcionales, y como la de Mercurio las tres cuartas partes. Lo que no tiene lugar si no permanece el ángulo de inclinación siempre el mismo, según lo exige el cálculo de aquellos minutos, en el que se fundan. Incluso permaneciendo igual el ángulo, no podría entenderse cómo esta latitud de aquellas estrellas pasa de repente de la sección común a la misma latitud que dejó antes, si no se dice que esto ocurre a modo de la refracción de la luz (como en óptica). Pero estamos tratando de un movimiento que no es instantáneo, sino medible en el tiempo por su propia naturaleza. Es oportuno,

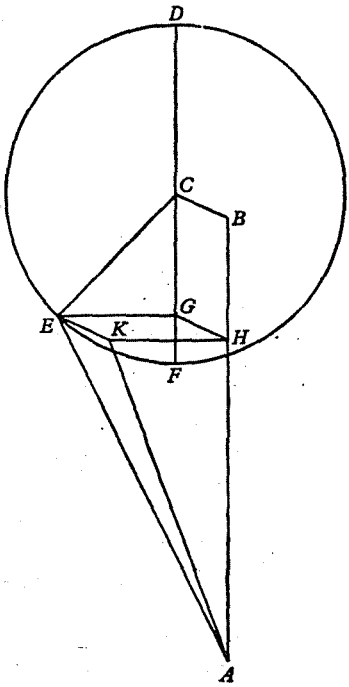


pues, confesar que hay en ellos una libración, como la que expusimos, que hace que las partes del círculo se muevan en diversas direcciones, tal libración es necesario seguir, de modo que los cálculos de ellos difieran en el caso de Mercurio en una quinta parte de grado. Lo cual debe parecer *menos admirable, si, según nuestra hipótesis, esta latitud es variable y no simple*, no produciendo, sin embargo, un error aparente, que pueda discernirse en todas las diferencias.

(24) Esté, pues, en el supuesto plano perpendicular a la eclíptica la sección común, en la que sea A el centro de la tierra, B el centro de la órbita CDF a la distancia máxima o mínima de la tierra, como si pasara por los polos de la propia órbita inclinada. Y cuando el centro de la órbita está en el apogeo o perigeo, esto es en B [en la línea AB] la estrella está en su desviación máxima, donde quiera que esté según el círculo paralelo a la órbita, y DF es un diámetro paralelo al diámetro de la órbita CBE, cuyas secciones [DF y CBE] se suponen comunes a los planos perpendiculares al plano CDF. Se corta DF en dos mitades por G, y será el propio G el centro del círculo paralelo, y únanse BF, AG, AD y AF, y supongamos que el ángulo BAG comprende un sexto de grado, como en la mayor desviación de Venus. En consecuencia, en el triángulo ABG, con un ángulo recto B, tenemos la razón de los lados, AB es a BG como 10.000 es a 29[16]. Pero toda ABC mide 17.193 unidades, y el resto AE 2.807, y también las mitades de las cuerdas de los arcos dobles CD y EF son iguales a BG. En consecuencia, el ángulo CAD medirá VI minutos, y el EAF aproximadamente XV minutos, difiriendo del BAG, allí en casi IIII minutos, aquí en V minutos[17], que por su exigüidad se desprecian. En consecuencia, la desviación aparente de Venus, estando la tierra en su apogeo o perigeo, será algo mayor o menor de X minutos, en la parte que esté de su órbita la estrella.

333 (1) En cambio, en el caso de Mercurio, habiendo trazado el ángulo BAG de tres cuartos de un grado, y AB que es a BG como 10.000 es a 131, y ABC de 13.573, y el resto AE de 6.427, el ángulo CAD tendrá XXXIII *minutos* y el EAF aproximadamente LXX[19] minutos. En consecuencia, allí [en el CAD] faltan XII minutos, aquí [en el EAF] sobran XXV. Pero estas diferencias son generalmente disipadas por los rayos del Sol, antes de que Mercurio emerja ante nuestra vista determinaron su desviación aparente como si fuera simple. Pero si alguien quisiera determinar aquellos desplazamientos ocultos bajo el Sol, averiguando la razón exacta con un mínimo de trabajo, actúe de la manera como le indicaremos.

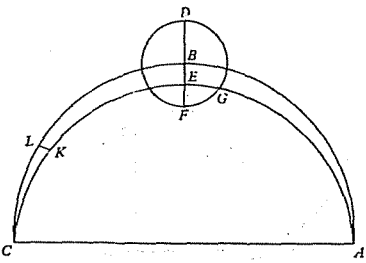
(10) Para ello tomamos como ejemplo a Mercurio, porque realiza una desviación más destacada que Venus. Sea, pues, AB una línea recta en la sección común de la órbita de la estrella y de la eclíptica, mientras que la tierra, en A, está en el apogeo o perigeo de la órbita de la estrella. Establecemos, sin variaciones, que la línea AB es de 10.000 unidades, como longitud media entre la máxima y la mínima, como hicimos con respecto a la oblicuidad. Descríbase el círculo DEF con centro en C, paralelo a la órbita excéntrica según la distancia CB, en tal paralelo se entiende que realiza la estrella su máxima desviación y sea DCF un diámetro de ese círculo, que deberá ser paralelo a AB y ambas líneas estarán en el mismo plano, perpendicular a la órbita de la estrella. Tómese el arco EF de XLV grados, por ejemplo, con respecto al cual podamos observar la desviación de la estrella, y constrúyanse las perpendiculares EG a CF, y EK, GH al propuesto plano de la órbita, y conectando HK se completa un paralelogramo rectángulo, únanse también AE, AK, EC. Luego, siendo en Mercurio, según la desviación máxima, BC de 131 unidades, midiendo AB 10.000, CE tiene también 3.573 de



las mismas unidades, y se dá un triángulo rectángulo [EGC] de ángulos conocidos, luego también el lado EG o CH mide 2.526, pero restando BH, que es igual a EG o CG, queda AH de 7.474 unidades. En consecuencia, en el triángulo AHK, del que son conocidos los lados que comprenden el ángulo recto H, la hipotenusa AK será de 7.889, y el lado que sea igual a CB o a GH se ha determinado que vale 131 unidades. En consecuencia, también en el triángulo AKE, con dos lados conocidos, el AK y el KE que comprenden el ángulo recto en K, se conoce el ángulo KAE, que corresponde a la desviación que buscábamos con respecto al arco tomado EF, y que se diferencia poco de lo observado.

(31) Del mismo modo actuaremos en los otros [planetas] y en el caso de Venus y lo consignaremos en la tabla adjunta. Expuestas así estas cosas, a las desviaciones que están entre estos límites adaptaremos los minutos o partes sexagesimales de las proporciones. Sea, pues, el círculo ABC la órbita del excéntrico de Venus o de Mercurio, y sean A, C, los nodos de esta latitud, B el límite de máxima desviación, haciendo centro en el cual descríbase el pequeño círculo DFG, cuyo diámetro transversal sea DBC, por el que se lleva a cabo la libración del movimiento de desviación. Y puesto que se supuso, que estando la tierra en el apogeo o perigeo de la órbita del excéntrico de la estrella, esta estrella realiza su máxima desviación en el punto F, en el que el círculo deferente de la estrella toca al círculo pequeño: esté ahora la tierra alejada del apogeo o perigeo de la estrella, a tenor de este movimiento tómese un arco semejante en el círculo pequeño, que sea FG, y trácese el círculo AGC, que corta al diámetro DF en el punto E, en este círculo se supone a la estrella en el punto K, de acuerdo con el arco EK similar al FG por hipótesis, y trácese KL perpendicular al círculo ABC. Se propone hallar la magnitud de KL a partir de FG, EK y BE, esto es, la distancia de la estrella desde el círculo ABC. Puesto que por medio del arco FG se conocerá el EG como una recta que difiere al mínimo de una circular o convexa, y EF es semejante en unidades a las de BF y a las de la diferencia BE, y también BF es a BE como la cuerda del doble del cuadrante CE es a la cuerda del doble de CK, y semejantemente como BE es a KL: en consecuencia, si supusiéramos a BF y a la línea que par-

334



te del centro [radio] en el arco CE con un mismo número, LX, a partir de éstos tendremos las unidades que conciernen a BE, multiplicando estos números entre sí y dividiendo el resultado por 60, tendremos KL, los minutos proporcionales al arco EK: que consignaremos del mismo modo en el quinto y último lugar de la tabla que sigue.

LATITUDES DE SATURNO, JUPITER Y MARTE															
Números Comunes		Latitud de Saturno				Latitud de Júpiter				Latitud de Marte				Minutos Proporcionales	
		Norte		Sur		Norte		Sur		Norte		Sur			
o	o	o	'	o	'	o	'	o	'	o	'	o	'	'	"
3	357	2	3	2	2	1	6	1	5	0	6	0	5	59	48
6	354	2	4	2	2	1	7	1	5	0	7	0	5	59	36
9	351	2	4	2	3	1	7	1	5	0	9	0	6	59	6
12	348	2	5	2	3	1	8	1	6	0	9	0	6	58	36
15	345	2	5	2	3	1	8	1	6	0	10	0	8	57	48
18	342	2	6	2	3	1	8	1	6	0	11	0	8	57	0
21	339	2	6	2	4	1	9	1	7	0	12	0	9	55	48
24	336	2	7	2	4	1	9	1	7	0	13	0	9	54	36
27	333	2	8	2	5	1	10	1	8	0	14	0	10	53	18
30	330	2	8	2	5	1	10	1	8	0	14	0	11	52	0
33	327	2	9	2	6	1	11	1	9	0	15	0	11	50	12
36	324	2	10	2	7	1	11	1	9	0	16	0	12	48	24
39	321	2	10	2	7	1	12	1	10	0	17	0	12	46	24
42	318	2	11	2	8	1	12	1	10	0	18	0	13	44	24
45	315	2	11	2	9	1	13	1	11	0	19	0	15	42	12
48	312	2	12	2	10	1	13	1	11	0	20	0	16	40	0
51	309	2	13	2	11	1	14	1	12	0	22	0	18	37	36
54	306	2	14	2	12	1	14	1	13	0	23	0	20	35	12
57	303	2	15	2	13	1	15	1	14	0	25	0	22	32	36
60	300	2	16	2	15	1	16	1	16	0	27	0	24	30	0
63	297	2	17	2	16	1	17	1	17	0	29	0	25	27	12
66	294	2	18	2	18	1	18	1	18	0	31	0	27	24	24
69	291	2	20	2	19	1	19	1	19	0	33	0	29	21	21
72	288	2	21	2	21	1	21	1	21	0	35	0	31	18	18
75	285	2	22	2	22	1	22	1	22	0	37	0	34	15	15
78	282	2	24	2	24	1	24	1	24	0	40	0	37	12	12
81	279	2	25	2	26	1	25	1	25	0	42	0	39	9	9
84	276	2	27	2	27	1	27	1	27	0	45	0	41	6	24
87	273	2	28	2	18	1	28	1	28	0	48	0	45	3	12
90	270	2	30	2	30	1	30	1	30	0	51	0	49	0	0

LATITUDES DE SATURNO, JUPITER Y MARTE

Números Comunes		Latitud de Saturno				Latitud de Júpiter				Latitud de Marte				Minutos Proporcionales	
		Norte		Sur		Norte		Sur		Norte		Sur			
°	°	°	′	°	′	°	′	°	′	°	′	°	′	′	″
93	267	2	31	2	31	1	31	1	31	0	55	0	52	3	12
96	264	2	33	2	33	1	33	1	33	0	59	0	56	6	24
99	261	2	34	2	34	1	34	1	34	1	2	1	0	9	9
102	258	2	36	2	36	1	36	1	36	1	6	1	4	12	12
105	255	2	37	2	37	1	37	1	37	1	11	1	8	15	15
108	252	2	39	2	39	1	39	1	39	1	15	1	12	18	18
111	249	2	40	2	40	1	40	1	40	1	19	1	17	21	21
114	246	2	42	2	42	1	42	1	42	1	25	1	22	24	24
117	243	2	43	2	43	1	43	1	43	1	31	1	28	27	12
120	240	2	45	2	45	1	45	1	44	1	36	1	34	30	0
123	237	2	46	2	46	1	46	1	46	1	41	1	40	32	36
126	234	2	47	2	48	1	47	1	47	1	47	1	47	35	12
129	231	2	49	2	49	1	49	1	49	1	54	1	55	37	36
132	228	2	50	2	51	1	50	1	51	2	2	2	5	40	0
135	225	2	52	2	53	1	51	1	53	2	10	2	15	42	12
138	222	2	53	2	54	1	52	1	54	2	19	2	26	44	24
141	219	2	54	2	55	1	53	1	55	2	29	2	38	46	24
144	216	2	55	2	56	1	55	1	57	2	37	2	48	48	24
147	213	2	56	2	57	1	56	1	58	2	47	3	4	50	12
150	210	2	57	2	58	1	58	1	59	2	51	3	20	52	0
153	207	2	58	2	59	1	59	2	1	3	12	3	32	53	18
156	204	2	59	3	0	2	0	2	2	3	23	3	52	54	36
159	201	2	59	3	1	2	1	2	3	3	34	4	13	55	48
162	198	3	0	3	2	2	2	2	4	3	46	4	36	57	0
165	195	3	0	3	2	2	2	2	5	3	57	5	0	57	48
168	192	3	1	3	3	2	3	2	5	4	9	5	23	58	36
171	189	3	1	3	3	2	3	2	6	4	17	5	48	59	6
174	186	3	2	3	4	2	4	2	6	4	23	6	15	59	36
177	183	3	2	3	4	2	4	2	7	4	27	6	35	59	48
180	180	3	2	3	5	2	4	2	7	4	30	6	50	60	0

LATITUDES DE VENUS Y MERCURIO

Números Comunes		Venus				Mercurio				Venus		Mercurio		Minutos Proporcionales	
		Declinac.		Oblicui.		Declinac.		Oblicui.		Desviac.		Desviac.			
°	°	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	'	"
3	357	1	2	0	4	1	45	0	5	0	7	0	33	59	36
6	354	1	2	0	8	1	45	0	11	0	7	0	33	59	12
9	351	1	1	0	12	1	45	0	16	0	7	0	33	57	14
12	348	1	1	0	16	1	44	0	22	0	7	0	33	57	14
15	345	1	0	0	21	1	44	0	27	0	7	0	33	55	41
18	342	1	0	0	25	1	43	0	33	0	7	0	33	54	9
21	339	0	59	0	29	1	42	0	38	0	7	0	33	52	12
24	336	0	59	0	33	1	40	0	44	0	7	0	34	49	43
27	333	0	58	0	37	1	38	0	49	0	7	0	34	47	21
30	330	0	57	0	41	1	36	0	55	0	8	0	34	45	4
33	327	0	56	0	45	1	34	1	0	0	8	0	34	42	0
36	324	0	55	0	49	1	30	1	6	0	8	0	34	39	15
39	321	0	53	0	53	1	27	1	11	0	8	0	35	35	53
42	318	0	51	0	57	1	23	1	16	0	8	0	35	32	51
45	315	0	49	1	1	1	19	1	21	0	8	0	35	29	41
48	312	0	46	1	5	1	15	1	26	0	8	0	36	26	40
51	309	0	44	1	9	1	11	1	31	0	8	0	36	23	34
54	306	0	41	1	13	1	8	1	35	0	8	0	36	20	39
57	303	0	38	1	17	1	4	1	40	0	8	0	37	17	40
60	300	0	35	1	20	0	59	1	44	0	8	0	38	15	0
63	297	0	32	1	24	0	54	1	48	0	8	0	38	12	20
66	294	0	29	1	28	0	49	1	52	0	9	0	39	9	55
69	291	0	26	1	32	0	44	1	56	0	9	0	39	7	38
72	288	0	23	1	35	0	38	2	0	0	9	0	40	5	39
75	285	0	20	1	38	0	32	2	3	0	9	0	41	3	57
78	282	0	16	1	42	0	26	2	7	0	9	0	42	2	34
81	279	0	12	1	46	0	21	2	10	0	9	0	42	1	28
84	276	0	8	1	50	0	16	2	14	0	10	0	43	0	40
87	273	0	4	1	54	0	8	2	17	0	10	0	44	0	10
90	270	0	0	1	57	0	0	2	20	0	10	0	45	0	0

LATITUDES DE VENUS Y MERCURIO

Números Comunes		Venus				Mercurio				Venus		Mercurio		Minutos Proporcionales	
		Declinac.		Oblicui.		Declinac.		Oblicui.		Desviac.		Desviac.			
°	°	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	°	'	'	"
93	267	0	5	2	0	0	8	2	23	0	10	0	45	0	10
96	264	0	10	2	3	0	15	2	25	0	10	0	46	0	40
99	261	0	15	2	6	0	23	2	27	0	10	0	47	1	28
102	258	0	20	2	9	0	31	2	28	0	11	0	48	2	34
105	255	0	26	2	12	0	40	2	29	0	11	0	48	3	57
108	252	0	32	2	15	0	48	2	29	0	11	0	49	5	39
111	249	0	38	2	17	0	57	2	30	0	11	0	50	7	38
114	246	0	44	2	20	1	6	2	30	0	11	0	51	9	55
117	243	0	50	2	22	1	16	2	30	0	11	0	52	12	20
120	240	0	59	2	24	1	25	2	29	0	12	0	52	15	0
123	237	1	8	2	26	1	35	2	28	0	12	0	53	17	40
126	234	1	18	2	27	1	45	2	26	0	12	0	54	20	39
129	231	1	28	2	29	1	55	2	23	0	12	0	55	23	34
132	228	1	38	2	30	2	6	2	20	0	12	0	56	26	40
135	225	1	48	2	30	2	16	2	16	0	13	0	57	29	41
138	222	1	59	2	30	2	27	2	11	0	13	0	57	32	51
141	219	2	11	2	29	2	37	2	6	0	13	0	58	35	53
144	216	2	25	2	28	2	47	2	0	0	13	0	59	39	15
147	213	2	43	2	26	2	57	1	53	0	13	1	0	42	0
150	210	3	3	2	22	3	7	1	46	0	13	1	1	45	4
153	207	3	23	2	18	3	17	1	38	0	13	1	2	47	21
156	204	3	44	2	12	3	26	1	29	0	14	1	3	49	43
159	201	4	5	2	4	3	34	1	20	0	14	1	4	52	12
162	198	4	26	1	55	3	42	1	10	0	14	1	5	54	9
165	195	4	49	1	42	3	48	0	59	0	14	1	6	55	41
168	192	5	13	1	27	3	54	0	48	0	14	1	7	57	14
171	189	5	36	1	9	3	58	0	36	0	14	1	7	58	25
174	186	5	52	0	48	4	2	0	24	0	14	1	8	59	12
177	183	6	7	0	25	4	4	0	12	0	14	1	9	59	36
180	180	6	22	0	0	4	5	0	0	0	14	1	10	60	0

Capítulo IX

ACERCA DEL CÁLCULO DE LAS LATITUDES DE LAS CINCO ESTRELLAS ERRANTES

(3) La manera de calcular las latitudes de las cinco estrellas errantes se realiza por medio de estas tablas. Pues, en Saturno, Júpiter y Marte comparamos la anomalía del excéntrico, corregida o regularizada, con respecto a los números comunes, en Marte la suya [su anomalía], cualquiera que fuera, en Júpiter restándole antes XX grados, en Saturno sumándole L grados, en consecuencia, lo que resulta lo anotamos en la columna sexagesimal o sea los minutos proporcionales. De modo semejante por medio de la anomalía corregida de conmutación determinamos el número propio de cada una [estrella] correspondiente a la latitud, la primera y la latitud norte, si los minutos proporcionales estuvieran en la parte superior [de la columna], lo que sucede cuando la anomalía del excéntrico tuviera menos de XC o más de CCLXX; después la sur y la latitud segunda, si los minutos proporcionales están en la parte inferior, esto es si hay más de XC o menos de CCLXX grados en la anomalía del excéntrico (por la que es introducida [la tabla]). En consecuencia, si multiplicamos una y otra de estas latitudes por sus minutos, aparecerá la distancia desde la eclíptica al norte o al sur, según la designación de los números tomados. Pero en Venus y Mercurio, las tres anomalías, la de declinación, la de oblicuidad y la de desviación, que se consignan aparte, han de ser tomadas primero por la anomalía corregida de conmutación, a no ser en el caso de Mercurio, en el que se resta la décima parte de la oblicuidad, si la anomalía del excéntrico y su número se encuentran en la parte superior de la tabla, o se añade otro tanto si está en la inferior, y de ellos se toma el resultado de la suma o de la resta. Hay que distinguir si estas designaciones son norte o sur. Porque si la anomalía de conmutación corregida estuviera en el semicírculo del apogeo, esto es, menor de XC o mayor de CCLXX y también la anomalía del excéntrico es menor que un semicírculo (o también si la anomalía de conmutación estuviera en el arco del perigeo, o sea más de XC y menos de CCLXX, y la anomalía del excéntrico mayor que un semicírculo) la declinación de Venus será boreal, la de Mercurio austral. Pero si la anomalía de conmutación estuviera en el arco del perigeo, la anomalía del excéntrico fuera menor que un semicírculo, o estando la anomalía de conmutación en la parte 339

del apogeo y la anomalía del excéntrico mayor que un semicírculo, será por el contrario la declinación de Venus austral y la de Mercurio boreal. En cambio, en la oblicuidad, si la anomalía de conmutación es menor que un semicírculo cuando la anomalía del excéntrico ocurre en el apogeo o la anomalía de conmutación es mayor que un semicírculo estando la anomalía del excéntrico en el perigeo, la oblicuidad de Venus será boreal, la de Mercurio austral, y a la inversa. Sin embargo, las desviaciones de Venus son siempre boreales, y las de Mercurio australes. Finalmente, con la anomalía corregida del excéntrico se toman los minutos proporcionales comunes a los cinco, aunque adscritos a los tres superiores, que se asignan a la oblicuidad y por último a la desviación. Después de esto, añadidos XC grados a la misma anomalía del excéntrico, agregado esto, se buscan los minutos proporcionales comunes que haya, aplicándolos a la latitud de declinación. Colocadas así todas estas cosas en orden, se multiplican cada una de las tres latitudes expuestas por sus minutos proporcionales y se encontrarán medidas en su ubicación y tiempo, de modo que finalmente tengamos la suma de estas tres latitudes en estas dos estrellas. Si fueran todas del mismo nombre [signo], se suman; si no, se suman al menos dos, las del mismo nombre, las cuales según sean mayores o menores, se restan de la tercera latitud, que es recíprocamente diversa: resultará la latitud preponderante buscada.

NOTAS

AL SANTISIMO SEÑOR PABLO III

[1] Andreas Osiander, teólogo luterano, encargado de la edición por Rheticus, es el autor del prefacio *Al lector sobre las hipótesis de esta obra*, que hemos traducido en la Introducción, y también quien da forma al título con el que, desde entonces, se conoce la obra central de Copérnico: *De Revolutionibus orbium coelestium libri sex*. El título reseñado por Nicolás Copérnico en el manuscrito autógrafo es más simple: *De Revolutionibus libri sex*. Sin embargo, no repugna al contenido de la obra el uso de los términos *orbium coelestium*, aunque la cuestión del título haya sido objeto de una polémica, que realmente remite a un problema más amplio: si Copérnico aceptaba las esferas como una realidad física.

Parece ser que Copérnico acepta la imagen aristotélica del universo, compuesto por esferas concéntricas, por más que la cuestión la trate tangencialmente (puede entenderse como un principio supuesto), y en el cuerpo doctrinal de la obra atienda a las órbitas descritas en su movimiento por la tierra y por los planetas, sin discutir los viejos problemas del aristotelismo medieval relativos al espesor de las esferas.

[2] Alejandro Farnesio (1468-1549), elevado al pontificado el año 1534. Personaje renacentista protector de las artes y de las ciencias. Copérnico, al final de la Epístola, lo coloca al nivel *aliorum doctorum mathematicorum*. Propulsó la Contrarreforma aprobando la Compañía de Jesús (1540), entre otros institutos religiosos, así como restableciendo la Inquisición (1542). Convocó el Concilio de Trento (1545).

[3] En cita posterior (I, 64) se traduce el contenido de esta carta. No hay que confundir el Hiparco que aquí se cita con el célebre astrónomo del siglo II a. C. Esta epístola pertenece a la literatura apócrifa del pitagorismo, pues el tal Hiparco era uno de sus discípulos.

[4] Puede referirse Copérnico, además de a un temor vago y previsible, al juicio despectivo, formulado por Lutero (1539): «Se habla de un nuevo astrólogo que pretende demostrar que la tierra se mueve, y que gira en círculo, en lugar de hacerlo el cielo, el Sol y la Luna, exactamente como si alguien que viaja

en un vehículo o barco sostuviera que él está sentado, inmóvil, en tanto que los campos y los árboles se mueven. Pero así son las cosas hoy día: cuando un hombre desea ser más avisado, tiene que inventar algo especial, y la manera en que lo hace tiene que ser la mejor. Ese necio desea trastocar todo el arte de la astronomía, de arriba abajo. Sin embargo, como nos lo dicen las Sagradas Escrituras, Josué mandó al Sol que se detuviera y no a la tierra». *Werke. Tischreden, IV*, Weimer, 1916, núm. 4.638. También Philip Melanchton se manifestó en 1541 contra el astrónomo que defendía el movimiento de la tierra y detenía el Sol, *Corpus reformatorum*, ed. C. G. Bretschneider, IV, Halle, 1837, núm. 2.391. Por otra parte, en la ciudad de Elbing, hacia 1531, en una farsa carnavalesca de los estudiantes, se ridiculizó a un canónigo que contemplaba los astros. Posiblemente Copérnico. Estos son los tres juicios peyorativos que, emitidos durante su vida, se conservan.

[5] Nicolás Schönberg (1472-1537), dominico, a quien se debe una carta exhortando al astrónomo polaco para que publicara sus ideas y que traducimos en la Introducción.

[6] Tiedemann Giese (1480-1540), amigo íntimo de Copérnico, no sólo le animó a publicar el *De Revolutionibus*, sino que protestó enérgicamente ante las autoridades de Nüremberg por la inclusión del Prefacio de Osiander, en el que se defendía como mera hipótesis la teoría de Copérnico. Fue obispo de Chelmno.

[7] Remite al consejo de Horacio en *De arte poetica*, 388-389. La expresión parece señalar el espacio de tiempo que, después de la confección del *Commentariolus* en 1507, dedicó a su obra maestra.

[8] Sin duda, entre estos varones eminentes y doctos se encontraba Rheticus, a quien paradójicamente silencia, habiendo sido quien verdaderamente le incitó, ayudó y se encargó de la edición, aunque después quedara en manos de Osiander. George Joachim von Lauchen, más conocido como Rheticus (1514-1576), profesor de matemáticas en Wittenberg. En 1539 marchó a Polonia y trabajó durante tres años «más o menos» con el astrónomo de quien fue prácticamente el único discípulo durante toda su vida. El hecho de que Copérnico no le cite ni en la carta dedicatoria, ni en ningún otro lugar de la obra, ha sido denominado por Koestler *(Los sonámbulos*, Eudeba, 1963) como «la traición a Rheticus». Quizás también porque Rheticus era protestante.

[9] Cuando alude a los matemáticos, incluye también en esta denominación a los astrónomos. Una de las líneas más importantes del desarrollo de las matemáticas en este momento, la trigonometría, estaba íntimamente ligada a la astronomía.

[10] La revolución anual, ligada a la determinación del calendario, constituye una de las preocupaciones más acuciantes de aquel tiempo y también de Copérnico. Aunque nuestro autor tampoco pudo dar una solución eficaz, expresa el sentido práctico que en el fondo anima su tarea. Como se sabe, Copérnico confeccionó un calendario astronómico.

[11] Eudoxio y Calippo (siglo IV a. C.) conciben el universo compuesto por esferas giratorias, en cuyo ecuador está engarzado el planeta. Aristóteles conjuga esta ordenación de los movimientos celestes con su Física, proporcionando a esta teoría, además de otras esferas sin valor matemático alguno, su autoridad y «realismo». Las esferas cristalinas concéntricas se mantuvieron ligadas a la pervivencia del aristotelismo en la Edad Media.

[12] Ptolomeo (siglo II d. C.), con su *Almagesto*, representaba el sistema astronómico basado en excéntricos y epiciclos, con los que salva matemáticamente las apariencias. En la base de su sistema está la física aristotélica, pero no alude a las esferas. Copérnico le acusa de no respetar siempre el aceptado axioma básico de la uniformidad de los movimientos circulares de los cuerpos celestes.

[13] La imagen concuerda con la concepción astrobiológica dominante en el Renacimiento, aunque aquí tiene, al parecer, únicamente valor metafórico.

[14] Todos los comentaristas coinciden al señalar que se refiere a Hicetas de Siracusa, citado por Cicerón en *Academica Priora*, libro II, parágrafo 123.

[15] *De placitis philosophorum*, libro III, cap. XIII.

[16] «Algunos (piensan) que la tierra permanece quieta, en cambio Filolao el Pitagórico dice que se mueve en un círculo oblicuo alrededor del fuego, de la misma manera que el Sol y la Luna. Heráclides del Ponto y Ecfanto el Pitagórico piensan que la tierra se mueve pero no con traslación, sino como una rueda, alrededor de su propio centro, desde los ocasos a los ortos.»

[17] Filolao de Crotona, contemporáneo de Demócrito y Sócrates (siglo V a. C.), el primero que puso a la tierra en movimiento. Coloca en medio del universo el fuego central, la última capa exterior también es de fuego. En medio de ambos, los cinco planetas, el Sol, la Luna, la Tierra y la Antitierra. Además de las implicaciones estético-místicas —por ejemplo, de la Antitierra—, el sistema da cuenta de los movimientos de los planetas y de las estaciones. No se ha conservado su obra, pero en *De placitis philosophorum* aparecen citas textuales.

[18] Heráclides del Ponto, un poco más joven que Aristóteles, no aceptó las esferas homocéntricas de éste, pues repugna a la observación la rigidez de aquéllas; además del giro de la tierra, en su sistema, al menos Venus y Mercurio giraban alrededor del Sol. Ecfanto de Siracusa, cuyo nombre va unido al de Hicetas, ambos pitagóricos, y que defendían el movimiento de la tierra alrededor de su centro.

[19] Salvar los fenómenos, en el contexto de la astronomía antigua, significa justificar las aparentes irregularidades de los astros, que realmente sólo pueden moverse según principios fijos y regulares, entendidos como expresión de lo racional. El principio básico es el movimiento circular y uniforme. Copérnico, a pesar de iniciar la revolución astronómica, mantiene este principio.

[20] El término en castellano mantiene todavía el mismo sentido que en latín, trabajo intenso, sobre todo intelectual y artístico, especialmente durante la noche.

[21] La adhesión al humanismo por parte de Copérnico se manifiesta en la utilización de términos griegos, o en palabras derivadas del griego. Sicofante significaba en Atenas y en otras ciudades griegas al delator profesional, en el contexto el significado se acerca a calumnia.

[22] No aparece en Copérnico una justificación de su teoría frente a la letra de las Escrituras. En este contexto parece traslucirse una posición semejante a la teoría de las «dos verdades», esto es, la verdad de la razón y la verdad de la fe, extendida bajo la influencia del averroísmo. La obra que hubiera dado luz en este sentido es un folleto escrito por Rheticus para demostrar que la teoría copernicana no está en contradicción con las Sagradas Escrituras, pero se ha

perdido. Seguramente, en buena parte, procedía de las conversaciones con el maestro.

[23] Lactancio (260-325), *De Divinis Institutionibus*, III, 24.

[24] Quinto Concilio de Letrán (1512-1517), presidido por Julio II y después por León X. La alusión al calendario sigue siendo significativa.

[25] Pablo de Middelburg, obispo de Fossombrone, solicitó por medio de una carta en 1513, que Copérnico participara en la reforma del Calendario. El escrito enviado por Copérnico a Roma se ha perdido.

LIBRO PRIMERO

[1] Este prefacio proporcionado por el códice autógrafo no aparece ni en la edición príncipe (1543) ni en las sucesivas. Por primera vez fue publicado en la edición de Varsovia de 1854.

[2] Fragmento en el que se recoge un lugar común a diversas filosofías del mundo cultural griego y también, en consecuencia, del medieval. En cuanto objeto supremo de las ciencias (el ente más perfecto al que se dirige la capacidad superior del hombre), está bien lejos del cometido de la ciencia moderna. La influencia neoplatónica y estoica es clara, y, como es bien sabido, detrás de ellos están Platón y Aristóteles interpretados con fuerte dosis de misticismo.

La expresión «adornado» (caelati appellatione) remite a una belleza objetivada, no en proceso, sino en acto establecida.

[3] Astronomía y Astrología se identifican, como se realiza en general en el Renacimiento. La Astrología ostenta un matiz práctico en el estudio de los astros. Los astrónomos trabajaban en la determinación del calendario (tarea que ya les encomendó Platón), en la construcción de relojes o en la elaboración de horóscopos. En este último sentido descuella, por ejemplo, muchos años después, Kepler, y la Astrología viene a ser la «salida» profesional de los astrónomos. Sin embargo, Copérnico no nos ofrece muestra alguna de Astrología en sentido actual. Actúa como médico, al igual que los astrólogos generalmente, pero no se conserva, ningún documento ni referencia sobre actividades astrológicas. Sus preocupaciones nos lo presentan como hombre práctico y moderno.

[4] *Salmo* 92 (V, 91), 5: «Pues me has alegrado, ¡oh, Yavé! con tus obras y me gozo en las obras de tus manos.»

[5] Platón, *Las Leyes*, VII, 803d: «La ordenación de los días dentro del período en el que se compone el mes, del mes en el que constituye cada año, para que las estaciones y los sacrificios y las fiestas, debidamente celebradas por el hecho de que ellas están reguladas por las indicaciones de la misma naturaleza, manteniendo la ciudad viva y alerta, rindiendo los honores a los que tienen derecho los dioses, y dando, de todo esto, a los hombres un conocimiento más claro. Y bien, sobre todas estas cuestiones el legislador no te ha dado aún, amigo mío, las explicaciones suficientes. Presta, pues, la atención a lo que sigue...»

[6] *Las Leyes*, VII, 818 b8: «Estos son, a mi entender, las ciencias que un dios, un demonio, un héroe, no puede dejar de observar o en modo alguno de conocer, sin mostrarse incapaz de ocuparse seriamente de los hombres. ¿Estaría bien lejos de llegar a ser divino el hombre que no supiera aprender ni uno, ni dos, ni tres, ni distinguir en absoluto lo par de lo impar?, que no pudiera enumerar

el día y la noche, que ignorase las revoluciones del Sol, de la Luna y de los otros astros. Creer que todas estas ciencias no son necesarias a quien quiere comprender lo que hay de más simple en las disciplinas más bellas, sería un pensamiento disparatado. Pero cuáles en particular es necesario aprender, y cómo y cuándo, y cuál con cuál y separada de cuál; y todas las formas de combinarlas; he aquí lo que hace falta conocer para comprender y retener, para encaminarse, guiados por ellas, hacia el conocimiento del resto. [Recuerda el desarrollo del libro VII de *La República*, relativo a la educación de los magistrados filósofos. El estudio de las ciencias prepara para el estudio de la dialéctica.] Tal es, en efecto, el orden natural establecido por la necesidad, contra la cual, afirmamos, ningún dios actual ni lucha ni luchará jamás.»

7 *El Almagesto* o *La gran composición matemática de la astronomía* recoge los resultados de la astronomía antigua, hasta el punto de convertirse en una fuente histórica imprescindible. Así pues, constituye un tratado matemático en el que se aúnan cálculo, historia y observaciones.

8 En la obra de Copérnico se manifiesta una plena conciencia del valor de las observaciones realizadas en períodos de tiempo muy amplios, de tal modo que ciertos movimientos no se pueden medir durante la vida de un hombre. Por ello, a la vez salva a Ptolomeo y critica su teoría.

9 Plutarco, *Quaestiones Romanae*, 24.

10 El universo es esférico y, por tanto, finito. Copérnico toma aquí argumentos «aristotélicos», difundidos en general, sobre todo por los estoicos, y que constituyen los axiomas básicos de la física antigua. Los argumentos tienen un carácter muy difuso, pero recogen básicamente el contenido del tratado *Sobre el Cielo*, B,4, de Aristóteles. Entre ellos, el que con Arquímedes se convertirá en un principio fundamental de la hidrostática, y que hoy se enunciaría, más o menos, como la tendencia de todo líquido a mantener una forma en la que se pierda una mínima cantidad de energía. Aunque, como hemos dicho, Copérnico se adhiere a lo que podríamos denominar fundamentos físicos de la astronomía antigua, sin embargo únicamente cita aquellos argumentos amplios que avalan su postura, silenciando otros, y en todo caso sin profundizar en ninguno de ellos. En esta línea sigue el espíritu y la letra de Ptolomeo, quien en el *Almagesto*, I,3, describe también de pasada los principios físicos de su teoría. Ellos, Copérnico y Ptolomeo, son fundamentalmente matemáticos.

11 Los argumentos de este capítulo son de gran sencillez y eficacia, eluden cualquier consideración metafísica. Se corresponden con los que aparecen en el *Almagesto*, I,3 y 4. Pero también acude a una obra de gran difusión en su tiempo, la *Historia naturalis*, de Plinio, especialmente al libro II, capítulos 65 y 70.

12 La «tierra» es tomada aquí como uno de los cuatro elementos (tierra, agua, aire y fuego), cuya determinación se atribuye a Empédocles. Aunque paralelamente también significa la parte de tierra que emerge. En la *philosophia naturalis antiqua* constituían los cuatro elementos últimos irreductibles de la naturaleza. La tierra y el agua se caracterizaban por tener peso, esto es, tendían hacia el centro del universo (coincidente con el centro de la tierra); el aire y el fuego, por ser «leves», tendían hacia arriba. Así, cada uno, por naturaleza, tiende a ocupar su lugar natural, resultando, hipotéticamente, cuatro esferas homocéntricas, envueltas por el quinto elemento, el éter, del que estarían compuestos los astros, según la cosmología de Aristóteles.

[13] Copérnico critica a los «peripatéticos», aunque adopte sus axiomas básicos. Aquellos conjeturan a partir de una «experiencia» basada en la transmutación de los elementos (seguramente difundida por el comentador de Aristóteles, Alejandro de Afrodisia a principios del siglo III d. C.) y que cataliza una amplia polémica en el período helenístico entre los comentadores de Platón y de Aristóteles. Copérnico rechaza esta última posición a partir de una perspectiva platónica o pitagórica, acusándoles de desconocer las matemáticas, como también había hecho la astronomía posterior a Aristóteles.

[14] Ptolomeo entiende por «círculo medio» el meridiano de 180°, contando como meridiano 0° el que pasa por las islas Canarias.

[15] Remite a los viajes y descubrimientos de Marco Polo (1254-1324) y otros navegantes venecianos.

[16] Copérnico se hace eco de la falsa interpretación geográfica, según la cual Cristóbal Colón habría llegado a unas islas de las Indias, mientra que Americo Vespuccio habría bordeado el litoral de América y, por tanto, fue su descubridor.

[17] En Aristóteles, *De Caelo*, B,13, se encuentran estas interpretaciones sobre la figura de la tierra. Al mismo tiempo parece distinguir a los presocráticos —«fisiólogos» los denominó Aristóteles— de los filósofos propiamente dichos. A tenor del espíritu de superioridad con que Aristóteles contempló los tiempos que le precedieron. También en Plutarco, *De placitis philosophorum*, III,9-10.

[18] El título de este capítulo resume, como se ha dicho, el axioma básico de la astronomía y cosmología antiguas. El principio conocido con el nombre de «axioma platónico» es claramente formulado por Simplicio, *In Aristotelis Libros de Caelo commentarii*, libro II, cap. XII: «Platón admite en principio que los cuerpos celestes se mueven con un movimiento circular, uniforme y constantemente regular; él presenta entonces a los matemáticos este problema: ¿Cuáles son los movimientos circulares y perfectamente regulares que conviene tomar para la hipótesis con el fin de poder salvar las apariencias presentadas por los astros errantes?» Aristóteles retoma la cuestión (*Física*, II,2; V,2; *Sobre el Cielo*, I,2; II,4), pero, como su preocupación es física, deduce tal axioma de la «forma» substancial, esférica, propia de los cuerpos celestes. Ptolomeo se adhiere también al principio platónico-aristotélico, con lo que el axioma constituirá un lugar común en toda la astronomía antigua. En el *Almagesto*, III,3, proporciona una explicación operativa: las rutas que hacen girar a los astros o a los círculos que llevan a los astros... cubren en tiempos iguales ángulos iguales, alrededor del centro de cada uno de los movimientos circulares. Copérnico, que toma de Aristóteles únicamente los principios congruentes con su teoría (hace lo mismo con las restantes propuestas filosóficas), deriva el movimiento circular y uniforme (pitagóricamente) de la forma geométrica de los cuerpos celestes, con lo que evita buena parte de la cosmología especulativa de Aristóteles, y se adhiere (pitagóricamente o no) a la astronomía matemática de Ptolomeo.

[19] Orbita descrita por el planeta en su esfera. La esfera constituía la explicación mecánicamente más sencilla del universo. Copérnico hace uso de esta explicación mecánica, pero sin detenerse a justificarla, como un lugar común. En cuanto astrónomo, matemático, utiliza únicamente los círculos, con los que pretende explicar de la manera más sencilla las anomalías aparentes.

[20] La mayor dificultad para el establecimiento de una astronomía propiamente dicha está constituida por el problema de los planetas, o estrellas errantes

tes. Tan lejos como se remontan nuestros conocimientos históricos de astronomía, se conocían los cinco planetas capaces de ser vistos a simple vista (sin instrumentos): Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Estos mismos son los que conoce Copérnico. La contradicción existente entre el axioma de la regularidad y los dispares movimientos de estos astros dio lugar a la teoría del «Gran Año», según la cual en un intervalo de tiempo, frecuentemente largo, todos los cuerpos celestes vuelven a estar en el mismo punto de partida. Esta idea tuvo mucha influencia en la confección de calendarios más amplios de la duración de un año.

21 El concepto de apogeo y perigeo se mantiene igual en la Astronomía. Apogeo, al contrario que perigeo, es el punto más distante de la órbita de un astro con respecto a la tierra. Normalmente se aplica a la órbita de la Luna y a la aparente del Sol.

22 La incongruencia de la física de Copérnico se muestra en este contexto plenamente aristotélico. Como el estagirita, en *De Caelo,* A, capítulos 2, 3 y 4, dedicados al primer elemento o éter, del que están compuestos los cuerpos celestes simples, se señala aquí que los cuerpos han de tener un movimiento simple, y los cuerpos perfectos un movimiento perfecto, esto es, el circular. Un movimiento irregular sería el resultante de los movimientos de las partes simples que componen dicho cuerpo, o bien sería el producto de la violencia. Nada de esto acontece con las estrellas. La incongruencia radica en haber colocado a la tierra en movimiento, como bien vieron sus coetáneos.

23 Consecuente separación entre el universo supralunar y el sublunar.

24 Es evidente que Copérnico no formuló el principio de la relatividad del movimiento galileano, y en este párrafo el razonamiento se basa exclusivamente en principios ópticos, bien conocidos a partir de la *Optica* de Euclides, editada por Theon de Alejandría en el siglo IV d. C. Pero con respecto al contexto de esta obra la argumentación no sólo tiene un valor óptico, pues a partir de esta relatividad quiere establecerse el real movimiento de la tierra.

25 El cielo constituye el límite de lo existente, formado por la esfera de las estrellas fijas, según el universo finito presentado por Aristóteles. Véase *De Caelo,* A,9: «es claro que no hay ni lugar, ni vacío, ni tiempo fuera del cielo. En todo lugar puede existir un cuerpo. El vacío es, según la expresión vulgar, el lugar donde no hay cuerpos, pero donde pueden estar. El tiempo es el número del movimiento, y sin cuerpos naturales no hay movimiento. Pero se ha demostrado que fuera del cielo no hay ni puede haber ningún cuerpo: luego es claro que no hay tampoco ni lugar, ni vacío, ni tiempo fuera de él.»

26 Diógenes Laertio, VIII, 84.

27 Instrumentos conocidos entre los astrónomos antiguos, útiles para lanzar una visual. Beaujeu en Taton (ed.), *Historia general de las ciencias,* Barcelona, 1971, I, 392, describe así la dioptra: «era un instrumento de visor constituido por un soporte horizontal de cuatro codos con dos plaquetas verticales: una fija y perforada por un solo agujero, y la otra, corredera con dos agujeros superpuestos: colocando el ojo ante el agujero de la plaqueta fija en la dirección del astro levante o poniente y situando la plaqueta móvil en una posición tal que se vean coincidir sus dos agujeros con los bordes superior e inferior del astro, se obtenía directamente su diámetro angular». Aunque de forma muy simple conocida desde tiempos antiguos, Ptolomeo, *Almagesto,* V,14, la atribuye a Hiparco.

[28] Copérnico utiliza el término «inmenso», inconmesurable, para señalar los límites del universo, los cuales, en cuanto límites, se contraponen a la infinitud. Desde una perspectiva mecánica el universo es finito, como demostró Aristóteles, pero operativamente, desde una perspectiva matemática, se presenta «como si» fuera infinito y la tierra un punto.

[29] Aquila y Canícula están próximas al círculo zodiacal; por ello tienen que describir un círculo mayor en el mismo tiempo: Aquila en el hemisferio norte, Canícula en el sur.

[30] Sin lugar a dudas las estrellas fijas están engarzadas en una esfera. Pero en la *hipótesis* de Copérnico tal esfera es inmóvil, por lo que pierde en parte su eficacia mecánica, aunque, una vez más, no se plantee esta cuestión.

[31] La órbita descrita por la tierra sería tan pequeña en comparación con la inmensa distancia de las estrellas fijas, que se podría semejar a un punto. Así se explica la ausencia de paralaje, una de las más firmes críticas contra los copernicanos. Tal paralaje no fue descubierto hasta 1838 por Bessel.

[32] Recoge los argumentos expuestos por Ptolomeo en el *Almagesto*, I,7.

[33] Aristóteles, *De Caelo*, I,2; *Física*, II,1; V,2. Ya se ha comentado.

[34] A lo largo de la Edad Media se puede rastrear una serie de cosmologías no clásicas, según las cuales la tierra tendría algún tipo de movimiento. La tradición puede remontarse a algunos autores latinos decadentes, como Calcidius, Martianus Capella y Macrobio, que sugirieron la idea de tomar el Sol como centro secundario del movimiento de los planetas. Juan Escoto Erígena, siglo IX (Félix Sartiaux, *Foi et Science au Moyen-Age*, París, 1926), seguiría esta tradición. Pero fue en el siglo XIV, entre los adversarios del aristotelismo, Guillermo de Ockham (hacia 1300-1350), Juan Buridan (hacia 1300-1385), Alberto de Sajonia (hacia 1316-1390), Nicolás de Oresme (muerto en 1382), entre los que se encuentra un cuerpo de ruptura, que como tal no desembocó en la ciencia moderna. P. Duhem, *Un précurseur français de Copernic*, París, 1909, recoge este aspecto de la historia. Las ideas centrales de Nicolás de Oresme, expuestas en el *Traité du Ciel et du Monde*, pueden resumirse: no puede probarse el reposo de la tierra; la tierra necesita calentarse por todas partes; Aristóteles enseña que el reposo es más noble que el movimiento; por eso Dios, primer motor es inmóvil; en la Osa Mayor, si los cielos giran, el carro va delante de los bueyes; es más razonable que todos los movimientos se dirijan en el mismo sentido, lo que sólo puede tener lugar si la tierra gira de occidente a oriente como los planetas; la naturaleza no trabaja en vano; así se podría evitar la novena esfera invisible. Puede verse un resumen en A. C. Crombie, *Historia de la Ciencia: De San Agustín a Galileo*, Alianza Universidad, Madrid, 1974, vol. II. Aunque no es probable que Copérnico conociera la obra de Oresme, escrita en francés, sin embargo, la influencia de la Escuela de París, y del buridanismo, fue muy importante en las Universidades centroeuropeas.

[35] Copérnico apoya su razonamiento en las consecuencias de la fuerza centrífuga, ya conocidas por los presocráticos y recogidas por Aristóteles, *De Caelo*, II,13. Sin embargo, Copérnico no alude aquí a una distinta naturaleza entre el mundo sublunar y el supralunar, como ha hecho antes, diferencia que hubiera dejado de raíz zanjada la cuestión, al permitir a unas naturalezas perfectas el realizar unos movimientos desconocidos y ajenos a los que en la superficie de la tierra se realizan.

[36] Aristóteles, *De Caelo*, I,9, ya citado.

37 Copérnico distingue su actividad de los filósofos de la naturaleza (físicos), aunque utiliza el término «fisiólogos», a imitación de Aristóteles *(Física,* II,2), como ya hemos visto, distinción que se mantiene en el averroísmo renacentista. Sin embargo, esta separación no implica que el autor conciba su hipótesis como pura construcción racional. La carta-prefacio al Papa Pablo III, entre otros lugares, muestra su convicción sobre la realidad de la hipótesis. Sin duda, al construir una imagen del universo diferente a la de los «físicos», y fundada con suficiencia matemática, agudiza la crisis de la ciencia natural antigua. Al mismo tiempo el orden matemático cobrará pujanza en cuanto «idioma» de la realidad.

38 Virgilio, *Eneida,* III, verso 72.

39 En la Edad Media, siguiendo a Aristóteles *(Sobre los Meteoros,* I,7), se mantiene que los cometas se formaban en la atmósfera. En consecuencia, en cuanto fenómenos sublunares, físicos, no son tratados en el *De Revolutionibus.*

40 La mecánica de Aristóteles se rompe. Para éste *(Sobre el Cielo,* I,2) hay dos tipos de movimiento simple, el rectilíneo y el circular. Pero ahora Copérnico señala que el movimiento rectilíneo siempre es doble, esto es, compuesto de un movimiento recto y uno circular. Sin embargo, inmediatamente después Copérnico «salva» la física aristotélica, ateniéndose a los estrictos principios de la misma. El único movimiento que responde a una naturaleza simple y constante es el circular. El movimiento rectilíneo es un movimiento «violento», tiende a concluir en cuanto ocupa su lugar natural, o en cuanto el ímpetu añadido cesa.

41 La enfermedad es un accidente que sobreviene al ser vivo.

42 De acuerdo con la Teología de Aristóteles, cuyo primer motor es inmóvil.

43 El universo de las dos esferas, el mundo sublunar y el supralunar de los antiguos, es desplazado en la concepción copernicana al hacer de la tierra un astro más. La idea no era nueva, pues había sido tratada por Nicolás de Cusa en *De docta ignorantia,* II, pero sí lo es todo el razonamiento matemático que la acompaña.

44 Esta idea tampoco cuadra con la cosmología aristotélica, pues en *Sobre el cielo,* IV,3, dice Aristóteles que si se colocase la tierra en el lugar en el que está ahora la Luna, cada partícula de tierra no tendería hacia la tierra misma, sino hacia el lugar que ahora ocupa la tierra. Esto es, hacia el centro del universo.

45 Algunos autores como A. Humbolt *(Kosmos,* Stuttgart, 1847, II, pp. 347-348; III, pp. 18 y ss), A. Müller *(N. Copernic,* Freiburg, 1897, p. 114). L. Stahl *(Kopernikus,* Berlin, 1908, p. 74) han identificado esta definición con la gravitación universal de Newton. La historia contemporánea rechaza tal afirmación. Sin duda, el concepto de «gravedad» formulado aquí por Copérnico, y utilizado para defender el movimiento de la tierra, difiere esencialmente del de Newton. Carece de una precisa formulación cuantitativa, alude a una «tendencia natural» difusa, inscribible en el cuadro de una cosmología cualitativa, busca, en un orden de finalidades, tender hacia la perfección de la forma «globo». Sin embargo, se debe advertir que la concepción de Copérnico difiere también de la mantenida por Aristóteles al tratar esta cuestión en el libro IV de *Sobre el cielo.* Dista de los aristotélicos, por la rígida utilización por parte de

éstos de la teoría de los cuatro elementos y el adyacente geocentrismo, homocéntrico también en el reparto hipotético de los elementos. Está lejos de Newton, entre otras cosas, por el mantenimiento de la siempre oscura «tendencia natural» y por inscribirse en un sistema conceptual distinto, en el que los términos base son definidos con precisión. Aunque se debe recordar que durante algún tiempo se acusó a Newton de haber introducido una *vis oculta,* semejante a las utilizadas en la Edad Media, al establecer la gravitación universal.

Aunque enmarcada en una física cualitativa, bien distinta a la nueva ciencia cuyas bases pone Galileo, pensamos que abre un orden conceptual nuevo, que determinará la correcta precisión dada por los siglos posteriores. Pero este orden conceptual debió influir en los pioneros de la nueva ciencia, que leyeron a Copérnico y lo tomaron como estandarte. Por más que el propio Copérnico quede más allá de la renovación. La «gravitación» así formulada tuvo antecedentes en los medievales (Alberto de Sajonia) o en Nicolás de Cusa, pero para los tiempos nuevos (no para los actuales) Copérnico constituye un hito separador de época, por lo que su orden conceptual influye, como hemos dicho, en la nueva etapa.

Por otra parte, también se tiene que tener en cuenta que Copérnico ha sido considerado como una mente extraña, fuera de lo común, mitificada (Flammarion), mientras que la historiografía contemporánea ha progresado mucho más en el estudio de la historia de la ciencia, y busca, al margen de mitos, el lugar que le corresponde a N. Copérnico.

[46] La apostilla representada por este párrafo aleja la concepción de Copérnico de la newtoniana, pues la «gravedad» pertenece a cada uno de los astros y no se entiende como atracción universal.

[47] El orden, la simetría y la perfección constituyen un supuesto inalterable y representan una hipótesis mantenida, más o menos explícitamente, a lo largo de la historia de la ciencia. Pero Copérnico hace de ellos un axioma central, cuyo cumplimiento le justifica ante eventuales críticas. Por ello se le inserta dentro del pitagorismo.

[48] *Timeo,* 38d.

[49] *Almagesto,* IX,1.

[50] Nur-ad-din al-Bitrugi, Alpetragius (siglo XII), contemporáneo de Averroes; su pensamiento, estrictamente aristotélico, debió conocerlo Copérnico a través de Peurbach y Regiomontano.

[51] El paso de Venus por la superficie del Sol fue observado por primera vez en 1639 por medio de un telescopio.

[52] El horror al vacío es un principio físico y cosmológico en el aristotelismo y en la cosmología antigua en consecuencia. Las esferas celestes —mantenidas por los «modernos», como dice Copérnico— no pueden extenderse indefinidamente. Por ello no pueden ocupar la gran distancia que separa la tierra y el sol. Deben cumplir una misión, una finalidad: por ejemplo, permitir que en su espesor tengan cabida los epiciclos. En caso contrario, desaparecería el orden y la simetría del universo, lo que contradice la perfección del sumo artífice.

[53] Albatenius, Muhammed ibn Gabir al-Battani (850-929 aproximadamente). Gran parte de su vida transcurrió en Batan (actual Irak); realizó múltiples mediciones celestes, algunas modificando las de Ptolomeo, por lo que supuso que entre los tiempos de Ptolomeo y los suyos las posiciones se habían desplazado. Copérnico utiliza en el *De Revolutionibus* con frecuencia sus registros

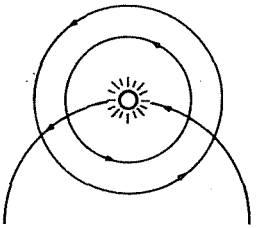
[54] Averroes (1126-1198), fiel seguidor de Aristóteles y duro crítico de Ptolomeo. En el tratado *Del movimiento de la esfera celeste* anuncia escribir una obra contra la teoría de los excéntricos y epiciclos. Copérnico pudo obtener noticias acerca de sus observaciones a través de Pico de la Mirándola.

[55] Ptolomeo, *Almagesto,* IX,1, establece que el centro de los epiciclos de Venus y Mercurio está colocado en la línea recta que une la tierra con el sol, mientras que el centro de los epiciclos de los planetas superiores puede estar a distancia angular del sol.

[56] La relación entre el tiempo de revolución y la distancia constituye la base teórica del universo.

[57] Martianus Capella, *De nuptiis Philologiae et Mercurii,* lib. VIII, parágrafo 857. La teoría recogería una tradición (fundada en cálculos) que se remonta al ya citado Heráclides del Ponto (siglo IV a. C.), denominado por algunos el Tycho Brahe de la antigüedad, en cuanto interpretan que hizo girar a Venus y Mercurio alrededor del sol. Entre los «otros latinos» figuran: Vitribuio, *De re aedificatoria,* IX, I, parágrafo 6; Macrobio, *Commentaria in Somnium Scipionis,* I,19, parágrafo 6.

[58] Según el siguiente diagrama:



[59] Con la expresión «gran órbita» (orbis ille magnus) se refiere a la órbita de la tierra, y con esta denominación aparece a lo largo del *De Revolutionibus.* Después de Copérnico siguió utilizándose esta expresión.

[60] Se hace eco del aforismo escolástico, tomado de Aristóteles, «la naturaleza no hace nada en vano»; el cual, junto con el aforismo «la naturaleza actúa mediante los caminos más cortos», potencian la búsqueda de hipótesis más simples para explicar los fenómenos.

[61] Utiliza el término en el mismo sentido que Aristóteles al tratar del lugar, *locus,* τόπος, en *Física,* IV, 1-6, el «immobilis primus» de los escolásticos. Además aparece como punto de referencia absoluto de los restantes movimientos.

[62] La precesión de los equinoccios se explicaba por cierto movimiento de la «octava esfera». Copérnico lo niega y coloca en el movimiento de la tierra cualquier anomalía que se refleja en los cielos.

[63] Fragmento lleno de retórica renacentista y citas de los clásicos. Tanto por el canto al sol como por la cita de Hermes Trimegisto, algunos autores han considerado a Copérnico como seguidor del hermetismo, doctrina teosófica, mágica, astrológica... de gran difusión en el siglo IV d. C. y que conoció en el siglo XV cierta irradiación.

[64] La carta de Lysis a Hiparco, inauténtica, debía constituir el epílogo al libro primero. Fue sustituida por los capítulos XII y XIII, dedicados a la trigonometría, ya en la edición de Rheticus y en las siguientes. Damos como nota esta carta, que en la edición traducida aparece como Apéndice I:

«Por estas y otras causas semejantes, es probable que Filolao se hubiera dado cuenta de la movilidad de la tierra: respecto a lo cual algunos dicen que Aristarco de Samos era de la misma opinión; sin embargo, no estaba movido por la razón que alega y rechaza Aristóteles. Pero siendo estas cosas de tal naturaleza, que la mayor parte de los filósofos no hablaban de las cosas que no podían ser comprendidas, a no ser con un agudo ingenio y un largo trabajo, y hubo unos pocos que comprendieron la explicación de los movimientos de las estrellas, Platón no calló en este asunto. Pero si fueron comprendidas por Filolao o por cualquier otro pitagórico, sin embargo es verosímil que no se transmitiese a sus descendientes. En efecto, era observancia de los pitagóricos el no transmitir por escrito, ni hacer públicos para todos, los arcanos de la filosofía, sino, por el contrario, confiarlos sólo a la fidelidad de los amigos y parientes y transmitirlos de mano en mano. Un testimonio de esto es la carta de Lysis a Hiparco, carta que pareció oportuno insertar aquí y con ella poner fin a este primer libro, no sólo por recordar esa manera de pensar, sino para mostrar hasta qué punto entre ellos consideraban valiosa la filosofía. Sea, pues, el ejemplo el de la carta que tradujimos del griego de este modo.

Lysis saluda a Hiparco:

Después de la muerte de Pitágoras no hubiera podido creer que se iba a desmoronar la agrupación de sus discípulos. Pero, después que contra toda esperanza, como si hubiera ocurrido un naufragio, cada uno hemos sido arrastrados y separados en una dirección, es justo recordar sus divinos preceptos y no comunicar los bienes de la filosofía a aquellos que ni siquiera soñaron la purificación de su alma. En efecto, no conviene ofrecer a todos lo que hemos conseguido con tan gran esfuerzo, lo mismo que no se puede mostrar a los hombres profanos los secretos de las diosas Eleusinas: y por lo mismo se considerarán inicuos e impíos quienes hacen eso.

Es útil tener presente cuánto tiempo hemos gastado en limpiar las manchas que estaban en nuestro pecho, hasta que pasados cinco años nos hicimos dignos de sus preceptos. Pues de igual modo que los pintores, después de una limpieza, sujetan la pintura de los vestidos con una cierta sustancia acre, a fin de que absorban el color de modo imborrable y que no pueda después fácilmente desaparecer; así, aquel divino varón preparó a los amantes de la filosofía para impedir que alguien se viera frustrado en la esperanza que hubiera concebido respecto a su valor. Pues no vendía una doctrina comprada, ni engaños vacíos de utilidad con los que muchos sofistas llenan las mentes de los jóvenes, sino que era maestro de cosas divinas y humanas. Pero algunos, imitando su doctrina, realizan muchas y grandes cosas e instruyen a la juventud, pero según un orden nefasto y no como conviene. Por lo que les convierten en discípulos inadecuados e insolentes. Pues mezclan los sinceros preceptos de la filosofía con costumbres turbias e impuras. Es como si alguien en un profundo pozo mezclara el agua pura y clara con basura: en efecto, altera la basura y pierde el agua. Así sucede con aquellos que enseñan y son enseñados de ese modo. Pues densas y opacas selvas ocupan la mente y los corazones de quienes no han sido iniciados ritualmente e impiden la tranquilidad del alma y de la razón. Todo d

género de vicios que alimentan se adentran en esta selva e impiden que puedan utilizar la razón de alguna manera. Citaremos primero los vicios madre de los invasores: la incontinencia y la avaricia; y los dos son muy fecundos. Pues la incontinencia produce incestos, borracheras, estupros y pasiones *contra natura* y otros vehementes ímpetus que empujan hasta la muerte y el abismo. Pues el deseo empujó a algunos hasta tal punto que no se abstienen ni de sus madres ni de sus seres queridos; y a éstos incluso les empujó contra las leyes, la patria, su ciudad y los tiranos, y les tiende lazos, atados con los cuales les conduce al suplicio final. De la avaricia nacen los robos, los parricidios, los sacrilegios, los envenenamientos y otros hermanos de este género. Conviene, pues, extraer las tinieblas de esta selva con las que se desarrollan tales afectos, con fuego, con armas y con cualquier instrumento. Y cuando comprendamos que su razón natural está liberada de estos afectos, entonces sembraremos en ella la mejor y fructuosa virtud.

Ciertamente, tú, Hiparco, habías aprendido esto con mucho esfuerzo pero lo conservaste poco, oh buen varón, una vez probado el lujo siciliano, cuyo valor no debías poner en primer plano. Dice la mayoría que tú filosofas públicamente, cosa que prohibió Pitagoras, quien, dejando en testamento sus comentarios a su hija Dama, mandó que no los transmitiera a nadie fuera de la familia. Y no quiso venderlo, pudiendo haberlo hecho a cambio de mucho dinero, sino que, por el contrario, estimó más que el oro la pobreza y los mandatos de su padre. También dicen que Dama al morir dejó encomendado lo mismo a su hija Vitalia. En cambio, nosotros, sexo viril, somos irrespetuosos hacia el maestro y transgresores de nuestra profesión. Si has cambiado de actitud, me alegro. Si no, has muerto para mí.»

[65] Sigue a Ptolomeo, quien en el *Almagesto*, I, a partir del capítulo 10, establece tablas sobre las medidas de las cuerdas y algunas consideraciones sobre los arcos y geometría esférica. También Ptolomeo se fundó en Euclides.

[66] Copérnico no utiliza la expresión «radio» de un círculo, aunque sí, evidentemente, el concepto. Emplea paráfrasis con el mismo significado: «la distancia desde el centro», por ejemplo. Hemos conservado las expresiones de Copérnico, en general, como testimonio del modo de trabajar de una época o de un personaje. Lo mismo decimos con respecto a la numeración latina. Cuando aparecen números hindúes, fueron así señalados por Copérnico.

[67] Euclides, *Elementos*, IV, 15.

[68] *Idem*, XIII, 12.

[69] *Idem*, IV,9; I,47.

[70] *Idem*, XIII,10.

[71] Conocido como el teorema de Ptolomeo:

$$AC \times BD = AB \times CD + AD \times CB$$

[72] $$\frac{\overset{\wedge}{FDA}}{\overset{\wedge}{ADE}} > \frac{\text{base AF}}{\text{base AE}} \; ; \; \frac{\overset{\wedge}{CDA}}{\overset{\wedge}{ADE}} > \frac{\text{base AC}}{\text{base AE}}$$

[73] $$\frac{\overset{\wedge}{CDA}}{\overset{\wedge}{EDA}} > \frac{\text{base CE}}{\text{base EA}} \; ; \; \frac{\overset{\wedge}{CDE}}{\overset{\wedge}{EDA}} = \frac{\text{arco CB}}{\text{arco AB}} \; ; \; \frac{\text{base CE}}{\text{base AE}} = \frac{\text{cuerda BC}}{\text{cuerda AB}}$$

[74] Cuerda AC igual a 2.618 unidades.

[75] El contenido de los capítulos XIII y XIV fue publicado en Wittenberg (1542), por Johann Luft, bajo la supervisión de Rheticus. Llevó por título *De lateribus et angulis triangulorum...*

[76] Al igual que Ptolomeo, distingue Copérnico ángulos centrales (cuatro rectos valen 360°) y ángulos inscritos en la circunferencia (dos rectos igual a 360°).

[77] $(\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2) - \overline{AB}^2 = 2\,(BC \times CD)$.

[78] *Elementos*, III, 36.

[79] $\frac{\text{cuerda 2 ID}}{\text{cuerda 2 HI}} = \frac{\text{diam. esf.}}{\text{cuerda 2 IDH}}$; $\frac{\text{cuerda 2 EI}}{\text{cuerda 2 IK}} = \frac{\text{diam. esf.}}{\text{cuerda 2 IEK}}$

[80] $\frac{\text{cuerda 2 DI}}{\text{cuerda 2 HI}} = \frac{\text{cuerda 2 IE}}{\text{cuerda 2 IK}}$

[81] $\frac{\text{cuerda 2 AD}}{\text{cuerda 2 BD}} = \frac{\text{cuerda 2 HG}}{\text{cuerda 2 BDH o diam.}}$; $\frac{\text{cuerda 2 EC}}{\text{cuerda 2 EF}} = \frac{\text{cuerda 2 KL}}{\text{cuerda 2 FEK o diam.}}$; de donde $\frac{\text{cuerda 2 AD}}{\text{cuerda 2 BD}} = \frac{\text{cuerda 2 EC}}{\text{cuerda 2 EF}}$

[82] Euclides, *Elementos*, XI, Definición 10.

[83] Porisma del Teorema IX.

[84] Correctamente, la sexta definición.

[85] $\frac{1/2 \text{ cuerda 2 AE}}{1/2 \text{ cuerda 2 EF}} = \frac{1/2 \text{ diam. esf.}}{1/2 \text{ cuerda 2 EAF}}$

$\frac{1/2 \text{ cuerda 2 AE}}{1/2 \text{ cuerda 2 EG}} = \frac{1/2 \text{ diam. esf.}}{1/2 \text{ cuerda 2 EAG}}$

$\frac{1/2 \text{ cuerda 2 EF}}{1/2 \text{ cuerda 2 EG}} = \frac{1/2 \text{ cuerda 2 EAF}}{1/2 \text{ cuerda 2 EAG}}$

LIBRO SEGUNDO

[1] La revolución de la tierra constituye la unidad en la medida de los movimientos celestes. En el mismo sentido en que Aristóteles (*Física*, IV,11) toma el instante como la unidad del tiempo en cuanto número del movimiento.

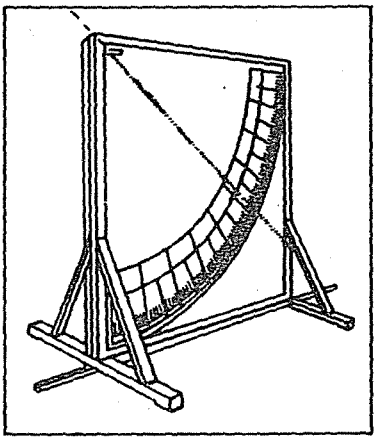
[2] Proclo Diadoco (siglo V d. C.), uno de los últimos científicos griegos de cierto relieve. Enseñó en la Academia de Atenas. Su importancia en la historia de la ciencia radica en los comentarios a las obras de Aristóteles y Ptolomeo.

[3] El cuadrante de Copérnico, descrito con bastante precisión, es mucho más simple que el utilizado por Peurbach o Regiomontanus. El de éstos disponía de alidadas móviles; el de Copérnico se servía únicamente de la sombra de un cilindro. Se utilizaba para obtener la latidud geográfica y la inclinación de la eclíptica. Ptolomeo describe un instrumento semejante en *Almagesto*, I, 12.

[4] Niveladores. Instrumentos para determinar la horizontalidad de una superficie.

[5] Pequeña varilla cilíndrica que proyecta la luz del sol. En los primeros tiempos de la historia de la ciencia se han conocido con este nombre distintos instrumentos, todos ellos encaminados a realizar mediciones con relación a la sombra proyectada.

[6] El centro del cuadrante puede tomarse como centro de las estrellas fijas, dado que, como repetidas veces ha señalado Copérnico, la órbita de la tierra alrededor del sol puede considerarse como un punto en relación con la distan-



cia con respecto a las estrellas fijas. Así puede determinarse la inclinación de la eclíptica.

[7] La cita está tomada del *Almagesto*, I, al final del capítulo 12. Eratóstenes, segunda mitad del siglo III a. C.; Hiparco, siglo II a. C.

[8] Peurbach (1423-1461) y Regiomontano (1436-1476), *Epitome*, I, 22, le dan el valor de 23°, 28'.

[9] Hay variaciones, aunque pequeñas, entre II, 2, III,2 y III,6. También las hay entre el manuscrito conservado y la *editio princeps*. Así, mientras en el manuscrito dice «XXIX», en la primera edición «28 y dos quintos».

[10] La declinación y la ascensión recta constituyen las dos coordenadas por las que se determina y reconoce la posición de un astro.

[11] El meridiano que corta a la eclíptica en los puntos solsticiales y el que la corta en los puntos equinocciales.

[12] Correctamente, DA, DC.

[13] $\frac{3'}{11'} = \frac{6'}{24'}$

[14] La diferencia se suma en la ascensión recta, se resta en la declinación y en el ángulo meridiano. Oscila entre 0' y 24', diferencia entre 23°, 52' y 23°, 28'.

[15] La primera división en zonas de la tierra esférica se debe a Parménides de Elea (siglo V a. C.). Copérnico toma la división de Jorge Valla, *De expetendis et fugiendis rebus...*, Venetiis, A. Romanus, 1501, lib. 16, cap. 1.

[16] Por la relación entre el día más largo del año y el más corto para cada uno de los lugares.

[17] Medida de tiempo por la que 15° del círculo ecuatorial corresponde a una hora.

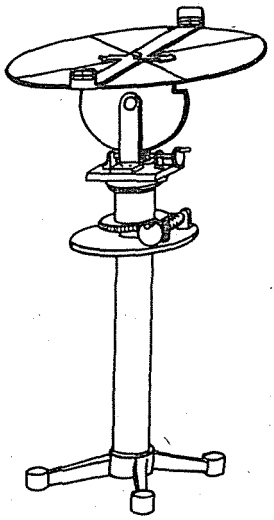
[18] En el manuscrito dice: «Solensis Aratus [siglo III a. C.] y algunos otros matemáticos antiguos.»

[19] *Almagesto*, III, prefacio.

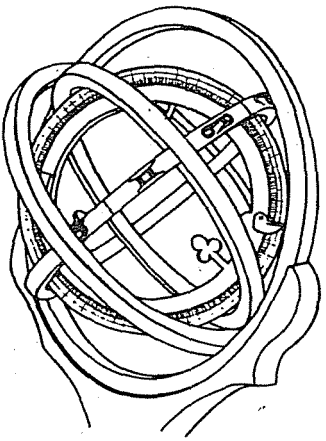
[20] Menelao de Alejandría (siglo I d.C.), conocido sobre todo por sus trabajos sobre geometría esférica. Ptolomeo tomó mediciones y observaciones de Menelao.

[21] Con el mismo nombre de astrolabio se conocen diversos instrumentos astronómicos que han dado lugar a ciertas confusiones. Así, el astrolabio plano, que Theon denominó «pequeño astrolabio»; la esfera armillar, invención muy posterior, dedicada más a la enseñanza y demostración que a la observación, y el astrolabio esférico, instrumento de cálculo descrito por los astrónomos alfonsíes. El astrolabio descrito por Ptolomeo, al que Copérnico sigue, se denomina astrolabio armillar.

[22] Se refiere al visor de la dioptra. Esta fue descrita por Herón de Alejandría (probablemente del siglo I) en una obra que conservamos, incompleta, titulada *Dioptra.* Acompañamos un diagrama de la misma tomado de Singer (ed.), *A History of Technology,* Oxford, Clarendon Press, 1957, vol. III, p. 610.



[23] La descripción de Copérnico, muy poco minuciosa, reproduce en buena parte la realizada por Ptolomeo en *Almagesto,* V, 1. Representa los círculos de los cielos. Los círculos de fuera adentro son los siguientes: 1) Círculo del meridiano, levantado perpendicularmente al plano del horizonte, siguiendo la línea del meridiano, y en él están señalados los polos del ecuador, sostiene al resto de los círculos; 2) órbita exterior (así la denomina Copérnico), que gira alrededor de los polos de la eclíptica; 3) círculo a través de los polos de la eclíptica; 4) representa la eclíptica celeste, con sus correspondientes grados, al tiempo que los solsticios o equinoccios vienen dados por la intersección con el círculo anterior; 5) el círculo interior puede girar colocándolo hacia la Luna y, así, señalar sobre la eclíptica la longitud lunar; 6) el pequeño círculo, que gira en el mismo plano que el anterior, con el fin de señalar la latitud lunar en la graduación del círculo interior.



[24] *Almagesto*, II, 7.

[25] Theon el Joven, astrónomo alejandrino (siglo IV d.C.), como la mayor parte de los autores científicos de este período, comenta las obras de las grandes figuras de Alejandría.

[26] Concesión al humanismo literario del Renacimiento. La misma alusión aparece en el Libro de Job, 9,9, y así aparece en el Manuscrito, salvo que es tachado y sustituido por Hesíodo y Homero.

[27] El catálogo de las estrellas de Ptolomeo aparece en *Almagesto*, VII,5 y VIII,1.

[28] En la edición de Rosen (1978) se dan en nota múltiples discrepancias entre las mediciones del catálogo y las correspondientes fuentes.

LIBRO TERCERO

[1] En el margen del manuscrito aparece escrito y después tachado: «Siempre he tenido en la memoria que los círculos y polos originados por el movimiento de la tierra aparecen con forma semejante y del mismo modo en el cielo, como frecuentemente se ha dicho, y de estas cosas tratamos aquí.»

[2] Las bases del calendario griego eran lunares. Los atenienses numeraban sus años de acuerdo con los años del reinado correspondiente, y en la época de la República de acuerdo con los años de gobierno del primer magistrado. Para las fechas históricas se utiliza en Grecia la Era Olímpica. Según la tradición los Juegos Olímpicos fueron fundados por Hércules, pero sólo después de la victoria de Corubus (el año 776 a.C.) se celebran regularmente cada cuatro años. Se suelen representar de la siguiente manera: «01.112.3» (tercer año de la Olimpíada 112). El calendario de las Olimpíadas perduró hasta finales del reinado del emperador Teodosio (394 d.C.).

[3] Remite a la medición del año por medio de las estrellas fijas. El nombre de Canícula queda ligado al culto egipcio y al desbordamiento del río Nilo. Los antiguos constataban la salida de Canícula (Sirio) coincidiendo con el sols-

ticio de verano. La posterior precesión de los equinoccios ha separado esta coincidencia, aun en el mismo Egipto, de donde se derivan estas consideraciones.

[4] Ptolomeo, *Almagesto*, III,1, comenta las dificultades de los antiguos para determinar la «magnitud del año», y cómo fueron superadas por Hiparco (siglo II a.C.), al que califica de hombre diligente y amante de la verdad.

[5] Todo el universo, incluida la esfera de las fijas, giraría unos grados hacia el oeste y otros tantos hacia el este. Pero esta imagen solamente puede sostenerse estableciendo otras hipotéticas esferas que contengan el universo y lo regulen. Esas esferas trascienden toda determinación posible por vía experimental.

Una de las obras astronómicas menores de Copérnico es precisamente la *Carta a Bernard Wapowski*, en la que critica el opúsculo de Johann Werner, titulado *De motu octavae sphaerae*, publicado en 1522 en Nuremberg.

[6] Es más correcto señalar que el ecuador (círculo máximo de la tierra) está inclinado oblicuamente con respecto a la eclíptica (círculo máximo de los signos) que afirmar lo contrario, o sea, que la eclíptica, un círculo mayor, se inclina con respecto al ecuador, un círculo menor.

[7] Merton estructuró un calendario (432 a.C.) sobre ciclos de 19 años. Calippo (siglo IV a.C.) combinó cuatro de estos ciclos de 19 años en un solo ciclo de 76 años, y cambió uno de los meses completo de treinta días por uno de 29. El ciclo consistía en 940 lunaciones y 27.759 días. El calendario de Calippo, buscando la exacta medida del año, fue utilizado por los astrónomos y no por el público.

[8] El calendario romano fue también de origen lunar. Hasta Numa (siglo VII a.C.) no tuvo un sistema definitivo. Se atribuye a Numa el haber añadido dos meses (51 días) a un primitivo calendario de 10 meses atribuido a Rómulo, con lo que el año tuvo 355 días. Para adecuar este calendario lunar al solar, se intercalaba, cuando era necesario, un mes normalmente de 27 ó 28 días. Para evitar las manipulaciones deshonestas del calendario por parte de los Pontífices, Julio César reformó el calendario con ayuda del astrónomo Sosígenes. El año fue fijado en 365 1/4 días; el año normal tiene 365 días, y cada cuatro años se intercala un día más: *ante diem bis sextum Calendas Martias*. El calendario se convierte en puramente solar.

[9] $$\frac{OP}{OK} = \frac{1/2 \text{ cuerda } 2\,AB}{BE} = \frac{1/2 \text{ cuerda } 2\,AH}{HIK}$$

[10] Azarquiel (siglo XII) residió en Toledo; estableció unas tablas astronómicas, que más tarde fueron utilizadas en las Alfonsíes.

[11] Iacophus ben Machir vivió hacia el siglo XIII.

[12] Escrito al margen del manuscrito y tachado: «Algunos lo llaman movimiento en la latitud de un círculo, esto es, en el diámetro, pero cuyo período y dimensión derivan de la circunferencia del mismo [círculo], como un poco más abajo demostraremos [III,5]. Y se ha de advertir aquí, de paso, que si los círculos HG y CF fueran desiguales, manteniendo las restantes condiciones, describirán no una línea recta, sino una sección cónica o cilíndrica, que los matemáticos llaman elipse. Pero [trataré] estas cosas en otro lugar.»

[13] GH = 1/2 cuerda 2 AG; DH = 1/2 cuerda 2 (90° — AG).

[14] $$\frac{\text{triang. } LDK}{\text{sect } LPK} < \frac{\text{triang. } LGA}{LRS}$$

$$\frac{\text{triang. LDK}}{\text{triang. LGA}} < \frac{\text{sect LPK}}{\text{sect LRS}} ;$$

$$\frac{\text{triang. LDK}}{\text{triang. LGA}} = \frac{\text{base DK}}{\text{base AG}} ;$$

$$\frac{\text{sect LPK}}{\text{sect LRS}} = \frac{\overset{\wedge}{\text{DLK}}}{\overset{\wedge}{\text{RLS}}} = \frac{\text{arc MN}}{\text{arc OA}}$$

[15] Este círculo, a través del cual se desplaza un astro con movimiento irregular, no corresponde a la libración, sino a un círculo que tipifica la velocidad resultante de conjugar el de libración con el movimiento regular de precesión de los equinoccios.

[16] Desde el año 30 de Alejandro, hasta el 1525 de nuestra era, transcurrieron 1849 años.

[17] El ciclo del movimiento se divide según el sistema sexagesimal; por eso cada sesenta grados los números presentan el mismo «aspecto», esto es, vuelven a repetirse como ocurre cada diez en el sistema decimal.

[18] El calendario egipcio, al margen de sus precedentes históricos, ha sido reconstruido con bastante seguridad por R. A. Parker, «The Calendar of Ancient Egypt», *Studies in Ancient Oriental Civilisation*, núm. 26, University Chicago Press, Chicago, 1950. Estaba formado por ciclos de veinticinco años. Cada mes tenía una duración de 25 ó 30 días, de modo que no hubiera más de dos meses consecutivos con la misma longitud. Un decimotercer mes se intercalaba en los años 1.°, 3.°, 6.°, 9.°, 12.°, 14.°, 17.°, 20.° y 23.° de cada ciclo, y era conocido con el nombre de «gran año». En el ciclo completo había 309 meses, 9.125 días. Los egipcios fueron los primeros en determinar la longitud del año en 365 1/4 días. El año civil se fijó en 365 días. Tuvo una gran influencia en la reforma del calendario romano.

[19] La anomalía de la precesión de los equinoccios es denominada doble porque completa dos círculos, mientras que la anomalía de oblicuidad completa uno.

[20] Como señala en el capítulo IV, el movimiento de libración aparece más rápido alrededor del centro del círculo. Por tanto, el movimiento aparente aparecerá con más lentitud cuando el movimiento más rápido de libración esté en oposición al movimiento medio con el que está compuesto. Y el movimiento de libración más rápido está en oposición con el movimiento medio cuando el equinoccio aparente está oscilando hacia el este y está en la proximidad del centro del círculo o del equinoccio medio.

[21] $$\frac{\text{FB}}{\text{AFB}} = \frac{7.107}{10.000} = \frac{50'}{70'}$$

[22] En astronomía se entiende por prostaféresis la diferencia entre la anomalía media y verdadera.

[23] Correctamente 98°,47'.

[24] El nombre Nabucodonosor (605-562 a.C.) se había confundido con el nombre Nabonassar (hacia 747-734 aproximadamente a.C.) en las Tablas Alfonsíes. Salmanassar reinó en Asiria en 727-722 a.C.

[25] Censorinus, gramático del siglo III d.C., compuso un opúsculo, *De die natali*, en el que trata algunas cuestiones de astronomía y cronografía.

[26] Dice «Numatius» en lugar de «Munatius».

[27] Ochocientos ochenta años *egipcios a partir de Cristo.*

[28] Según la nota de la edición crítica traducida, la expresión «angulos sectionis zodiaci et aequinoctialis» es viciosa, en lugar de «zodiaci et lineae meridianae». Este error lo mantienen las ediciones latinas y recientes traducciones.

[29] O sea, 19/20 de un día.

[30] Arata, *en el norte de Siria,* actual Er-Raqqa.

[31] El año solar, del que aquí se habla, se corresponde con el año sideral, o sea, el paso del Sol, dos veces consecutivas por el mismo punto de su órbita aparente. Difiere del año trópico en el tiempo que tarda el Sol en recorrer un arco igual a la precesión de los *equinoccios* (50'', 256).

[32] Thabit ben Qurra, astrónomo persa (830-901). Sus trabajos en el calendario o tablas influyeron en Azarquiel, quien a su vez, como se sabe, influyó en las tablas alfonsíes. También corrigió la traducción del *Almagesto* hecha por Almamum, dejando ya una obra inteligible que *aprovechó* Albatenio.

[33] El año es más largo *cuando la precesión* es más lenta, y más corto cuando es más rápida, en una proporción constante; luego el año sideral debe ser uniforme.

[34] Las cuatro causas son: *a)* la irregularidad de la precesión; *b)* la desigualdad anual debida a la excentricidad; *c)* la variación de la excentricidad; *d)* el irregular movimiento de la línea de los ápsides.

La segunda causa es llamada la «primera irregularidad», y las dos últimas la «segunda irregularidad».

[35] Movimiento simple remite a la esfera de *las estrellas fijas;* el *movimiento* compuesto conecta la velocidad del Sol con respecto al momento de los equinoccios.

[36] CAE = BCA — AEC; al tender CAE a 0, la diferencia tiende a 0, y por tanto BCA = AEC.

[37] En latín queda expresado *como movimiento in consequentia,* el que se dirige de occidente a oriente, en congruencia con el orden de los signos del zodíaco. El movimiento *in praecedentia* al contrario.

[38] arc. AH = 1/2 arc. ABC = 92° 9 1/2';
arc. HB = arc. AGB — arc. AH = 59'.

[39] arc. CD = arc. IK — (arc. IC + DK) = 86° 51'.

[40] $\overset{\wedge}{BDA} = \overset{\wedge}{DBE} + \overset{\wedge}{BED}$ = 1° 50' + 83° 20' = 85° 10'.

[41] Corregido en el códice por 20.000.

[42] En vez de un tercio, *se debe entender un sexto, y de esta manera* resultan los 40'.

[43] Hay una discrepancia con la posición media del apogeo solar señalado en el capítulo anterior, por lo que está cantidad debe ser modificada en 71° 32'.

[44] Para Ptolomeo la revolución diaria y el *movimiento anual* tienen direcciones opuestas, y así el día solar es ligeramente más largo que el sideral. Para Copérnico, la rotación y la traslación de la tierra se realizan en la misma dirección, hacia el este. Si el día solar permanece algo más largo que el sideral, se debe al movimiento de declinación del polo de la tierra, que *es aproximadamente igual a la revolución anual, pero en dirección opuesta.*

[45] Como ya se ha visto, las 360 unidades en las que se divide el ecuador se denominan «tiempos» en vez de grados.

LIBRO CUARTO

[1] Se refiere al círculo sinódico, ciclo de revolución de la Luna con respecto al Sol.

[2] Formulación explícita del axioma básico de la cosmología y astronomía antiguas. Los movimientos de los astros han de ser circulares y uniformes (regulares); y a partir de aquí dar respuesta al precepto platónico de «salvar los fenómenos» como se ha visto. Este axioma es aquí defendido con total rotundidad. También lo hace en el *Commentariolus*. Este hecho motiva el que muchos historiadores sitúen a Copérnico dentro de una mentalidad medieval y no moderna.

[3] *Almagesto*, V,17, al tratar las paralajes del Sol y de la Luna.

[4] Se ha descrito la dioptra en la nota 22, del libro II. Hiparco estudió con ella, entre otras cuestiones, los desplazamientos relativos de la Luna con respecto a las estrellas fijas. La dioptra de Hiparco, mucho más simple que la de Herón, la describe Ptolomeo al iniciar el capítulo 14 del libro V del *Almagesto*.

[5] Después de la reforma de Solón, adoptando ciclos de ocho años (octaeteris), inventados por Cleostratus en la Olimpíada del 59, y de otros intentos de reforma, Meton (siglo V a.C.) estableció los ciclos de 19 años. Eran unos ciclos en los que la duración de cada mes y de cada año estaba determinada por su lugar en el ciclo, y no por la observación. Los meses tenían 29 ó 30 días. Un decimotercer mes se introducía cada tres años. Erraba este ciclo únicamente en unas cuantas horas.

[6] Estos cálculos están tomados del *Almagesto*, IV,2.

[7] *Almagesto*, IV,6.

[8] $7° 42' - 1° 21' = 6° 21'$.

[9] Debe decir proposición 35: Si dos rectas se cortan en el interior de un círculo, el rectángulo comprendido por los segmentos de una de las rectas es igual al comprendido por los segmentos de la otra.

[10] $LD \cdot DM + \overline{KM}^2 = \overline{DK}^2$.

[11] Tiene un *movimiento más lento* que el regular y medio, y por lo tanto disminuye en cierta cantidad el número que ostentaría si fuera regular.

[12] Esto es, suman ciertas cantidades al movimiento regular.

[13] $CD \cdot DE = GD \cdot DI$; $GD \cdot DI + \overline{FI}^2 = = \overline{DF}^2$.

[14] arc. $GC = 180° -$ arc. $IMC = 21° 10'$.

[15] $\overset{\frown}{IDB} = \overset{\frown}{GDC} + \overset{\frown}{CDB} = 1° 39' + 2° 59'$;

$\overset{\frown}{ADI} = \overset{\frown}{ADB} + \overset{\frown}{IDB} = 5° - 4° 38' = 22'$.

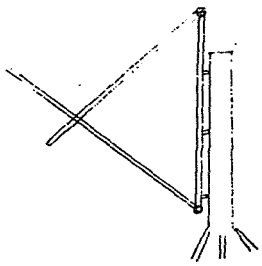
[16] Dyrrakhion, colonia griega en la costa de Iliria, fundada en el siglo VII a.C. con el nombre de Epidamno, medio grado hacia el oeste del meridiano de Cracovia. En la actualidad Durrës, en Albania.

[17] Corresponde a la evección en la moderna teoría sobre la Luna.

[18] Doble, a causa de que la Luna atraviesa dos veces el pequeño círculo durante un mes sinódico.

[19] La elevación del polo norte por encima del horizonte es igual a la declinación del horizonte desde el ecuador.

[20] El instrumento paralláctico o *triquetrum* es expuesto en el *Almagesto*, V,12, capítulo que lleva prácticamente el mismo título que el de Copérnico: «Sobre la construcción de un instrumento para determinar las paralajes.» Reproducimos el *triquetrum* reconstruido según las indicaciones de nuestro autor.



[21] CDB = ABC — 180° = 62° 10'.

[22] LOP + MR = 2KE; OP = LOP — (MR + LO) = 56' 49''.

[23] Albategnio, Al-Battāni. Su demostración recogida en el *Epitome* de Regiomontano, lib. V, prop. 21. Copérnico parece dudar de esta atribución.

[24] $\frac{SK}{KE} = \frac{261}{I} = \frac{SKD}{DC} = \frac{1.444}{5 \text{ unid. } 27'}$

[25] (5 unid. 27')³ = 161 7/8 unidades.

[26] En el triángulo rectángulo formado por la línea que une el centro del Sol y el de la tierra, la tangente desde el centro del Sol a la superficie de la tierra, y el radio de la tierra al punto de tangencia.

[27] ZE = DK; DZ = KE.

[28] EA · AD = sector AEC; IA · AG = sector AIC.

LIBRO QUINTO

[1] Estas denominaciones griegas de los planetas corresponden al período helenístico, y no al *Timeo* de Platón. El error procede del comentario al *Timeo* realizado por Calcidio.

[2] Lucifer, portador de la luz; Véspero, vespertino, que tiende a las tinieblas.

[3] Cuando el astro está en oposición al Sol. Astro acrónico es el que nace al ponerse el Sol y se pone cuanto éste sale.

[4] *Almagesto,* IX, 3.

[5] Llama movimiento de conmutación a la velocidad media del planeta, teniendo al Sol como un punto fijo.

[6] El movimiento medio del planeta y el movimiento de paralaje componen el movimiento medio del Sol.

[7] El movimiento propio de Venus y Mercurio no se nos muestra, puesto que su posición nunca se manifiesta sin paralaje.

[8] Esta combinación de excéntricos y epiciclos puede encontrarse en el *Almagesto,* V,2, al tratar de la doble anomalía de la Luna.

[9] Tal multiplicación de círculos, en los que domina la excentricidad y la irregularidad, es condenada como método para salvar las apariencias (De *Revolutionibus,* IV,2), y aquí también los señala como motivos para concebir la movilidad de la tierra.

[10] A Apolonio de Pérgamo (finales del siglo III a. C.) se le conoce principalmente como matemático por su obra *Las Cónicas,* única que se conserva. En astronomía es citado por Ptolomeo por su intento de hallar equivalencias entre

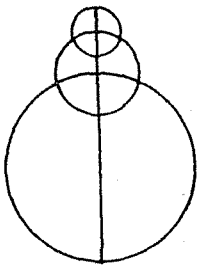
los movimientos a través de epiciclos, excéntricas fijas y excéntricas móviles. La trayectoria puede explicarse con cualquiera de estos movimientos, con tal de elegir adecuadamente el radio, la velocidad y la excentricidad.

[11] Mientras en el hemiciclo en el que el epiciclo pasa del ápside inferior al superior del círculo excéntrico y el planeta, entre tanto, pasa del apogeo al perigeo del epiciclo, entonces se debe sumar el movimiento sobre el epiciclo al movimiento sobre el círculo excéntrico. Por el contrario, en el otro hemiciclo, en el que el epiciclo pasa del ápside superior al inferior, el movimiento sobre el epiciclo se resta del movimiento sobre el círculo excéntrico.

[12] En esta ocasión, al explicar los movimientos de las estrellas errantes, Copérnico las coloca en el epiciclo girando junto con el diámetro de la revolución, como si estuvieran engarzadas a éste. En general, no proyecta así los movimientos, sino que el diámetro está orientado continuamente señalando al centro del círculo homocéntrico.

[13] En el apogeo, perigeo y en los dos cuadrantes, el diámetro aparece como paralelo. En el punto medio entre cada dos de las posiciones extremas antes señaladas, aparece como perpendicular.

[14] Según el siguiente diagrama:



[15] La observación de Ptolomeo aparece en el *Almagesto*, XI,5, pero aquí se produce entre el día 7 y 8 del mes Pachon, y no Mechyr, como por error escribe Copérnico.

[16] DF es igual a 1.139, para que 3/4 sea igual a 854 y 1/4 igual a 285.

[17] Omite, por sobreentenderse parte de la expresión. Al igual que en las posiciones acrónicas anteriores, el ángulo CDE es el suplementario del CDF, o sea, 180° — 56° 29'.

[18] Según corrige la edición Amstelodamensis de 1617, hay que sustituir los XIIII minutos por XXXVII minutos. Así, el resultado de la resta es correcto.

[19] La edición de Torún de 1873, según la nota correspondiente de la edición crítica, lo corrigió de la siguiente manera:

$r^2 = FH^2 = CD \cdot DE + FD^2$, Luego $r^2 - CD \cdot DE = FD^2$.

[20] Correctamente, LXVII días.

[21] Correctamente, 41° 10'.

[22] En *Almagesto*, XI,1, el radio de la órbita de la tierra es de 6 unidades, 30'.

[23] *Almagesto*, X,1.

[24] La edición *Amstelodamensis* dice correctamente 7° 54', de Piscis.

[25] Correctamente, 154° 22'.

[26] $GD \cdot DH + \overline{FD}^2 = \overline{FDH}^2$; $\overline{FDH}^2 - GD \cdot DH = \overline{FD}^2$.

[27] LHB = 84 1/2°; BH = 47° 55';
BCG = 180° — 47° 55' = 132° 5';
BCG — BC = 132° 5' — 66° 10' = 65° 55';
99° 10' — 65° 55' = 28° 15'.

[28] Angulo del movimiento aparente en la primera oposición solar. KED = = ADF — (AEK + DAE) = 41° 26'.

[29] FED movimiento real, BDA movimiento medio.

[30] DXE = DBE + BEF = 3° 11'.

[31] En la edición de Torún se corrige por 138° 26'.

[32] Correctamente IX minutos.

[33] Hay un error en el texto. La correspondiente nota de la edición crítica señala que el autógrafo por error dice 37° 39' por 128° 57'. Tal error no se repite en los siguientes cálculos.

[34] Correctamente 293° 4'.

[35] Correctamente 211° 27'.

[36] *Almagesto*, X,1.

[37] La observación de Theón corresponde al día 21 de mayo del 129, la de Ptolomeo al 18 de noviembre de 136.

[38] Debe decir «y una sexta parte».

[39] Correctamente debe decir 147° 4'.

[40] Según la nota crítica, Menzzer proporciona la correcta relación: KLG = EFG — EFL + 180° = 250° 44'.

[41] Correctamente 73° 3'.

[42] Dice años de Cristo, en lugar de años egipcios.

[43] Bernard Walther (1430-1504), discípulo de Regiomontano, cuyas observaciones continuó.

[44] Johann Schöner (1477-1547), astrónomo y astrólogo de Nuremberg.

[45] Debe decir Capricornio, según edición Amstelodamensis.

[46] Correctamente POL.

[47] Debía escribir Copérnico 5519.

[48] Cuando el planeta está en conjunción con el Sol.

LIBRO SEXTO

[1] El contenido de este último libro del *De Revolutionibus* coincide con lo expuesto en el libro XIII, el último del *Almagesto*, en sus capítulos 1 al 6. El punto de referencia de las desviaciones angulares en latitud es ahora la gran órbita de la tierra.

[2] Oscilación del epiciclo del planeta con relación al eje que conduce al radio del deferente. La máxima reflexión se da cuando la tierra está en los ápsides.

[3] Siguiendo a Ptolomeo, se denomina aquí declinación a la oscilación del epiciclo en relación con el eje del ángulo recto con respecto al radio que conduce al deferente. La máxima declinación tiene lugar cuando la tierra dista 90° de los ápsides.

[4] Remite a las tablas sobre la oblicuidad de los planetas que aparecen en el *Almagesto*, XIII, 5.

[5] En vez de 18' se debe poner 28', resto de la diferencia entre 2° 44' y 2° 16'.

6 Según las tablas ya señaladas, *Almagesto*, XIII, 5.

7 A través de los polos del círculo orbital y perpendicular al plano de la eclíptica.

8 Por error escrito ALM, quiere decir AML.

9 LH en vez de LK, como ha sido señalado en las ediciones posteriores.

10 $\frac{KE}{EA} > \frac{HD}{FA}$; $\frac{KE}{EA} > \frac{LF}{FA}$

$$\frac{EK}{EN} = \frac{HD}{DM} = \frac{LF}{FO}$$

11 $$\frac{EK - KN}{EA} > \frac{HD - HM}{AD} ;$$

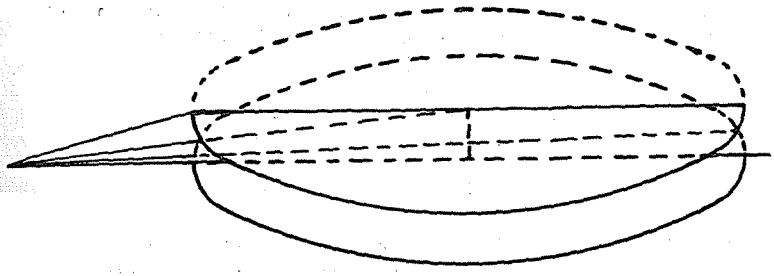
$$\frac{EK - KN}{EA} > \frac{LF - FO}{AF}$$

12 $$\frac{KE}{EN} = \frac{LF}{FO} = \frac{HD}{DM}$$

13 $\overline{AD}^2 - \overline{DG}^2 = \overline{AG}^2$; $\overline{FD}^2 - \overline{DG}^2 = \overline{GF}^2$.

15 $\overline{AD}^2 - \overline{DG}^2 = \overline{AG}^2$; $\overline{DF}^2 - \overline{DG}^2 = \overline{FG}^2$.

16 El siguiente diagrama de la edición inglesa, debida a C.G. Wallis, ilustra con más claridad el texto.



17 $\hat{BAG} - \hat{CAD} = 4'$; $\hat{EAF} - \hat{BAG} = 5'$.

18 Correctamente EAF = 35'.

INDICE ONOMASTICO

(Los números romanos remiten al libro, los arábigos al capítulo)

Adriano, IV, 5; IV, 6; IV, 7; IV, 14; V, 5; V, 7; V, 8; V, 10; V, 15; V, 20; V, 22; V, 26; V, 27.
Agripa (astrónomo), III, 6.
Agripa, Marco Vipsanio, III, 11.
Albatenio (Machometus Aratensis), I, 10; III, 2; III, 6; III, 9; III, 13; III, 16; III, 17; III, 20.
Alejandro Magno, III,2; III, 11; III, 13; III, 18; III, 19; III, 22; III, 23; IV, 7; IV, 10; IV, 13; IV, 14; V, 8; V, 13; V, 18; V, 23; V, 24; V, 29; V, 31.
Alpetragio, I, 10.
Anaximandro, I, 3.
Anaxímenes, I, 3.
Antonino Pío, II, 14; III, 2; III, 7; III, 9; III, 10; III, 11; III, 13; V, 10; V, 12; V, 13; V, 15; V, 16; V, 17; V, 18; V, 20; V, 22; V, 25; V, 26; V, 27.
Antonio, Marco, III, 11.
Apolonio de Pérgamo, V, 3; V, 35; V, 36.
Arquímedes, III, 13; IV, 32.
Aristarco de Samos, III, 2; III, 6; III, 13.
Aristóteles, I, 7; I, 8; I, 10.
Arzaquel, III, 2; III, 6; III, 16; III, 17; III, 20.
Averroes, I, 10.

César, Cayo Julio, III, 11; III, 19; III, 23; IV, 7; IV, 14; V, 8; V, 18; V, 24.
Calipo, III, 2; III, 9; III, 13; III, 18.
Capella, Martianus Félix, I, 10.
Censorino, III, 11.
Cicerón, Dedicatoria, I, 5.
Cleopatra, III, 11.

Demócrito, I, 3.

Ecfanto, Dedicatoria, I, 5.
Empédocles, I, 3.
Eratóstenes, II, 2.
Euclides, I, 10; I, 12; I, 13; I, 14; II, 6; II, 7; III, 2; III, 5; III, 15; III, 20; IV, 4; IV, 5; IV, 19; V, 25; V, 28.

Filolao de Crotona, Dedicatoria, I, 15.

Giese, Tidemann, Dedicatoria.

Heráclides del Ponto, Dedicatoria, I, 5.
Heráclito, I, 3.
Hesíodo, II, 14.
Hiparco de Nicea, II, 2; III, 1; III, 2; III, 6; III, 13; III, 16; III, 18; III, 19; III, 20; IV, 4; IV, 6; IV, 10; IV, 18; V, 1.
Hiparco (pitagórico), Dedicatoria.
Homero, II, 14.

Jenófanes, I, 3.

Lactancio, Dedicatoria.
León X, Papa, Dedicatoria.
Lépido, M. Emilio, III, 11.
Leucipo, I, 3.

Menelao (geómetra), II, 14; III, 2; III, 6; IV, 2.
Meton, IV, 4.
Munatius Plancus, III, 11.

Nabonasar, III, 11.
Nabucodonosor, III, 11.
Niceto de Siracusa, Dedicatoria, I, 5.

Octavio Augusto, III, 11.

Pablo III, Papa, Dedicatoria.
Pablo, obispo de Fossombrone, Dedicatoria.
Platón, I, Introducción; I, 5; I, 10.
Plutarco, Dedicatoria; I, Introducción.
Proclo, I, 1; V, 25.
Prophatius el Judío, III, 2; III, 6.
Ptolomeo, I, Introducción: I, 3; I, 7; I, 8; I, 10; I, 11; I, 12; I, 14; II, 2; II, 7; II, 12; II, 14; III, Introducción; III, 2; III, 6; III, 7; III, 9; III, 10; III, 11; III, 13; III, 16; III, 17; III, 20; III, 26; IV, 4; IV, 5; IV, 6; IV, 10; IV, 13; IV, 14; IV, 15; IV, 16; IV, 18; IV, 21; IV, 22; IV, 32; V, 1; V, 5; V, 6; V, 7; V, 8; V, 9; V, 10; V, 11; V, 12; V, 14; V, 15; V, 16; V, 17; V, 18; V, 20; V, 22; V, 25; V, 26; V, 27; V, 30; VI, 1; VI, 3; VI, 5; VI, 6; VI, 7.
Ptolomeo, Filadelfo, V, 23; V, 24; V, 29; V, 30.

Ptolomeo, Filometor, IV, 13.
Peurbach, George, III, 6.
Pitágoras, Dedicatoria.
Regiomontano, Ioannes, III, 6; V, 30.

Salmanasar, III, 11.
Schönberg, Nicolai, Dedicatoria.
Sófocles, I, 10.

Thabit ben Qurra, III, 13; III, 14.
Theon de Alejandría, II, 14.
Theon de Smirna, V, 20; V, 27.
Timócares, III, 2; III, 6; III, 7; III, 9; III, 10; IV, 2; V, 23.
Trajano, III, 2.

Walther, Bernardo, V, 30.

INDICE

ESTUDIO PRELIMINAR, por Carlos Mínguez Pérez ..... *Pág.* IX
Cronología LXI
Bibliografía LXIV

SOBRE LAS REVOLUCIONES

AL LECTOR SOBRE LAS HIPÓTESIS DE ESTA OBRA 3
NICOLÁS SCHOENBERG, CARDENAL DE CAPUA, A NICOLÁS COPÉRNICO. SALUDOS 5
AL SANTÍSIMO SEÑOR PABLO III, PONTÍFICE MÁXIMO 7
LIBRO PRIMERO 13
LIBRO SEGUNDO 75
LIBRO TERCERO 149
LIBRO CUARTO 223
LIBRO QUINTO 301
LIBRO SEXTO 405
NOTAS 437
INDICE ONOMÁSTICO 465